

CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Prof. Clovis Antonio Petry



1 Índice

| | |
|--|-----|
| Objetivo de aprendizagem 01 – Grandezas elétricas | 3 |
| Objetivo de aprendizagem 02 – Medidas elétricas | 15 |
| Objetivo de aprendizagem 03 – Fontes de tensão e resistores | 31 |
| Objetivo de aprendizagem 04 – Lei de ohm | 48 |
| Objetivo de aprendizagem 05 – Circuito série | 63 |
| Objetivo de aprendizagem 06 – Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) | 75 |
| Objetivo de aprendizagem 07 – Circuito paralelo | 93 |
| Objetivo de aprendizagem 08 – Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) | 107 |
| Objetivo de aprendizagem 09 – Circuito série-paralelo | 128 |
| Objetivo de aprendizagem 10 – Fontes de corrente e transformação de fontes | 154 |
| Objetivo de aprendizagem 11 – Teorema da Máxima Transferência de Potência | 175 |
| Objetivo de aprendizagem 12 – Análise de malhas | 191 |
| Objetivo de aprendizagem 13 – Análise nodal | 213 |
| Objetivo de aprendizagem 14 – Teoremas de Thévenin e Norton | 233 |
| Objetivo de aprendizagem 15 – Teorema da superposição | 252 |
| Objetivo de aprendizagem 16 – Capacitores | 266 |
| Objetivo de aprendizagem 17 – Análise de circuitos com capacitores | 289 |



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - GRANDEZAS ELÉTRICAS

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, junho de 2020 (*revisado em novembro de 2020*).

GRANDEZAS ELÉTRICAS

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer as principais grandezas elétricas e suas unidades de medidas.

Objetivos parciais

- Conhecer a definição das principais grandezas elétricas;
- Conhecer as unidades de medidas das principais grandezas;
- Resolver exercícios envolvendo as principais grandezas.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com as aulas 00, 01 e 02 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter revisado as operações básicas de matemática envolvendo potência, notação científica, dentre outras.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será conhecer os instrumentos de medidas das principais grandezas elétricas.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 01);
- Ler os capítulos deste conteúdo no livro (capítulos 01 e 02).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - GRANDEZAS ELÉTRICAS

1 Introdução

O conteúdo a ser estudado neste tópico da disciplina se refere aos conceitos das principais grandezas elétricas e suas unidades de medidas. Estes conceitos, termos e unidades serão importantes ao longo de toda a disciplina e de qualquer curso na área de eletrônica e elétrica.

Assim, é fundamental que você entenda os conceitos das grandezas e consiga explicar os mesmos com suas palavras, além de conhecer as unidades de medidas e as transformações que se realizam ao se fazer medições ou cálculos com estas grandezas.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Sistema internacional de unidades (SI);
- Tensão elétrica;
- Corrente elétrica;
- Resistência elétrica;
- Potência elétrica;
- Energia.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Conhecer o que é o SI, isto é, saber dizer o que é SI;
- Explicar com suas palavras o que é tensão elétrica, corrente elétrica, resistência elétrica, potência elétrica e energia elétrica;
- Identificar as unidades de medidas de cada grandeza citada anteriormente.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em perguntar ao estudante para explicar alguma das grandezas elétricas citadas, qual sua unidade de medida, e citar um múltiplo e um submúltiplo da mesma.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é corrente elétrica.
2. Qual a unidade de medida de corrente elétrica?

3. Correntes pequenas seriam identificadas por qual múltiplo ou submúltiplo da unidade principal de corrente elétrica?

2 Sistema Internacional de Unidades

2.1 Introdução

O Sistema Internacional de Unidades (SI) é o sistema métrico adotado pela maioria dos países atualmente, uniformizando as unidades de medidas e conseqüentemente os cálculos e equipamentos para medição das grandezas envolvidas.

No Brasil o Inmetro – Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial é o responsável por padronizar e normalizar os assuntos relacionados com o sistema métrico. Se tiver interesse, o Inmetro possui muito material disponível. Acesse em www.inmetro.gov.br.

2.2 Grafia das medidas

Ao realizarmos uma medida elétrica, devemos escrever corretamente o valor medido. É importante lembrar que símbolos não mudam no plural. Então não se deve escrever metros como ms, mas sim como m. As grandezas devem ser representadas por seu valor, unidade de medida e erro, caso seja uma medição que envolva precisão:

$$X = (x \pm \Delta x)u$$

$$V_1 = (10,5 \pm 0,1)V$$

Neste exemplo se está medindo uma tensão elétrica, identificada por V_1 . O valor é 10,5 V, onde volt é a unidade de medida. O erro da medida, devido ao instrumento de medida é 0,1 V, que pode ser para mais ou para menos. Entre o valor e a unidade de medida deve-se usar um espaço em branco. Por exemplo: $l = 5 \text{ m}$.

2.1 Múltiplos e submúltiplos

Em geral as grandezas elétricas são representadas em múltiplos e submúltiplos, pois a mesma grandeza é utilizada em circuitos com pequenos valores, até usinas hidrelétricas, por exemplo, onde se tem grandes valores envolvidos.

Assim, submúltiplos são unidades menores que a unidade principal, enquanto múltiplos são unidades maiores que a principal. A Tabela 1 resume os principais múltiplos e submúltiplos utilizados em eletricidade. Por sorte, utilizamos variações de mil (1.000) entre uma unidade e outra,

o que facilita a conversão. Na Tabela 1 destacam-se os múltiplos e submúltiplos mais utilizados em eletricidade.

Tabela 1 - Principais múltiplos e submúltiplos.

| Fator | Nome do Prefixo | Símbolo |
|------------|--------------------------|---------|
| 10^{-24} | yocto | y |
| 10^{-21} | zepto | z |
| 10^{-18} | atto | a |
| 10^{-15} | femto | f |
| 10^{-12} | pico | p |
| 10^{-9} | nano | n |
| 10^{-6} | micro | μ |
| 10^{-3} | mili | m |
| 10^{-2} | centi | c |
| 10^{-1} | deci | d |
| 10^0 | Unidade principal | |
| 10^1 | deca | da |
| 10^2 | hecto | h |
| 10^3 | kilo | k |
| 10^6 | mega | M |
| 10^9 | giga | G |
| 10^{12} | tera | T |
| 10^{15} | peta | P |
| 10^{18} | exa | E |
| 10^{21} | zetta | Z |
| 10^{24} | yotta | Y |

3 Principais Grandezas Elétricas

3.1 Introdução

A área de eletricidade possui inúmeras grandezas. Para circuitos elétricos em corrente contínua, que é o que estamos estudando nesta disciplina, as principais grandezas são tensão, corrente e potência elétricas. Como os elementos de circuitos que iremos utilizar são os resistores, então também utilizamos resistência elétrica. Ao final da disciplina estudaremos os capacitores, e lá definiremos capacitância. Juntamente com os indutores, os resistores e capacitores constituem os três principais componentes de circuitos elétricos e eletrônicos. Também definiremos energia elétrica.

3.1 Corrente elétrica

A corrente elétrica é originada a partir do movimento das cargas elétricas. É, portanto, o fluxo de cargas por unidade de tempo.

Representa-se a corrente elétrica pelas letras I , i ou $i(t)$. A letra maiúscula denota variáveis

contínuas, que não variam no tempo. Variáveis dependentes do tempo são denotadas por letras minúsculas ou por funções de t. Usa-se o formato itálico para diferenciar variáveis do texto normal.

A unidade de medida de corrente elétrica é o ampère (A). Normalmente se utilizam também múltiplos e submúltiplos da unidade base, que são: microampères (μA), miliampères (mA), kiloampères (kA), entre outras.

A definição científica de corrente elétrica é:

Se $6,242 \times 10^{18}$ elétrons (1 coulomb) circulam em 1 segundo, diz-se que o fluxo de carga elétrica, ou corrente elétrica, é de 1 ampère (A).

$$I = \frac{Q}{t} [\textit{ampères}, A]$$

onde:

- Q é a carga em coulombs (C);
- t é o tempo em segundos (s).

3.2 Tensão elétrica

A tensão elétrica está relacionada com a energia necessária para o deslocamento de cargas elétricas. Também conhecida por voltagem ou diferença de potencial.

É representada pelas letras V, v ou v(t).

A unidade de medida de tensão elétrica é o volt (V) e também podem ser usados múltiplos e submúltiplos como: kilovolt(kV), milivolt(mV), entre outros.

A definição científica de tensão elétrica é:

Se um total de 1 joule (J) de energia é usado para mover a carga negativa de 1 coulomb (C), há uma diferença de 1 volt (V) entre os dois pontos.

$$V = \frac{W}{Q} [\textit{volts}, V]$$

onde:

- W é a energia em joules (J);
- Q é a carga em coulombs (C).

3.3 Resistência elétrica

Resistência elétrica é a oposição dos materiais à passagem da corrente elétrica, ou mais

precisamente, ao movimento de cargas elétricas. O elemento ideal usado como modelo para este comportamento é o resistor.

Representa-se a resistência pela letra R.

A unidade de medida de resistência é o Ohm (Ω), mas é muito freqüente o uso de múltiplos como o kilohm ($k\Omega$) e o megaohm ($M\Omega$) e submúltiplos como o miliohm ($m\Omega$) e microhm ($\mu\Omega$).

A resistência elétrica dos materiais:

A resistência de qualquer material é devida fundamentalmente a quatro fatores:

- Material;
- Comprimento;
- Área do corte transversal;
- Temperatura do material.

$$R = \rho \frac{l}{A} [\text{ohm}, \Omega]$$

onde:

- ρ é a resistividade do material em ohms (Ω) com temperatura em 20° ;
- l é o comprimento do material em metros (m);
- A é a área do material em metros quadrados (m^2).

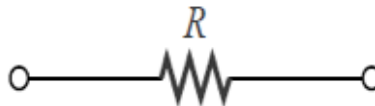


Figura 1 - Símbolo do resistor.

3.4 Potência elétrica

Potência é a energia por unidade de tempo, fornecida ou recebida por um elemento e é igual ao produto da tensão entre os terminais do elemento pela corrente que o atravessa.

Representa-se a potência pela letra P e sua unidade de medida é o Watt (W).

Normalmente se usam como múltiplos do Watt o kilowatt (kW) e o megawatt (MW) e como submúltiplos o miliwatt (mW) e o microwatt (μW).

A potência em um elemento de circuito pode ser determinada por:

$$P = V \cdot I [W]$$

$$1 \text{ watt}(W) = 1 \text{ joule} / \text{segundo}(J / s)$$

$$P = \frac{W}{t} [\text{watts}, W, \text{ou joules} / \text{segundo}, J / s]$$

onde:

- Potência elétrica em watts (W);
- W é a energia em joules (J);
- t é o tempo em segundos (s).

Em circuitos elétricos de corrente contínua:

$$P = V \cdot I = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

3.5 Energia elétrica

Energia é a transformação da eletricidade em outra forma, como calor, som, luz, movimento, etc. É o produto da potência no tempo, isto é, a corrente elétrica em movimento nos elementos produz trabalho, que significa a conversão da energia elétrica em outra forma de energia. Para que uma potência, que determina a velocidade com que um trabalho é realizado, produza uma conversão de uma forma de energia em outra, é preciso que ela seja usada por um certo período.

Representa-se a energia pela letra W e sua unidade de medida é o Joule (J).

Normalmente se usam como múltiplos do Joule o kilojoule (kJ) e o megajoule (MJ) e como submúltiplos o milijoule (mJ) e o microjoule (μ J).

A energia (W) consumida ou fornecida por um sistema é, portanto, determinada por:

$$W = P \cdot t [\text{watts} \cdot \text{segundos}, Ws, \text{ou joules}]$$

onde:

- W é a energia em joules (J);
- P é a potência em watts (W);
- t é o tempo em segundos (s).

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Qual a diferença entre tensão e corrente elétrica?

A tensão elétrica é a diferença de potencial (pressão) que provoca o movimento das cargas elétricas, que é a corrente elétrica.

ER 02. Como a resistência influencia na corrente elétrica?

A resistência elétrica é a oposição à corrente elétrica, assim, quanto maior for a resistência, menor será a corrente elétrica.

ER 03. Converta 1 kW em watts.

$$1kW = 10^3W = 1.000W$$

ER 04. Qual a energia consumida por uma carga de 100 W ligada por 2 horas.

A energia é calculada multiplicando a potência pelo tempo, sendo este em horas. Assim:

$$2h = 2 \cdot 60 \text{ min} \cdot 60s = 7.200s$$

$$W = P \cdot t = 100 \cdot 7.200 = 720.000J = 720kJ$$

Exercícios Propostos

EP 01. Defina corrente elétrica.

EP 02. Qual a diferença entre mV e V?

EP 03. Converta 22 k Ω em Ω .

EP 04. Converta 100 mA em A.

EP 05. Qual a energia consumida por uma lâmpada de LED de 9 W, ligada por 3 horas, todos os dias, durante um mês de 30 dias?

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar o exercício e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Defina resistência elétrica.

AA 02. Qual a diferença entre mA e A?

AA 03. Converta $1\text{ k}\Omega$ em Ω .

AA 04. Converta 100 mV em V.

AA 05. Qual a energia consumida por uma lâmpada de LED de 7 W, ligada por 3 horas?

AA 01. Resistência elétrica é a oposição que os materiais oferecem à corrente elétrica.
AA 02. mA é um submúltiplo da unidade principal que o A (ampère), sendo 1000 vezes menor.
AA 03. $1\text{ k}\Omega$ é igual a $1000\ \Omega$.
AA 04. 100 mV é igual a 0,1 V.
AA 05. $W = 7 \times 3 \times 60 \times 60 = 75.600\text{ J} = 75,6\text{ kJ}$.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - MEDIDAS ELÉTRICAS

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, julho de 2020 (*revisado em novembro de 2020*).

MEDIDAS ELÉTRICAS

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer instrumentos de medidas aplicados na medição das principais grandezas elétricas.

Objetivos parciais

- Conhecer multímetros e suas diferenças em relação a osciloscópios;
- Saber medir as principais grandezas elétricas (tensão, corrente e resistência);
- Utilizar o laboratório remoto VISIR para medir grandezas elétricas;
- Resolver exercícios envolvendo medição de grandezas elétricas.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com as aulas 01 e 02 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 01 relacionado as grandezas elétricas.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será conhecer fontes de tensão e resistências.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 02);
- Ler os capítulos deste conteúdo no livro (capítulo 02).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - MEDIDAS ELÉTRICAS

1 Introdução

A aula anterior focou no estudo das principais grandezas elétricas e suas unidades de medidas. Vimos o conceito de tensão, corrente, resistência, potência e energia. Agora nosso objetivo será estudarmos como realizar as medições destas grandezas; abordando o uso do multímetro para medir tensão, corrente e resistência elétrica.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Instrumentos de medidas;
- Escalas do multímetro;
- Conexão do multímetro.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar com suas palavras a diferença de um multímetro de um osciloscópio;
- Conhecer as escalas de um multímetro;
- Saber conectar um multímetro para realizar medidas elétricas.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em perguntar ao estudante como se seleciona a escala de um multímetro e como este deve ser conectado para se medir tensão elétrica, corrente elétrica e resistência elétrica.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique a diferença entre um multímetro de um osciloscópio.
2. Qual escala devemos utilizar para medir a tensão da rede de energia elétrica?
3. Qual escala devemos utilizar para medir a tensão de uma bateria de automóvel?
4. Como devemos conectar o multímetro para medir a tensão de uma bateria?

2 Instrumentos de Medidas Elétricas

2.1 Introdução

As medições das principais grandezas elétricas podem ser realizadas por diferentes instrumentos de medidas, como instrumentos de bancada, portáteis, de painel, etc. A seguir serão apresentados sinteticamente os instrumentos mais utilizados pelo estudante, e em mais detalhes aqueles empregados especificamente neste curso de circuitos elétricos.

2.2 Osciloscópio

Os osciloscópios são instrumentos de medidas que permitem observar as formas de onda dos sinais em análise. Assim, é possível observar se a grandeza elétrica (tensão ou corrente) tem formato retilíneo (contínua), senoidal, triangular, quadrado, ou outro formato qualquer. Além disso, os osciloscópios digitais, como aquele mostrado na Figura 1, podem apresentar os valores das grandezas medidas, como seu valor médio, eficaz, de pico, etc. Podem medir também o tempo e a frequência dos sinais analisados. Deste modo, apesar de terem um custo elevado em comparação com os multímetros, os osciloscópios permitem medir uma gama maior de características dos sinais, além de apresentarem visualmente as formas de onda dos mesmos.

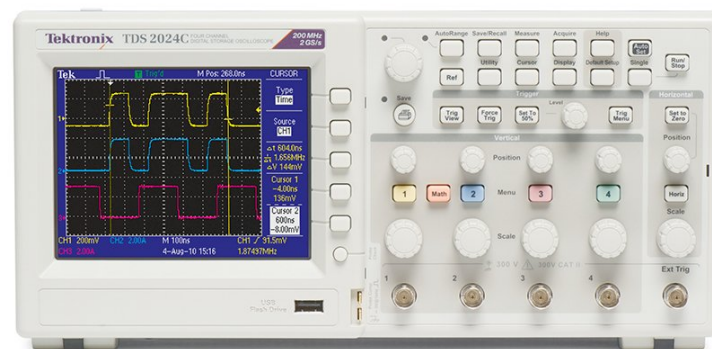


Figura 1 – Exemplo de osciloscópio digital.

No laboratório remoto VISIR está disponível um osciloscópio digital, para ensaios e medições nos circuitos eletrônicos estudados. Aqui no curso de Circuitos elétricos I utilizaremos o osciloscópio ao final da disciplina, quando serão estudados os capacitores.

2.1 Multímetros

O nome multímetro se origina de multimetedor, isto é, um instrumento de medidas que pode medir diversas grandezas. Os multímetros podem ser analógicos ou digitais, com ampla faixa

de preços conforme suas características técnicas, grandezas e escalas, por exemplo. Assim, mesmo os multímetros de menor custo (Figura 2), permitem medir as seguintes grandezas:

- Tensão em corrente contínua (DCV – *direct current voltage*);
- Tensão em corrente alternada (ACV - *alternate current voltage*);
- Corrente em corrente contínua (DCA - *direct current amperage*);
- Resistência (Ω);
- Teste de continuidade (sonoro);
- Teste de diodos semicondutores.

Multímetros intermediários (Figura 3), ou seja, com um custo um pouco maior, podem medir também:

- Corrente em corrente alternada (ACA - *alternate current amperage*);
- Frequência;
- Capacitância;
- Ganho de transistores.



Figura 2 – Multímetro de baixo custo.



Figura 3 – Multímetro com custo intermediário.

O multímetro mostrado na Figura 3 é utilizado no laboratório remoto VISIR e será empregado ao longo das aulas de laboratório deste curso de circuitos elétricos.

Um multímetro de baixo custo, como mostrado na Figura 2 é um equipamento essencial na maleta de ferramentas de um profissional da área de elétrica e eletrônica, consistindo no primeiro instrumento de medidas do técnico, tecnólogo e engenheiro na área.

3 Escalas do Multímetro

3.1 Introdução

O multímetro, conforme comentado anteriormente, permite medir várias grandezas elétricas. Assim, o primeiro passo antes de realizar uma medida é selecionar corretamente a escala do instrumento. A seguir serão apresentadas as escalas do multímetro utilizado no laboratório remoto VISIR. Além disso, para aprender a medir com um multímetro, será realizada uma atividade prática com o laboratório remoto.

Objetivando mostrar as escalas do multímetro do VISIR, será utilizado o instrumento da Figura 3, ampliando a região da escala para exemplificar os ajustes necessários conforme a medida a ser realizada.

3.2 Escala de tensão contínua (V— ou DCV)

As expressões utilizadas em alguns instrumentos de medidas parecem confusas, pois se originam da língua inglesa, por isso DCV significa tensão em corrente contínua (*direct current voltage*). Em português falaremos simplesmente tensão contínua, pois o termo voltagem não é tão empregado entre os profissionais da área.

A Figura 4 mostra o seletor (chave giratória) posicionado para se medir tensão contínua com o multímetro do VISIR. Note que as posições e valores a serem medidos são:

- 200 mV;
- 2 V;
- 20 V;
- 200 V;
- 1000 V.



Figura 4 – Escala de tensão em corrente contínua.

É importante ressaltar que a escala escolhida sempre deve ser maior do que o valor que se deseja medir. Assim, se formos medir uma pilha de 1,5 V, teremos que escolher a escala de 2 V. Se for uma bateria de 9 V, escolheremos a escala de 20 V. De modo idêntico, para medir uma bateria de carro ou motocicleta, que é de 12 V, utilizaremos a escala de 20 V. Já para medir uma bateria de caminhão ou ônibus, que é de 24 V, teremos que utilizar a escala de 200 V.

Uma vantagem dos instrumentos digitais é que, em geral, estes tem proteção interna caso o usuário tente medir valores superiores aos da escala selecionada; assim, o instrumento indicará estouro de escala, marcando 0V (*over voltage* = sobretensão).

3.3 Escala de tensão alternada (V \sim ou ACV)

A sigla ACV significa tensão em corrente alternada (*alternate current voltage*), sendo o mais comum se falar em medição de tensão alternada.

A Figura 5 mostra o seletor (chave giratória) posicionado para se medir tensão alternada com o multímetro do VISIR. Note que as posições e valores a serem medidos são:

- 2 V;
- 20 V;
- 200 V;
- 750 V.



Figura 5 – Escala de tensão em corrente alternada.

A escala para medir a tensão da rede de energia elétrica, aqui em Santa Catarina, onde a tensão é de 220 V, deverá ser a posição de 750 V. Já em São Paulo ou Paraná, por exemplo, onde em alguns locais a rede de energia elétrica é de 110 V, a posição da escala poderia ser de 200 V.

É importante destacar que nos multímetros se tem sempre a medição do valor médio ou do valor eficaz da grandeza. Já em um osciloscópio pode-se medir o valor de pico (máximo), valor médio e valor eficaz simultaneamente; além do valor instantâneo também, o que não é possível no multímetro.

3.4 Escala de corrente contínua (A— ou DCA)

A sigla DCA significa amperagem em corrente contínua (*direct current amperage*), sendo o mais comum se falar em medição de corrente contínua.

A Figura 6 mostra o seletor (chave giratória) posicionado para se medir corrente contínua com o multímetro do VISIR. Note que as posições e valores a serem medidos são:

- 20 mA;
- 200 mA;
- 20 A.



Figura 6 – Escala de corrente para medir corrente contínua.

3.5 Escala de corrente alternada (A~ ou ACA)

A sigla ACA significa amperagem em corrente alternada (*alternate current amperage*), sendo o mais comum se falar em medição de corrente alternada.

A Figura 7 mostra o seletor (chave giratória) posicionado para se medir corrente alternada com o multímetro do VISIR. Note que as posições e valores a serem medidos são:

- 20 mA;
- 200 mA;
- 20 A.

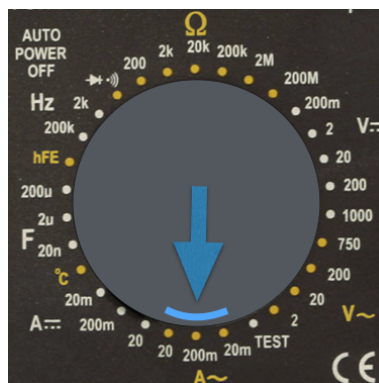


Figura 7 – Escala de corrente para medir corrente alternada.

3.6 Escala de resistência (Ω)

A escala de medição de resistência, normalmente, incorpora uma posição de teste sonoro de continuidade. Esta posição, identificada por um sinal sonoro (•••)), permite verificar se condutores, chaves ou outros que tem baixa resistência, estão conduzindo.

A Figura 8 mostra o seletor (chave giratória) posicionado para se medir resistência com o multímetro do VISIR. Note que as posições e valores a serem medidos são:

- Diodo e continuidade (•••));
- 200 Ω ;
- 2 k Ω ;
- 20 k Ω ;
- 200 k Ω ;
- 2 M Ω ;
- 200 M Ω .

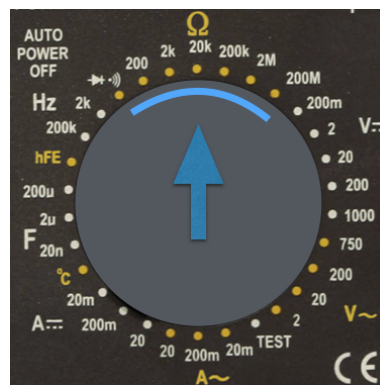


Figura 8 – Escala de resistência.

4 Conexões do Multímetro

4.1 Introdução

Após selecionar adequadamente a escala com a qual a medição será realizada, deve-se conectar as ponteiros de medição no multímetro, para em seguida conectar as mesmas no circuito. Assim, neste tópico serão apresentadas as conexões do multímetro para realizar a medição das principais grandezas elétricas. Será utilizado, a título de exemplo, o multímetro de baixo custo mostrado na Figura 2 para o desenho das conexões com objetivo de se medir tensão em corrente contínua, tensão em corrente alternada, corrente contínua e resistência.

4.2 Conexão para medição de tensão contínua (V— ou DCV)

A Figura 9 mostra a conexão do multímetro para medir a tensão de uma bateria. Importante notar que o multímetro na função de voltímetro, deve ser conectado em paralelo com os pontos onde se deseja medir a tensão. Note que a escala está corretamente selecionada para 20 V, pois a bateria é de 12 V.

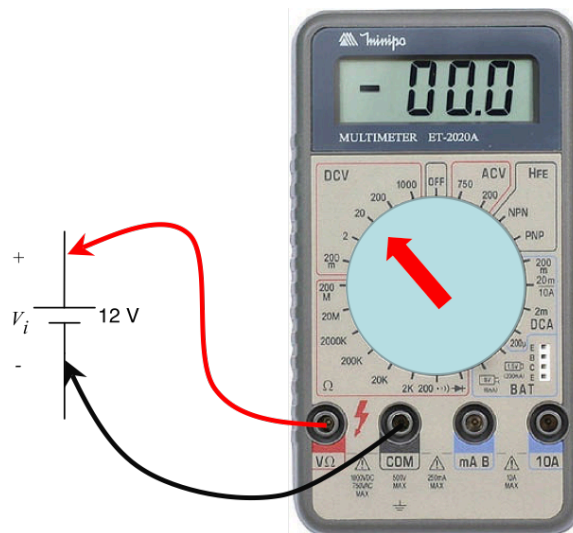


Figura 9 – Conexão para medição de tensão contínua.

4.1 Conexão para medição de tensão alternada (V~ ou ACV)

A Figura 10 mostra a conexão do multímetro para medir a tensão da rede de energia elétrica. Importante notar que o multímetro na função de voltímetro, deve ser conectado em paralelo com os pontos onde se deseja medir a tensão. Note que a escala está corretamente selecionada para 750 V, pois a rede de energia elétrica da figura é de 220 V.

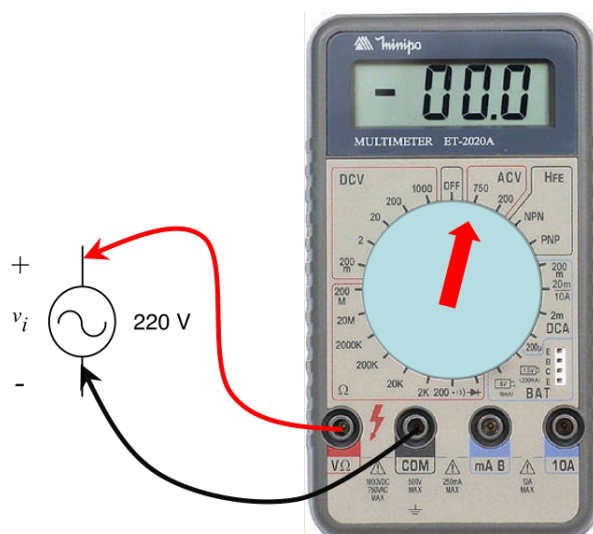


Figura 10 – Conexão para medição de tensão alternada.

4.1 Conexão para medição de corrente contínua (A— ou DCA)

A Figura 11 mostra a conexão do multímetro para medir a corrente de um circuito eletrônico. Importante notar que o multímetro na função de amperímetro, deve ser conectado em série com o elemento onde se deseja obter a corrente elétrica. Note que a escala está corretamente selecionada para 2 mA, pois a corrente do circuito em questão será de $1 \text{ mA} = 12 \text{ V} / 12 \text{ k}\Omega$.

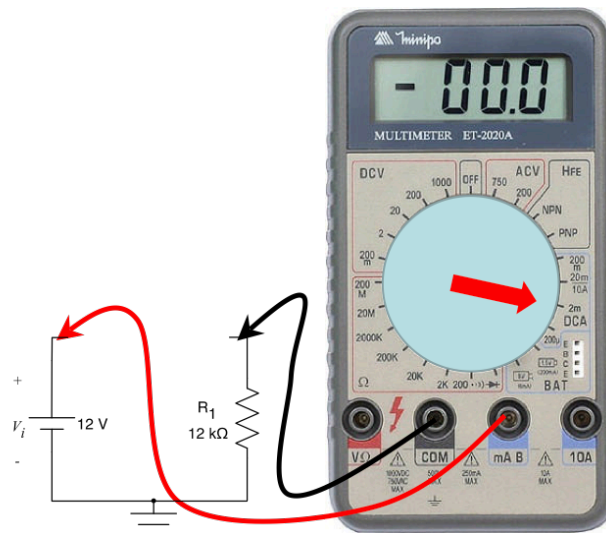


Figura 11 – Conexão para medição de corrente contínua até 200 mA.

Importante notar que para medir corrente elétrica, a posição da ponteira vermelha no multímetro foi alterada, pois existem conectores específicos para medição de corrente.

A posição das ponteiros mostradas na Figura 11 permitem medir correntes de até 200 mA. Se for desejado medir correntes acima de 200 mA e até 20 A, as ponteiros devem ser conectadas conforme mostrado na Figura 12.

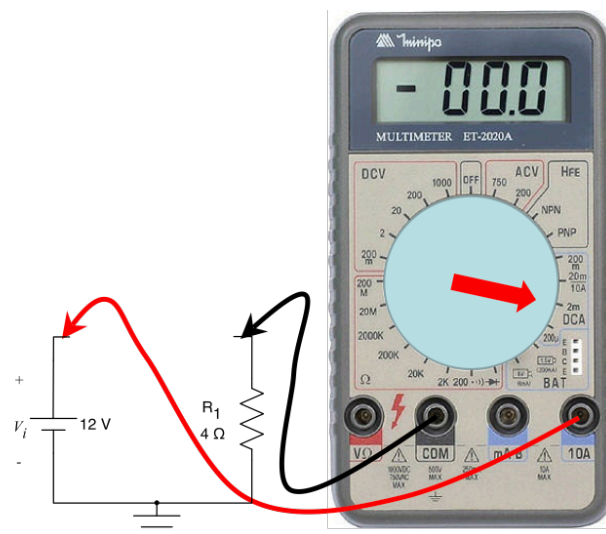


Figura 12 – Conexão para medição de corrente contínua acima de 200 mA e até 20 A.

4.1 Conexão para medição de resistência (Ω)

A Figura 13 mostra a conexão do multímetro para medir a resistência de um resistor. Importante notar que o multímetro na função de ohmímetro, deve ser conectado ao elemento onde se deseja medir a resistência, mas sempre com o componente desconectado do circuito e da fonte de alimentação. Note que a escala está corretamente selecionada para 200 k Ω , pois o resistor que está sendo medido tem valor de 12 k Ω .

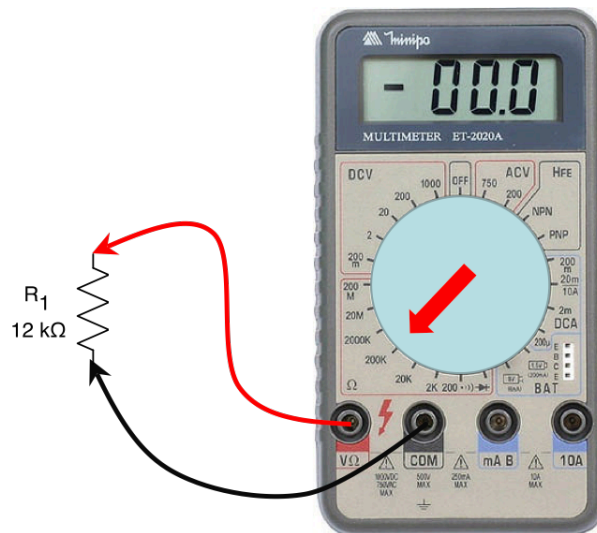


Figura 13 – Conexão para medição de resistência.

5 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Qual a diferença entre um multímetro e um osciloscópio?

O multímetro permite medir valores médios ou eficazes, enquanto o osciloscópio permite observar a forma de onda do sinal e medir seus valores médio, eficaz, de pico, tempo, frequência, etc.

ER 02. Quais as grandezas que um multímetro de baixo custo pode medir?

Em geral, os multímetros podem medir: tensão em corrente alternada e em corrente contínua, corrente contínua, resistência e teste sonoro de continuidade.

ER 03. As escalas de um multímetro em DCV são: 2 V, 20 V e 200 V. Qual escala deve ser escolhida para medir uma bateria de um automóvel?

Deve ser escolhida a escala de 20 V, pois a tensão da bateria de um automóvel é de 12 V.

ER 04. O multímetro na posição de voltímetro deve ser ligado em paralelo ou em série com os

pontos onde se deseja obter a tensão elétrica?

O multímetro na posição de voltímetro deve ser conectado sempre em paralelo.

ER 05. Qual a importância de ter um multímetro?

O multímetro é o instrumento de medidas mais acessível e utilizado para reparos, manutenções, desenvolvimento e testes de circuitos elétricos e eletrônicos.

Exercícios Propostos

EP 01. Um multímetro pode medir valores instantâneos?

EP 02. Qual a diferença entre a escala DCV e DCA?

EP 03. Pode-se medir a resistência de resistores com a fonte de alimentação ligada ao circuito?

EP 04. Um multímetro na posição de amperímetro deve ser conectado em série ou em paralelo?

EP 05. As escalas de um multímetro em ACV são: 20 V, 200 V e 750 V. Qual escala deve ser escolhida para medir a tensão da rede de energia elétrica em Florianópolis?

6 Atividade Avaliativa

6.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Explique o que é um multímetro.

AA 02. As escalas de um multímetro em Ω são: 20 Ω , 200 Ω , 2 k Ω , 20 k Ω e 200 k Ω . Qual escala deve ser escolhida para medir um resistor de 1 k Ω ?

AA 03. O multímetro na posição de medição de corrente deve ser ligado em série ou paralelo com o circuito?

AA 04. Ao medir corrente elétrica com um multímetro, em geral, as ponteiros permanecem conectadas nas mesmas posições que estariam para medir tensões e resistências?

AA 05. Cite diferenças entre multímetros de baixo custo e custo intermediário?

AA 01. Multímetro é um instrumento de medidas que pode medir várias grandezas elétricas, tais como: tensão, corrente e resistência elétrica.

AA 02. Deve ser escolhida a escala de 2 k Ω .

AA 03. Para medir corrente elétrica o multímetro sempre deve ser conectado em série com o circuito.

AA 04. Não, para medir corrente elétrica a ponteira positiva (vermelha) deve ser inserida nos conectores adequados, pois o multímetro deve ficar em série com o circuito.

AA 05. Um multímetro de custo intermediário terá mais escalas de medição e poderá medir mais grandezas elétricas, tais como: frequência e capacitância.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
FONTES DE TENSÃO E RESISTORES

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, julho de 2020 (*revisado em novembro de 2020*).

FONTES DE TENSÃO E RESISTORES

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer fontes de tensão elétrica e resistores.

Objetivos parciais

- Conhecer fontes de tensão;
- Conhecer resistores;
- Conhecer os tipos de resistores;
- Resolver exercícios envolvendo fontes de tensão e resistores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com as aulas 02 e 03 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 02 relacionado as medidas elétricas.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será aplicar a Lei de Ohm.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentações 02 e 03);
- Ler os capítulos deste conteúdo no livro (capítulos 02 e 03).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

**- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
FONTES DE TENSÃO E RESISTORES**

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo das principais grandezas elétricas, suas unidades de medidas e como fazer a medição destas grandezas com o uso de multímetros. Agora nosso objetivo será estudarmos as fontes de tensão e os componentes eletrônicos chamados de resistores.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Fontes de tensão;
- Resistência;
- Tipos de resistores.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar com suas palavras o que é uma fonte de tensão;
- Explicar o que são resistores;
- Conhecer os principais tipos de resistores.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em perguntar ao estudante o que são fontes de tensão e o que são resistores e seus principais tipos.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é uma fonte de tensão.
2. Qual a diferença entre uma fonte de tensão ideal e uma fonte real?
3. O que são resistores?
4. Quais fatores influenciam na resistência dos elementos?
5. Cite alguns tipos de resistores.

2 Fontes de Tensão

2.1 Introdução

As fontes de tensão são os elementos de circuitos elétricos que fornecem energia elétrica para o funcionamento dos equipamentos elétricos e eletrônicos. Assim, pode-se afirmar que todo equipamento possui uma fonte de alimentação, que pode ser contínua, alternada, fixa ou portátil, dentre outras características destes elementos. A seguir, os aspectos mais importantes das fontes de tensão serão apresentados, visando que você conheça e possa utilizar adequadamente este equipamento presente em toda bancada de eletrônica.

2.2 Fonte de tensão ideal

Uma fonte de tensão é um elemento de circuito que possui a capacidade de disponibilizar em seus terminais um valor bem definido de tensão elétrica, independente da corrente solicitada pelo circuito. Esta é a definição simplificada de uma fonte de tensão ideal, que utilizamos nas análises teóricas de circuitos elétricos e nos simuladores também. Assim, pode-se destacar alguns aspectos principais para uma fonte de tensão elétrica:

- Tensão disponibilizada em seus terminais – a amplitude em volts da tensão em sua saída;
- Forma da tensão disponibilizada – se a fonte é de tensão contínua, tensão alternada ou permite programar a forma de onda;
- Frequência da tensão disponibilizada – para fontes de tensão alternada se pode definir a frequência do sinal em sua saída;
- Fase da tensão disponibilizada - para fontes de tensão alternada se pode definir a fase do sinal em sua saída.

Existem outras características para as fontes de tensão, que não serão apresentadas aqui, pois para uma fonte de tensão contínua, interessa-nos neste momento definir a amplitude da tensão em sua saída.

Importante lembrar também que toda fonte de tensão possui polaridade definida, ou seja, apresenta um terminal (pólo positivo) positivo e outro terminal (pólo negativo) negativo.

Na Figura 1 mostram-se alguns símbolos de fontes de tensão, onde:

- Tensão contínua – a tensão nos terminais da fonte tem amplitude fixa;
- Tensão alternada – a tensão da fonte varia sinusoidalmente no tempo;

- Tensão triangular – a forma de onda desta fonte de tensão é triangular ou dente-de-serra;
- Tensão pulsada – a fonte fornece um pulso (*step*) de tensão para teste, sincronismo ou disparo de algum circuito;
- Tensão quadrada – fonte de tensão com sinal periódico quadrado, usado, por exemplo, para sincronismo de circuitos digitais, como sinal de *clock* (relógio).

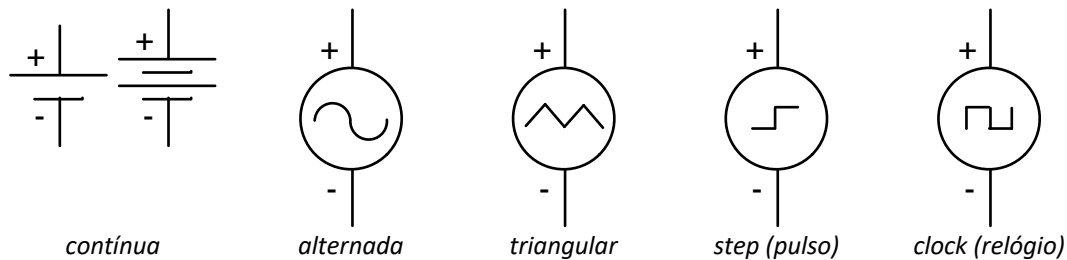


Figura 1 – Símbolos de fontes de tensão.

Note que as fontes de tensão sempre tem sua polaridade identificada, mesmo sendo fontes em que a tensão varia no tempo. Isso é feito para que se possa fazer a análise do circuito com as tensões e correntes identificadas corretamente nos elementos do circuito.

É importante destacar que em fontes de tensão o sentido da corrente elétrica é considerado saindo pelo terminal positivo, pois a fonte fornece energia ao circuito ligado a ela, como está mostrado na Figura 2. Assim, a potência em uma fonte será:

$$P_F = V_F \cdot (-I_F) = -(V_F \cdot I_F).$$

Assim, a potência terá um valor negativo em watts, significando que a mesma está fornecendo energia ao circuito. Caso na análise do circuito a potência em uma fonte resulte positiva, então esta fonte está funcionando como carga, isto é, se for uma bateria, estará sendo carregada pela energia fornecida por outra fonte neste circuito.

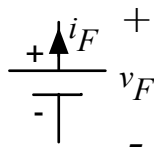


Figura 2 – Polaridade da tensão e sentido da corrente em uma fonte de tensão.

2.1 Fontes de tensão reais

As fontes de tensão reais podem ser de diferentes tipos e origens, destacando-se a seguir, as que são mostradas na Figura 3:

- Baterias;
- Geradores de corrente contínua;
- Fontes de bancada;
- Módulos fotovoltaicos;
- Etc.



bateria

pilhas

fonte de bancada

módulo fotovoltaico

Figura 3 – Exemplos de fontes de tensão reais.

As fontes de tensão reais têm limite de tensão e corrente, isto é, uma fonte de tensão real não pode fornecer qualquer amplitude de tensão e suprir qualquer valor de corrente para o circuito conectado na mesma. Assim, sempre que se utiliza uma fonte de tensão se deve ficar atento aos limites de operação permitidos para as mesmas, para evitar danos e até acidentes, pois algumas tecnologias de baterias, por exemplo, podem explodir caso operem fora das condições seguras.

Além disso, as fontes de tensão reais possuem resistência interna, como mostrado na Figura 4. Esta resistência é baixa, mas varia conforme o tempo de uso de uma bateria, por exemplo, aumentando até se tornar tão alta que a tensão de saída da fonte se torna muito pequena em relação ao seu valor nominal.

Note que a resistência interna fica em série com os terminais de saída, provocando uma queda de tensão quando há corrente circulando pela fonte. Deste modo, a tensão nos terminais da fonte (v_F) será menor do que a tensão interna (v_i). Sem carga conectada na bateria, ou seja, com o circuito em aberto, não há corrente circulando e não haverá queda de tensão na resistência interna (R_i); assim, a tensão nos terminais será igual a tensão interna. Quando se conecta uma carga, ocorre a circulação de corrente e queda de tensão em R_i , fazendo com que a tensão nos terminais caia

instantaneamente. Este efeito pode ser observado com o multímetro, em uma bateria de carro, por exemplo, quando se dá a partida do motor.

A Figura 5 mostra a imagem de uma fonte de bancada, típica dos laboratórios de eletrônica, e sua representação gráfica. Esta fonte tem três terminais de conexão, sendo um positivo, outro negativo e um terminal de terra (*gnd - ground* ou massa) para aterramento e proteção. Esta fonte da figura também tem ajuste na tensão de saída, podendo variar, por exemplo, entre 0 e 30 V. Além disso, esta fonte permite o ajuste da corrente máxima fornecida em sua saída. Na fonte da imagem, o ajuste de corrente permite variar a mesma entre 0 e 3 A.

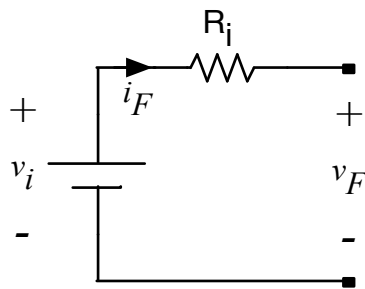


Figura 4 – Fonte de tensão com resistência interna.

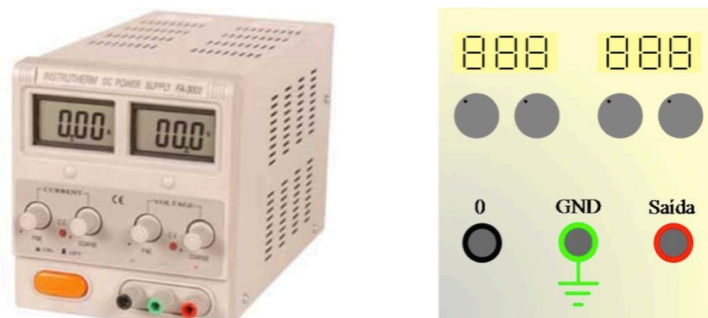


Figura 5 – Fonte de tensão de bancada com ajustes de tensão e corrente.

3 Resistores

3.1 Introdução

Os resistores são elementos de circuitos muito utilizados em eletrônica, sendo que praticamente todos os equipamentos eletroeletrônicos os usam com diversas finalidades. No capítulo anterior estudamos resistência, sua unidade de medida e medição com o multímetro. Neste tópico, estudaremos aspectos dos componentes resistores e seus principais tipos.

3.2 Resistência

Anteriormente vimos que a resistência elétrica é a oposição dos materiais à passagem da corrente elétrica, ou mais precisamente, ao movimento de cargas elétricas.

A unidade de medida de resistência é o ohm (Ω), sendo comum o uso de múltiplos como o kilohm ($k\Omega$) e o megaohm ($M\Omega$) e submúltiplos como o miliohm ($m\Omega$) e microhm ($\mu\Omega$).

O elemento de circuito que utilizamos especificamente para inserir resistência nos circuitos é o resistor, tendo seu símbolo mostrado na Figura 6.

Na Figura 6 mostra-se a polaridade da tensão sobre o resistor e o sentido da corrente, que são importantes para analisar corretamente o circuito no qual este componente esteja inserido.

Vale lembrar que a resistência dos materiais depende dos seguintes fatores:

- Material;
- Comprimento;
- Área do corte transversal;
- Temperatura do material.

A expressão que permite obter a resistência de um material é:

$$R = \rho \frac{l}{A} [\text{ohm}, \Omega]$$

onde:

- ρ é a resistividade do material em ohms (Ω) com temperatura em 20°C ;
- l é o comprimento do material em metros;
- A é a área do material em metros quadrados (m^2).

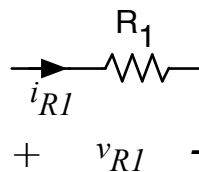


Figura 6 - Símbolo do resistor e identificação da polaridade da tensão e sentido da corrente.

3.1 Potência dos resistores

Os resistores, pelo fato de apresentarem resistência à passagem da corrente elétrica, dissipam energia elétrica na forma de calor, fenômeno conhecido como Efeito Joule. Assim, estes componentes aquecem e podem ser danificados, caso a temperatura atinja valores muito altos. Deste modo, os resistores tem uma potência máxima de operação. A Figura 7 mostra exemplos de resistores com diferentes tamanhos e potências. Note que neste caso, quanto maior o resistor maior será sua potência.

A potência de um resistor é calculada por:

$$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$$

A título de exemplo, considere que os resistores da Figura 7 sejam de 10Ω . A corrente que poderá circular por cada um deles será dada por:

$$I_{1/4W} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1/4}{10}} = \sqrt{\frac{0,25}{10}} = 0,16 A$$

$$I_{1/2W} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1/2}{10}} = \sqrt{\frac{0,5}{10}} = 0,22 A$$

$$I_{1W} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = 0,32 A$$

$$I_{3W} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{3}{10}} = 0,55 A$$

$$I_{5W} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{5}{10}} = 0,71 A$$

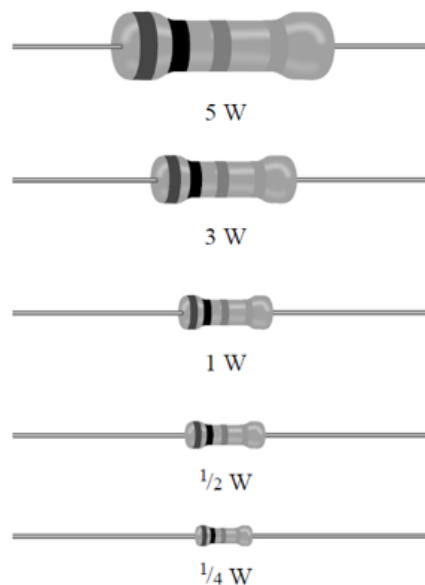


Figura 7 – Resistores com diferentes potências.

3.2 Tipos de resistores

Os resistores podem ser fixos ou variáveis. A Figura 8 mostra exemplos de resistores fixos e variáveis. Os resistores ajustáveis (variáveis) podem ser utilizados com diferentes finalidades em circuitos eletrônicos, por exemplo: controle de luminosidade, controle de volume, controle de temperatura, ajuste de tensão de saída de uma fonte, etc.

O resistor ajustável possui três terminais, sendo que:

- a – terminal de resistência fixa (inicial ou final);
- b – terminal de resistência ajustável;
- c – terminal de resistência fixa (inicial ou final).

Assim, a resistência entre os terminais “a” e “c” (R_{ac}) será fixa e terá o valor máximo de resistência do componente. Já a resistência entre os terminais “a” e “b” (R_{ab}) e “b” e “c” (R_{bc}) será variável, conforme a posição de ajuste do terminal central (b). Importante notar que:

$$R_{ac} = \text{fixo} = R_T$$

$$R_{ab} + R_{bc} = R_{ac} = R_T$$

Como exemplo, suponha um potenciômetro de $100\text{ k}\Omega$, ajustado para a posição de 20%, tomando o terminal “a” como referência. Assim, se teria:

$$R_{ac} = \text{fixo} = R_T = 100\text{ k}\Omega$$

$$R_{ab} = 20\% \text{ de } R_T = 0,2 \cdot 100\text{ k} = 20\text{ k}\Omega$$

$$R_{bc} = R_T - R_{ab} = 100\text{ k} - 20\text{ k} = 80\text{ k}\Omega$$

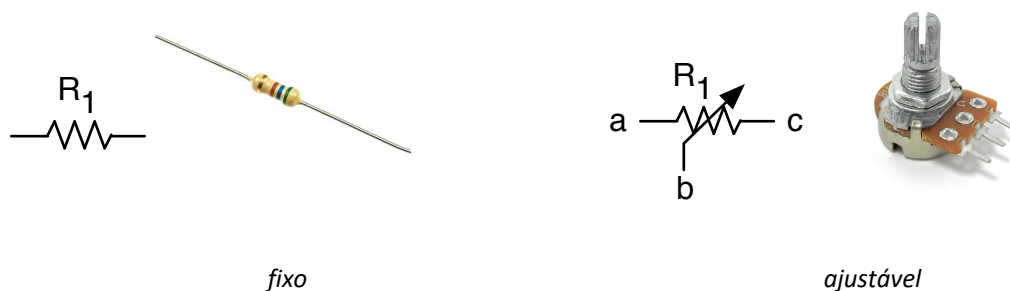


Figura 8 – Resistores fixos e ajustáveis.

A Figura 9 mostra diferentes tipos de resistores, conforme sua tecnologia de construção e forma construtiva. Por sua vez, a Figura 10 apresenta resistores com características específicas, que variam sua resistência de acordo com alguma grandeza física. Assim, se tem:

- termistores – resistores que variam a resistência com a variação da temperatura. Podem ter coeficiente positivo de variação da resistência com a temperatura, chamados de PTC; neste caso, quando se aumenta a temperatura aumenta a resistência; ou podem ter coeficiente negativo de variação da resistência com a temperatura, chamados de NTC; quando se aumenta a temperatura, sua resistência diminui;
- resistores dependentes da luz (LDR) – sua resistência varia conforme o nível de

luminosidade que incide sobre os mesmos;

- varistores – sua resistência varia abruptamente quando a tensão sobre o mesmo atinge um determinado valor.

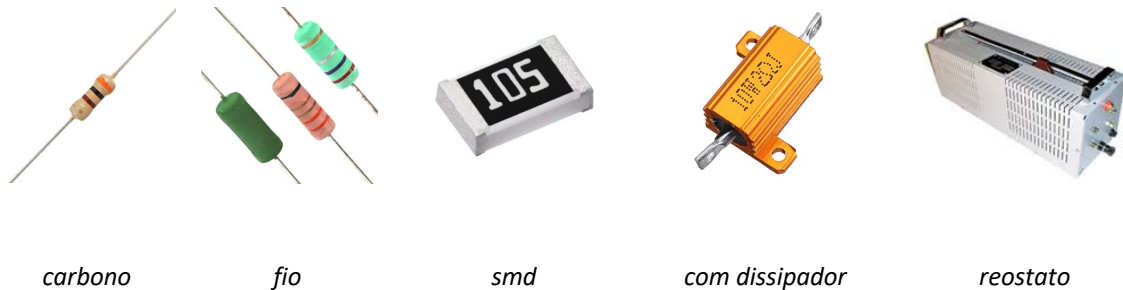


Figura 9 – Exemplos de diferentes tipos de resistores.



Figura 10 – Resistores com diversas finalidades.

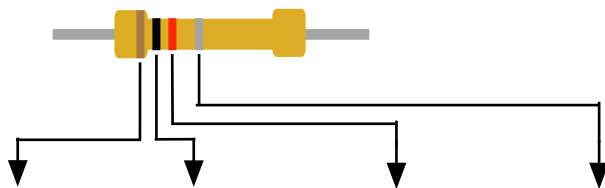
3.1 Código de cores para resistores

Os resistores de pequenas dimensões são identificados por um código de cores, por meio de faixas pintadas no corpo dos mesmos. Este código permite identificar a resistência do componente e sua tolerância, isto é, o quanto a resistência irá variar para mais ou para menos em virtude do processo de fabricação do componente.

A Figura 11 mostra a tabela de cores para resistores que possuem quatro faixas pintadas em seu corpo. Cada faixa representa um valor, conforme a tabela, iniciando-se pela faixa mais próxima da lateral externa do componente. Assim, o resistor da Figura 11 tem as seguintes características:

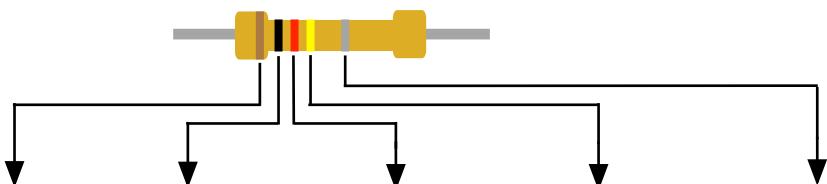
- 1ª faixa (valor) – marrom, corresponde a 1;
- 2ª faixa (valor) – preto, corresponde a 0;
- 3ª faixa (multiplicador) – vermelho, corresponde a 2 (x 100 Ω);
- 4ª faixa (tolerância) – prateado, corresponde a 10%.

O valor da resistência será de $10 \times 100 \Omega = 1.000 \Omega$ com 10% de tolerância, isto é, $1 \text{ k}\Omega \times 10\%$.



| Cor | 1ª Faixa | 2ª Faixa | Multiplicador | Tolerância |
|----------|----------|----------|---------------|------------|
| Preto | 0 | 0 | x 1 Ω | |
| Marrom | 1 | 1 | x 10 Ω | ± 1% |
| Vermelho | 2 | 2 | x 100 Ω | ± 2% |
| Laranja | 3 | 3 | x 1k Ω | |
| Amarelo | 4 | 4 | x 10k Ω | |
| Verde | 5 | 5 | x 100k Ω | ± 0,5% |
| Azul | 6 | 6 | x 1M Ω | ± 0,25% |
| Violeta | 7 | 7 | x 10M Ω | ± 0,1% |
| Cinza | 8 | 8 | | ± 0,05% |
| Branco | 9 | 9 | | |
| Dourado | | | x 0,1 Ω | ± 5% |
| Prateado | | | x 0,01 Ω | ± 10% |

Figura 11 – Código de cores para resistores com quatro faixas.



| Cor | 1ª Faixa | 2ª Faixa | 3ª Faixa | Multiplicador | Tolerância |
|----------|----------|----------|----------|---------------|------------|
| Preto | 0 | 0 | 0 | x 1 Ω | |
| Marrom | 1 | 1 | 1 | x 10 Ω | ± 1% |
| Vermelho | 2 | 2 | 2 | x 100 Ω | ± 2% |
| Laranja | 3 | 3 | 3 | x 1k Ω | |
| Amarelo | 4 | 4 | 4 | x 10k Ω | |
| Verde | 5 | 5 | 5 | x 100k Ω | ± 0,5% |
| Azul | 6 | 6 | 6 | x 1M Ω | ± 0,25% |
| Violeta | 7 | 7 | 7 | x 10M Ω | ± 0,1% |
| Cinza | 8 | 8 | 8 | | ± 0,05% |
| Branco | 9 | 9 | 9 | | |
| Dourado | | | | x 0,1 Ω | ± 5% |
| Prateado | | | | x 0,01 Ω | ± 10% |

Figura 12 – Código de cores para resistores com cinco faixas.

Por sua vez, a Figura 12 mostra a tabela de cores para resistores que possuem cinco faixas pintadas em seu corpo. Cada faixa representa um valor, conforme a tabela, iniciando-se pela faixa mais próxima da lateral externa do componente. Neste caso se tem um Algarismo a mais para representar a resistência, permitindo abranger uma faixa mais ampla de valores e identificar resistores de precisão.

Assim, o resistor da Figura 12 tem as seguintes características:

- 1ª faixa (valor) – marrom, corresponde a 1;
- 2ª faixa (valor) – preto, corresponde a 0;
- 3ª faixa (valor) – vermelho, corresponde a 2;
- 4ª faixa (multiplicador) – amarelo, corresponde a 4 ($\times 10 \text{ k}\Omega$);
- 5ª faixa (tolerância) – prateado, corresponde a 10%.

O valor da resistência será de $102 \times 10 \text{ k}\Omega = 1.020.000 \Omega$ com 10% de tolerância, isto é, $1,02 \text{ M}\Omega \times 10\%$.

Um jeito simples de identificar as cores é sempre utilizar o valor da cor e no caso de o multiplicador adicionar a quantidade de zeros conforme o valor correspondente. Por exemplo, desconsiderando a tolerância, um resistor com as cores vermelho, preto, laranja seria: 20 com 3 zeros, isto é, $20.000 \Omega = 20 \text{ k}\Omega$.

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é uma fonte de tensão ideal?

Uma fonte de tensão ideal é um elemento de circuitos elétricos com a capacidade de disponibilizar uma tensão fixa em seus terminais, independente da corrente solicitada pelo circuito.

ER 02. Quais as diferenças entre uma fonte de tensão real de uma fonte de tensão ideal?

Uma fonte real tem limites de operação, tanto em termos de tensão máxima e corrente que pode fornecer ao circuito. As fontes reais também possuem resistência interna que provoca quedas de tensão em virtude da corrente fornecida pela mesma.

ER 03. Qual a razão para se escolher um resistor com potência adequada?

Os resistores dissipam energia na forma de calor, pois resistem à passagem das cargas elétricas. Esta resistência é fisicamente o choque entre elétrons do material, o que produz calor. Assim, a

potência do resistor especifica o limite de aquecimento do mesmo sem danos.

ER 04. O que são termistores?

Termistores são resistores que variam sua resistência conforme a variação da temperatura.

ER 05. O que são potenciômetros?

Potenciômetros são resistores ajustáveis, utilizados para controle de volume, de luminosidade, etc.

Exercícios Propostos

EP 01. Cite três exemplos de fontes de tensão?

EP 02. Uma fonte que está fornecendo energia ao circuito terá potência positiva ou negativa?

EP 03. De que depende a resistência de um material?

EP 04. O que é um LDR?

EP 05. Um resistor tem as seguintes faixas de cores pintadas em seu corpo: laranja, vermelho, laranja e dourado. Qual sua resistência e tolerância?

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Explique o que é uma fonte de tensão contínua.

AA 02. As fontes de bancada são fontes ideais ou reais? Justifique sua resposta.

AA 03. Cite três exemplos de resistores, de acordo com suas características construtivas?

AA 04. Explique o que são varistores?

AA 05 Um resistor em as seguintes faixas de cores pintadas em seu corpo: marrom, preto, laranja e dourado. Qual sua resistência e tolerância?

AA 01. Uma fonte de tensão contínua disponibiliza uma tensão fixa em seus terminais, isto é, uma tensão que permanece constante ao longo do tempo.

AA 02. As fontes de bancada são reais, tendo limites de tensão e corrente de operação. Elementos práticos (não teóricos) sempre terão limites de funcionamento e não-idealidades, como sua resistência interna.

AA 03. Resistores de filme de carbono, de fio e smd (resistores para montagem em superfície).

AA 04. Varistores são resistores que alteram sua resistência com a variação da tensão sobre eles.

AA 05. Marrom = 1, preto = 0, laranja = 3 e dourado = 5%; então a resistência será: $10\text{ k}\Omega \times 5\%$.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -

LEI DE OHM

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, julho de 2020 (*revisado em dezembro de 2020*).

LEI DE OHM

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar a Lei de Ohm.

Objetivos parciais

- Conhecer o conceito de Lei de Ohm;
- Aplicar a Lei de Ohm em circuitos de corrente contínua;
- Analisar circuitos utilizando a Lei de Ohm;
- Resolver exercícios envolvendo fontes de tensão e resistores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 04 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 03 relacionado a fontes de tensão e resistores.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será analisar circuitos em série de resistores.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 04);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 04).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - LEI DE OHM

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo das principais grandezas elétricas, suas unidades de medidas e como fazer a medição destas grandezas com o uso de multímetros; além dos elementos de circuitos que foram as fontes de tensão e os resistores. A partir de agora começaremos a fazer análise de circuitos efetivamente; assim, inicialmente estudaremos a Lei de Ohm, que é fundamental para o estudo de circuitos elétricos e eletrônicos.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Lei de Ohm;
- Aplicação da Lei de Ohm;
- Análise de circuitos simples.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar com suas palavras o que é a Lei de Ohm;
- Aplicar a Lei de Ohm na análise de circuitos;
- Analisar circuitos simples com uma fonte de tensão e um resistor.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por uma fonte de tensão e um resistor e solicitar que o mesmo calcule as principais grandezas deste circuito (corrente, tensão e resistência).

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é a Lei de Ohm.
2. Calcule a corrente em um circuito com uma fonte de 12 V e um resistor de 6 Ω .
3. Calcule a tensão sobre um resistor de 10 Ω pelo qual circula uma corrente de 1 A.
4. Calcule a resistência de um resistor submetido a uma tensão de 12 V e pelo qual circula uma corrente de 2 A.

2 Lei de Ohm

2.1 Introdução

A Lei de Ohm interrelaciona a corrente, tensão e resistência em um elemento e foi desenvolvida pelo físico alemão Georg Simon Ohm que viveu entre 1789 e 1854. A Lei de Ohm é de utilidade essencial para análise de circuitos elétricos. Assim, é muito importante que você entenda bem o significado da Lei de Ohm e sua aplicação em circuitos com fontes de tensão e resistores.

2.2 Lei de Ohm

A Lei de Ohm é uma lei que toma por base a relação causa e efeito em um elemento, isto é, em um resistor, aplicando-se uma tensão (causa), ocorrerá o surgimento de uma corrente (efeito).

A definição de Lei de Ohm é:

- Em um circuito elétrico, a corrente elétrica (i) será proporcional à tensão aplicada (v) e à resistência (R) oferecida pelo circuito.

Onde:

- I é a corrente elétrica em ampères (A);
- V é a tensão elétrica em volts (V);
- R é a resistência elétrica em ohms (Ω).

As expressões matemáticas da Lei de Ohm são:

$$I = \frac{V}{R} [\text{ampères}, A]$$

$$V = R \cdot I [\text{volts}, V]$$

$$R = \frac{V}{I} [\text{ohm}, \Omega]$$

A Figura 1 mostra um circuito elétrico básico, formado por um resistor conectado em uma fonte de tensão e pelo qual circula uma corrente elétrica.

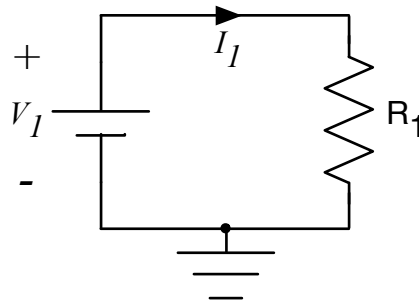


Figura 1 – Circuito elétrico básico.

É importante destacar que:

- As polaridades nos componentes passivos (resistor - R, indutor - L e capacitor - C) são definidas como a corrente **entrando** no elemento, pelo terminal de tensão positiva (+).
- As polaridades nos componentes ativos (fontes) são definidas como a corrente **saindo** no elemento, pelo terminal de tensão positiva (+).

Assim, é comum se utilizarem figuras para exemplificar as expressões matemáticas da Lei de Ohm, como está mostrado na Figura 2.

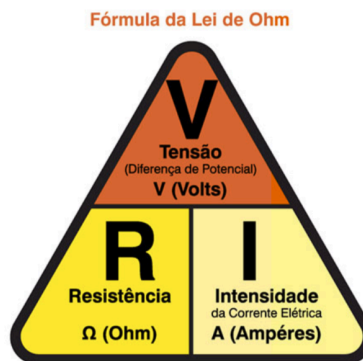


Figura 2 – Figura ilustrativa da Lei de Ohm.

Fonte: <https://www.grupoescolar.com/pesquisa/lei-de-ohm.html>. Acesso em 27/07/2020.

2.1 Aplicação da Lei de Ohm

A seguir faremos a aplicação da Lei de Ohm em circuitos elétricos. Teremos três situações distintas:

- Conhecendo a tensão (V) e a corrente (I), calcular a resistência (R);
- Conhecendo a tensão (V) e a resistência (R), calcular a corrente (I);
- Conhecendo a corrente (I) e a resistência (R), calcular a tensão (V).

2.1.1 Determinar a corrente em um resistor

Exemplo 1:

O circuito da Figura 3 possui uma fonte de tensão de 12 V, conectada em um resistor de 3 Ω. Determine a corrente no resistor.

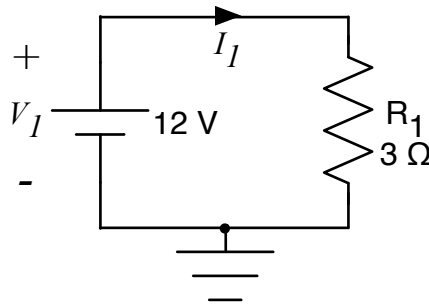


Figura 3 – Circuito elétrico para determinar a corrente elétrica.

A corrente elétrica será calculada aplicando-se a Lei de Ohm ao resistor, usando a expressão a seguir:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{3} = 4A$$

Exemplo 2:

Considere o circuito da Figura 1, onde um resistor de 1 kΩ está conectado em uma fonte de tensão de 5 V. Qual será a corrente no resistor?

A corrente será calculada por:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5}{1k} = 5mA$$

2.1.2 Determinar a tensão em um resistor

Exemplo 3:

O circuito da Figura 4 é formado por um resistor de 100 Ω pelo qual circula uma corrente de 1,5 A. Determine a tensão no resistor.

A tensão elétrica será calculada aplicando-se a Lei de Ohm ao resistor, usando a expressão a seguir:

$$V = R \cdot I = 100 \cdot 1,5 = 150V$$

Exemplo 4:

Considere o circuito da Figura 1, onde um resistor de 1 kΩ está submetido a uma corrente

de 10 mA. Qual será a tensão no resistor?

A tensão será calculada por:

$$V = R \cdot I = 1k \cdot 10m = 10V$$

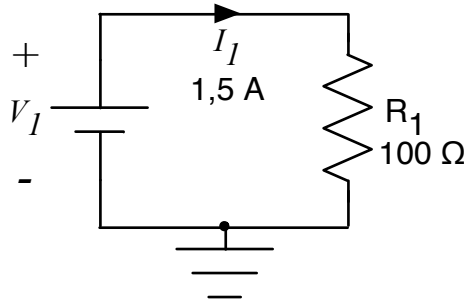


Figura 4 – Circuito elétrico para determinar a tensão elétrica.

2.1.3 Determinar a resistência em um resistor

Exemplo 5:

O circuito da Figura 5 é formado um resistor conectado em uma fonte de 5 V e pelo qual circula uma corrente de 2 A. Determine a resistência no resistor.

A resistência elétrica será calcula aplicando-se a Lei de Ohm ao resistor, usando a expressão a seguir:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{5}{2} = 2,5\Omega$$

Exemplo 6:

Considere o circuito da Figura 1, onde uma fonte de tensão de 9 V está conectada a um resistor pelo qual circula uma corrente de 3 mA. Qual será a resistência no resistor?

A resistência será calculada por:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{9}{3m} = 3k\Omega$$

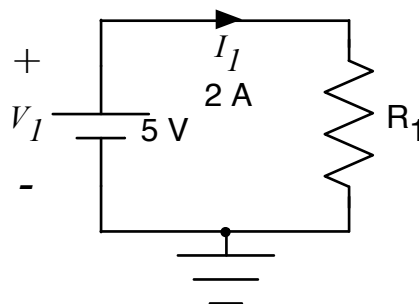


Figura 5 – Circuito elétrico para determinar a resistência elétrica.

2.1 Gráfico da Lei de Ohm

A partir das relações da Lei de Ohm podem ser traçados gráficos para visualizar o comportamento da resistência elétrica, por exemplo.

Considere que foi realizado um ensaio de laboratório, aplicando-se diferentes valores de tensão sobre um resistor e medindo-se a corrente no circuito. Os valores obtidos estão mostrados na tabela a seguir.

Tabela 1 - Valores medidos em laboratório para um resistor.

| Medida | Tensão | Corrente |
|--------|--------|----------|
| 1 | 1 V | 10 mA |
| 2 | 2 V | 20 mA |
| 3 | 3 V | 30 mA |
| 4 | 4 V | 40 mA |
| 5 | 5 V | 50 mA |
| 6 | 6 V | 60 mA |
| 7 | 7 V | 70 mA |
| 8 | 8 V | 80 mA |
| 9 | 9 V | 90 mA |
| 10 | 10 V | 100 mA |

Traçando-se o gráfico dos pontos da tabela de valores medidos em laboratório, colocando-se no eixo horizontal a tensão elétrica em volts (variável independente) e no eixo vertical a corrente elétrica em miliampères (variável dependente), se terá a Figura 6.

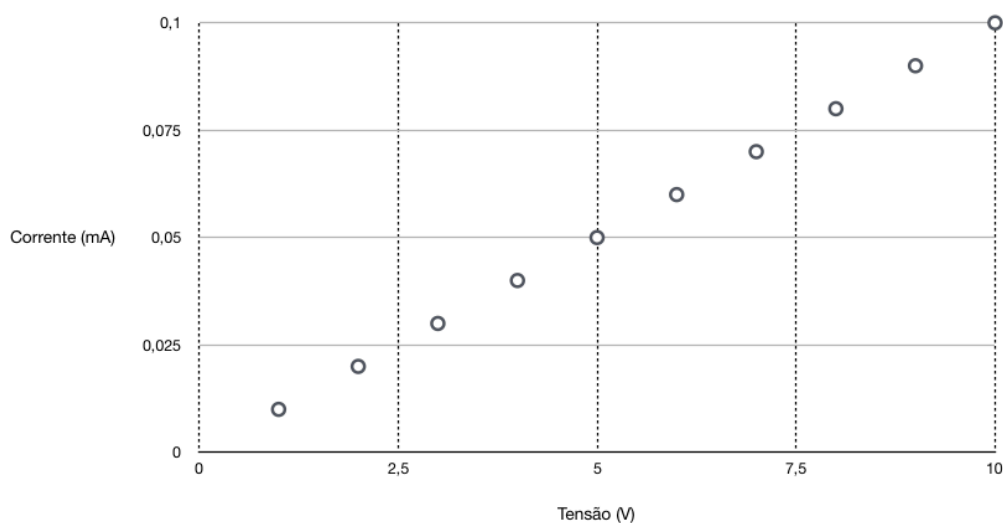


Figura 6 – Gráfico da corrente em função da tensão no resistor.

Note que na posição 5 V e 50 mA se poderia extrair os valores diretamente do gráfico,

calculando-se a resistência, como sendo:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{5}{50m} = \frac{5}{0,05} = 100\Omega$$

Interessante destacar que o comportamento da resistência é linear, ou seja, a corrente cresce em proporção fixa com o aumento da tensão.

Conforme vimos na aula anterior, para resistores do tipo termistor (varia resistência com a temperatura), varistor (varia a resistência com a tensão) ou LDR (varia a resistência com a intensidade luminosa), os gráficos serão em forma de curvas que terão variações abruptas (não-lineares), diferentes deste exemplo mostrado aqui.

3 Potência e Energia

3.1 Introdução

A partir do cálculo das principais grandezas em um elemento de circuito, também será possível determinar a potência e energia sobre o mesmo. Assim, neste item será apresentado como determinar a potência e energia em um resistor.

3.2 Potência Elétrica

A potência elétrica está associada com a capacidade de realização de trabalho durante um determinado intervalo de tempo. A unidade de medida de potência elétrica (P) é o watt (W), sendo que 1 watt equivale a um joule por segundo.

A definição de potência é:

$$P = \frac{W}{t} \left[\text{watts}, W, \text{ou joules} / \text{segundo}, J / S \right]$$

$$1 \text{ watt}(W) = 1 \text{ joule} / \text{segundo}(J / s)$$

Onde:

- P é a potência em watts (W);
- W é a energia em joules (J);
- t é o tempo em segundos (s).

As expressões matemáticas para cálculo da potência são:

$$P = V \cdot I \text{ [watts, } W \text{]}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \text{ [watts, } W \text{]}$$

$$P = R \cdot I^2 \text{ [watts, } W \text{]}$$

Exemplo 7:

Considerando que um resistor esteja conectado em uma fonte de 12 V e pelo mesmo está circulando uma corrente de 2 A. Qual será a potência no resistor?

A potência será calculada por:

$$P = V \cdot I = 12 \cdot 2 = 24W$$

Exemplo 8:

Considerando que um resistor de 100 Ω esteja conectado em uma fonte de 12 V. Qual será a potência no resistor?

A potência será calculada por:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{12^2}{100} = 1,44W$$

Exemplo 9:

Considerando que um resistor de 1 k Ω esteja submetido a uma corrente de 10 mA. Qual será a potência no resistor?

A potência será calculada por:

$$P = R \cdot I^2 = 1k \cdot (10m)^2 = 0,1W$$

3.3 Energia Elétrica

A energia elétrica é o trabalho realizado pela corrente elétrica ao longo do tempo. A unidade de medida de energia elétrica (W) é o joule (J), sendo que 1 joule equivale a um watt multiplicado por um segundo.

A definição de energia é:

$$W = P \cdot t \text{ [joules, } J \text{, watts – segundos]}$$

$$1 \text{ joule}(J) = 1 \text{ watt} \cdot 1 \text{ segundo}$$

Onde:

- P é a potência em watts (W);

- W é a energia em joules (J);
- t é o tempo em segundos (s).

As expressões matemáticas para cálculo da energia são:

$$W = P \cdot t \text{ [joules, J]}$$

$$\text{Energia (Wh)} = \text{potência (W)} \cdot \text{tempo (h)}$$

$$\text{Energia (kWh)} = \frac{\text{potência (W)} \cdot \text{tempo (h)}}{1000}$$

Exemplo 10:

Um resistor que está ligado em uma fonte de tensão de 12 V, com corrente de 1 A, está processando uma potência de 12 W. Qual será a energia deste resistor se o mesmo ficar ligado por 10 segundos?

A energia será calculada por:

$$W = P \cdot t = 12 \cdot 10 = 120J$$

Exemplo 11:

Um resistor que está ligado em uma fonte de tensão de 12 V, com corrente de 1 A, está processando uma potência de 12 W. Qual será a energia deste resistor se o mesmo ficar ligado por 10 minutos?

A energia será calculada por:

$$W = P \cdot t = 12 \cdot 10 \cdot 60 = 7200J$$

Note que foi necessário multiplicar o tempo por 60, pois 10 minutos = 10 x 60 = 600 segundos.

Exemplo 12:

Um resistor que está ligado em uma fonte de tensão de 12 V, com corrente de 1 A, está processando uma potência de 12 W. Qual será a energia deste resistor se o mesmo ficar ligado por 10 horas?

A energia será calculada por:

$$W = P \cdot t = 12 \cdot 10h = 120Wh$$

Neste caso a unidade de medida de energia escolhida foi o watt-hora, pois o tempo está

em horas.

Exemplo 13:

Um resistor que está ligado em uma fonte de tensão de 12 V, com corrente de 1 A, está processando uma potência de 12 W. Qual será a energia deste resistor se o mesmo ficar ligado por 10 horas durante 30 dias?

A energia será calculada por:

$$W = P \cdot t = 12 \cdot 10h \cdot 30 = 3600Wh$$

$$W = P \cdot t = \frac{12 \cdot 10h \cdot 30}{1000} = 3,6kWh$$

Neste caso a unidade de medida de energia escolhida foi o kWh, pois o tempo está em horas e por um período de 30 dias.

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é a Lei de Ohm?

A Lei de Ohm relaciona a corrente em função da tensão e resistência no resistor.

ER 02. Um resistor de 5 Ω está conectado em uma fonte de 12 V. Qual a corrente neste resistor?

A corrente será a tensão dividida pela resistência. Então $i = V/R = 12/5 = 2,4$ A.

ER 03. Um resistor de 22 Ω está submetido a uma corrente de 5 mA. Qual a tensão no resistor?

A tensão será o produto da resistência e da corrente. Então $V = R \times I = 22 \times 5m = 110$ mV.

ER 04. Uma fonte de tensão de 9 V está conectada em um resistor, pelo qual está circulando uma corrente de 3 A. Qual a resistência do resistor?

A resistência será a divisão da tensão pela corrente. Então $R = V/I = 9/3 = 3$ Ω .

ER 05. Um resistor de 1 k Ω está conectado em uma fonte de 12 V. Qual a potência neste resistor?

Neste caso podemos inicialmente calcular a corrente e depois a potência, ou então calcular a potência diretamente. No primeiro caso, $I = V/R = 12/1k = 12$ mA e então $P = V \times I = 12 \times 12m = 144$ mW. Já se fizermos diretamente, teremos $P = V^2/R = 12^2/1k = 0,144$ W ou 144 mW.

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é a Lei de Ohm.

EP 02. Um resistor de 15Ω está conectado em uma fonte de 5 V. Qual a corrente neste resistor?

EP 03. Um resistor de 33Ω está submetido a uma corrente de 1 mA. Qual a tensão no resistor?

EP 04. Uma fonte de tensão de 9 V está conectada em um resistor, pelo qual está circulando uma corrente de 1 A. Qual a resistência do resistor?

EP 05. Um resistor de $1 \text{ k}\Omega$ está conectado em uma fonte de 9 V. Qual a potência neste resistor?

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. A Lei de Ohm relaciona quais grandezas elétricas entre si.

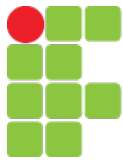
AA 02. Um resistor de 100Ω está conectado em uma fonte de 5 V. Qual a corrente neste resistor?

AA 03. Um resistor de 330Ω está submetido a uma corrente de 2 mA. Qual a tensão no resistor?

AA 04. Uma fonte de tensão de 9 V está conectada em um resistor, pelo qual está circulando uma corrente de 4,5 A. Qual a resistência do resistor?

AA 05. Um resistor de 100Ω está conectado em uma fonte de 5 V. Qual a potência neste resistor?

AA 01. A Lei de Ohm relaciona entre a tensão, corrente e resistência elétricas.
 AA 02. A corrente será $I = V/R = 5/100 = 0,05 \text{ A} = 50 \text{ mA}$.
 AA 03. A tensão será $V = R \times I = 330 \times 2\text{m} = 660 \text{ mV} = 0,66 \text{ V}$.
 AA 04. A resistência será $R = V/I = 9/4,5 = 2 \Omega$.
 AA 05. A potência será $P = V^2/R = 5^2/100 = 0,25 \text{ W}$.



INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CIRCUITO SÉRIE

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, agosto de 2020 (*revisado em dezembro de 2020*).

CIRCUITO SÉRIE

Objetivo de Aprendizagem

Analisar circuito série de resistores.

Objetivos parciais

- Conhecer o circuito série;
- Calcular a resistência total de circuitos em série;
- Analisar circuitos série de resistores;
- Resolver exercícios envolvendo circuitos série de resistores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 05 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 04 relacionado a Lei de Ohm.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT).

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 05);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 05).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CIRCUITO SÉRIE

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo das grandezas elétricas e suas relações, especificamente na Lei de Ohm. A partir de agora iniciaremos o estudo de circuitos onde ocorrem conexões em série e/ou em paralelo, resultando em mais componentes interconectados. Estudaremos inicialmente os circuitos com resistores em série.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Circuito série de resistores;
- Cálculo da resistência total.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Identificar um circuito em série de resistores;
- Calcular a resistência total de um circuito em série.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por resistores interconectados, sendo que deve ser feita a identificação do circuito, ou seja, verificar se o mesmo é um circuito em série, e em seguida calcular a resistência total do circuito.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Identifique se o exemplo a seguir é um circuito série de resistores.
2. Calcule a resistência total do circuito série de resistores.

2 Circuito Série de Resistores

2.1 Introdução

Um circuito com resistores em série tem a característica de que a saída de um elemento está conectada na entrada de outro elemento, unicamente. Assim, a corrente do circuito será a mesma em todos os elementos. A associação série pode ser de fontes de tensão, resistores,

indutores, capacitores ou outros elementos de circuitos.

A seguir apresentaremos o esquemático de circuitos em série de resistores e também exemplos de partes de circuitos que possuem conexão em série.

2.2 Circuito série de resistores

Um circuito em série de resistores pode conter dois ou mais elementos, sendo que sempre a saída de um componente estará conectada na entrada do próximo. Os resistores não possuem polaridade, ou seja, não tem entrada e saída, sendo assim, um será conectado após o outro, sem necessidade de se verificar se o mesmo está invertido ou não. Por outro lado, para a análise de circuitos, por exemplo para aplicar a Lei de Ohm, deve-se atribuir uma polaridade para a tensão sobre o resistor e um sentido para a corrente no mesmo, conforme estudado anteriormente neste curso.

As características de um circuito em série são:

- O terminal de um componente está conectado a apenas um terminal de outro componente, ou seja, não se tem a presença de nós;
- A corrente em todos os elementos é igual.

A Figura 1 mostra um circuito elétrico básico, formado por um resistor conectado em uma fonte de tensão e pelo qual circula uma corrente elétrica. Este circuito pode ser interpretado como um circuito série, entre a fonte e o resistor, pois a corrente em todos os componentes é a mesma e não há a presença de nós (pontos de divisão de corrente) no circuito.

Por sua vez, no circuito da Figura 2 é mostrado um circuito misto, isto é, série-paralelo, com resistores e fontes de tensão. Destaca-se que este circuito tem dois nós, que são pontos de conexão de três ou mais elementos de circuitos, e onde a corrente se divide. Ainda é importante observar no Figura 2 que há partes do circuito onde os elementos estão em série, que são:

- V_1 e R_1 – ramo 1, onde estão em série a fonte de tensão 1 e o resistor R_1 ;
- V_2 e R_3 – ramo 2, onde estão em série a fonte de tensão 2 e o resistor R_3 .

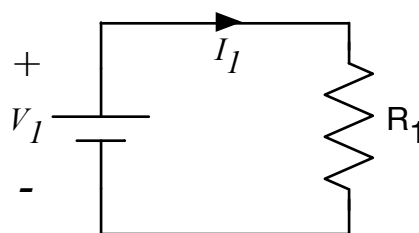


Figura 1 – Circuito elétrico básico.

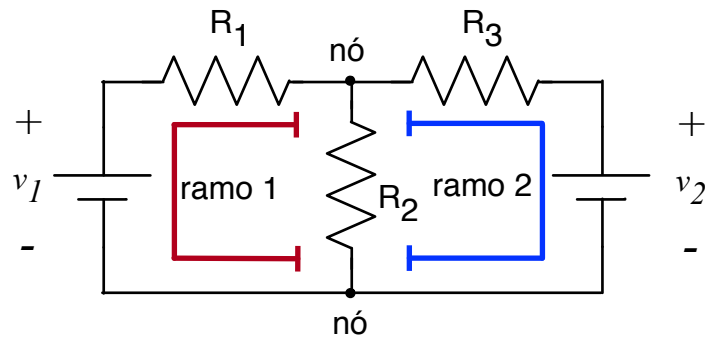


Figura 2 – Circuito misto com resistores e fontes de tensão.

2.3 Circuito série com dois resistores

O circuito com dois resistores é mostrado na Figura 3 onde se tem R_1 e R_2 . Note que o terminal de R_1 está conectado unicamente no terminal de R_2 .

A resistência total ou equivalente de um circuito com dois resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2$$

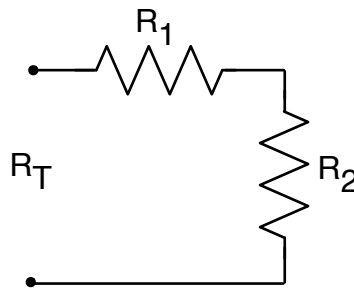


Figura 3 – Circuito série com dois resistores.

2.3.1 Cálculo da resistência total em circuito com dois resistores

Exemplo 1:

Determine a resistência equivalente de um circuito série com um resistor de 100Ω e outro resistor de 220Ω .

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 \rightarrow R_T = 100 + 220 = 320 \Omega$$

Exemplo 2:

Determine a resistência equivalente de um circuito série com um resistor de $1 \text{ k}\Omega$ e outro resistor de $3,3 \text{ k}\Omega$.

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 \rightarrow R_T = 1k + 3,3k = 4,3k \Omega$$

Exemplo 3:

A resistência total de um circuito em série com dois resistores é de 1000Ω , sendo que um dos resistores tem resistência de 820Ω . Qual a resistência do outro resistor?

A resistência total é dada por:

$$R_T = R_1 + R_2$$

Assim:

$$R_2 = R_T - R_1 = 1000 - 820 = 180\Omega$$

2.4 Circuito série com três resistores

O circuito com três resistores é mostrado na Figura 4 onde se tem R_1 , R_2 e R_3 .

A resistência total ou equivalente de um circuito com três resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

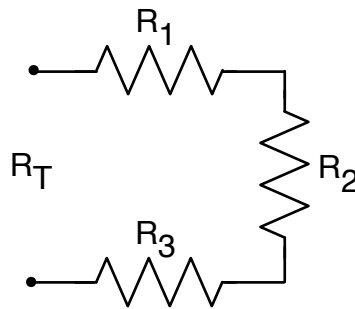


Figura 4 – Circuito série com três resistores.

Exemplo 4:

Determine a resistência equivalente de um circuito série formado por três resistores com resistências 10Ω , 22Ω e 33Ω .

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 \rightarrow R_T = 10 + 22 + 33 = 65\Omega$$

Exemplo 5:

Determine a resistência equivalente de um circuito série formado por três resistores com resistências 10Ω , 100Ω e 10000Ω .

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 \rightarrow R_T = 10 + 100 + 10000 = 10110\Omega = 10,1k\Omega$$

Note que como um dos resistores tem resistência muito superior aos demais, este

sobressai no valor resultante. Assim, no circuito em série, será predominante aquela resistência que for muito mais alta que as demais, podendo-se fazer a seguinte aproximação:

$$R_T \cong R_3 \rightarrow R_T \cong 10000\Omega \cong 10k\Omega$$

2.5 Circuito série com quatro resistores

O circuito com quatro resistores é mostrado na Figura 5 onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_4 .

A resistência total ou equivalente de um circuito com quatro resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

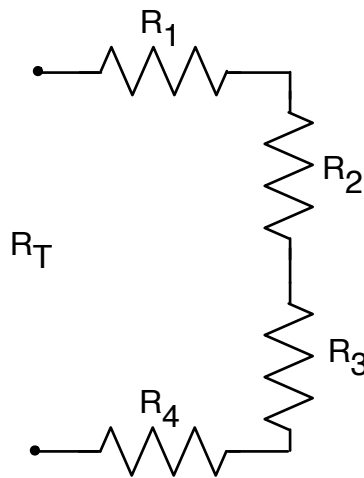


Figura 5 – Circuito série com quatro resistores.

Exemplo 6:

Determine a resistência equivalente de um circuito série formado por quatro resistores com resistências $1\text{ k}\Omega$, $2,2\text{ k}\Omega$, $3,3\text{ k}\Omega$ e $2,2\text{ k}\Omega$.

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \rightarrow R_T = 1k + 2,2k + 3,3k + 2,2k = 8,7k\Omega$$

2.6 Circuito série com n resistores

O circuito com mais que dois resistores pode ser generalizado, conforme mostrado na Figura 6, onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_n , onde n representa qualquer número inteiro acima de quatro.

A resistência total ou equivalente de um circuito com n resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

Exemplo 7:

Um circuito série é formado por seis resistores de $1\text{ k}\Omega$. Qual a resistência total?

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$$

$$R_T = R + R + R + R + R + R = 6 \cdot R$$

$$R_T = 6 \cdot 1k = 6k\Omega$$

Exemplo 8:

Quantos resistores de 10 kΩ devem ser ligados em série para se obter uma resistência equivalente de 180 kΩ.

Neste caso, como os resistores são iguais, do mesmo modo que no exemplo 7, se tem:

$$R_T = n \cdot R \rightarrow n = \frac{R_T}{R} = \frac{180k}{10k} = 18$$

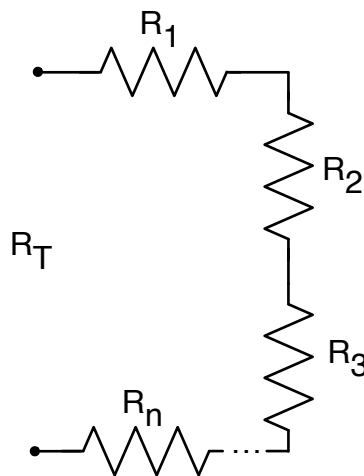


Figura 6 – Circuito série com n resistores.

3 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é um circuito em série de resistores?

No circuito em série de resistores, o terminal de um resistor será conectado unicamente no terminal do próximo resistor, sem a presença de nós no circuito, ou seja, de pontos onde a corrente se divide.

ER 02. Um resistor de 5 Ω é ligado em série com outro resistor de 5 Ω. Qual a resistência do conjunto?

Neste caso, como se tem dois resistores de 5 Ω, a resistência total será $5 + 5 = 10 \Omega$.

ER 03. Um resistor de $22\ \Omega$ está ligado em série com outro resistor de $33\ \Omega$ e estes estão conectados em série um resistor de $47\ \Omega$. Qual a resistência total?

A resistência total será a soma das resistências, sendo $22 + 33 + 47 = 102\ \Omega$.

ER 04. Um resistor de $10\ \Omega$ está ligado em série com outro resistor de $10\ \text{k}\Omega$. Qual a resistência do conjunto?

Neste caso, como o resistor de $10\ \text{k}\Omega$ tem resistência muito superior a $10\ \Omega$, então pode-se aproximar a resistência total pelo valor do maior resistor, isto é, a resistência total será de aproximadamente $10\ \text{k}\Omega$.

ER 05. A resistência total de uma associação de resistores deve ser de $5\ \text{M}\Omega$. Quantos resistores de $100\ \text{k}\Omega$ devem ser ligados em série?

Para obter $5\ \text{M}\Omega$ deve-se ligar $5\text{M}/100\text{k} = 5000\text{k}/100\text{k} = 50$ resistores de $100\ \text{k}\Omega$.

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é um circuito em série de componentes eletrônicos.

EP 02. Um resistor de $15\ \Omega$ está conectado em série com outro resistor de $15\ \Omega$. Qual a resistência do conjunto?

EP 03. Um resistor de $33\ \Omega$ está conectado em série com outro resistor de $33\ \Omega$ e estes em série com um resistor de $22\ \Omega$. Qual a resistência total do circuito?

EP 04. Cinco resistores de $1\ \text{k}\Omega$ são ligados em série. Qual a resistência total do conjunto?

EP 05. Quantos resistores de $10\ \text{k}\Omega$ são necessários para se obter uma resistência total de $100\ \text{k}\Omega$?

4 Atividade Avaliativa

4.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Um determinado circuito de resistores tem um ponto de conexão (nó) onde foram

conectados juntamente quatro resistores. Este circuito pode ser denominado de circuito série de resistores?

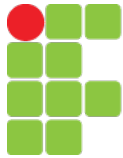
AA 02. Um resistor de $100\ \Omega$ foi conectado em série com outro resistor de $100\ \Omega$. Qual a resistência total do conjunto?

AA 03. Um resistor de $330\ \Omega$ está conectado em série com um resistor de $220\ \text{k}\Omega$. Qual a resistência equivalente?

AA 04. Ligando-se cinco resistores de $1\ \text{k}\Omega$ em série, qual será a resistência equivalente?

AA 05. Quantos resistores de $22\ \text{k}\Omega$ são necessários para se obter uma resistência de $330\ \text{k}\Omega$?

AA 01. Como o circuito tem um nó onde foram conectados vários resistores, ocorre a divisão da corrente neste ponto. Assim, o circuito não é um circuito série de resistores.
AA 02. A resistência total será $100 + 100 = 200\ \Omega$.
AA 03. Neste caso, como $220\ \text{k}\Omega$ é muito maior do que $330\ \Omega$, então a resistência total pode ser aproximada por $220\ \text{k}\Omega$.
AA 04. Cinco resistores em série de $1\ \text{k}\Omega$ resultam em $5 \times 1\text{k} = 5\ \text{k}\Omega$.
AA 05. Serão necessários $330\text{k}/22\text{k} = 15$ resistores.



INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -

LEI DE KIRCHHOFF DAS TENSÕES (LKT)

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, agosto de 2020 (*revisado em fevereiro de 2021*).

LEI DE KIRCHHOFF DAS TENSÕES (LKT)

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT).

Objetivos parciais

- Conhecer a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT);
- Aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT);
- Analisar circuitos série de resistores;
- Resolver exercícios envolvendo circuitos série de resistores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 05 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 05 relacionado a circuitos série.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar circuitos paralelo de resistores.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 05);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 05).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

**- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
LEI DE KIRCHHOFF DAS TENSÕES (LKT)**

1 Introdução

A aula anterior apresentou o circuito série de resistores, que agora será foco do estudo da Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT). Assim, faremos a análise das grandezas elétricas no circuito série de resistores, iniciando por um circuito com dois elementos, e evoluindo para circuitos com qualquer número de componentes em série.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Conhecer a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT);
- Aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT).

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Identificar um circuito em série de resistores;
- Aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT).

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por resistores interconectados, sendo que deve ser feita a identificação do circuito, ou seja, verificar se o mesmo é um circuito em série, e em seguida aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) para a análise do circuito.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Identifique se o exemplo a seguir é um circuito série de resistores.
2. Aplique a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) na análise do circuito apresentado.

2 Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT)

2.1 Introdução

Um circuito com resistores em série tem a característica de que a saída de um elemento está conectado na entrada de outro elemento, unicamente. Assim, a corrente do circuito será a mesma em todos os elementos. A associação série pode ser de fontes de tensão, resistores,

indutores, capacitores ou outros elementos de circuitos.

A partir de um circuito série de componentes eletrônicos, pode-se aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT), que consiste em fazer a análise do circuito do ponto de vista das quedas de tensão em cada elemento.

A seguir será apresentada a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) e sua aplicação em circuitos com fontes e resistores.

2.2 Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT)

Em um circuito série de resistores, conforme foi estudado na aula anterior, a corrente é a mesma em todos os elementos. Por sua vez, a tensão se divide sobre os elementos, isto é, cada componente terá uma queda de tensão. A soma das quedas de tensão ao longo do circuito deverá ser igual a tensão da fonte de alimentação; sendo que a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) determina esta relação entre as tensões de um ramo de circuito, isto é, a parte série de um circuito.

A lei, chamada Lei de Kirchhoff para Tensões (LKT), foi desenvolvida por Gustav Kirchhoff em meados do século XIX e tem importância fundamental na análise de circuitos elétricos e eletrônicos.

A definição da Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) é:

- A soma algébrica das elevações e quedas de potencial em torno de um caminho fechado (ou malha fechada) é zero.

$$\sum_{\leftrightarrow} V = 0$$

Em resumo, a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) determina que a soma das tensões ao longo de um caminho fechado deve ser zero. Assim, a soma das quedas de tensão nos elementos do circuito deve corresponder a soma das tensões das fontes de tensão deste circuito.

A Figura 1 mostra um circuito elétrico básico, formado por um resistor conectado em uma fonte de tensão e pelo qual circula uma corrente elétrica. Este circuito pode ser interpretado como um circuito série, entre a fonte e o resistor, pois a corrente em todos os componentes é a mesma e não há a presença de nós (pontos de divisão de corrente) no circuito.

A aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) no circuito da Figura 1 consiste em realizar a sequência de passos a seguir, mostrados na Figura 2:

- 1º – identificar as correntes e tensões no circuito;
- 2º – escolher um ponto do circuito e percorrer o mesmo somando/subtraindo as tensões ao longo do caminho.

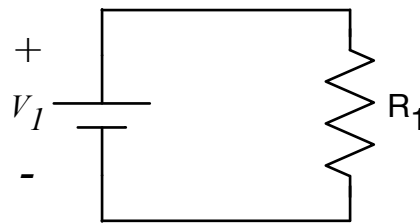


Figura 1 – Circuito elétrico básico.

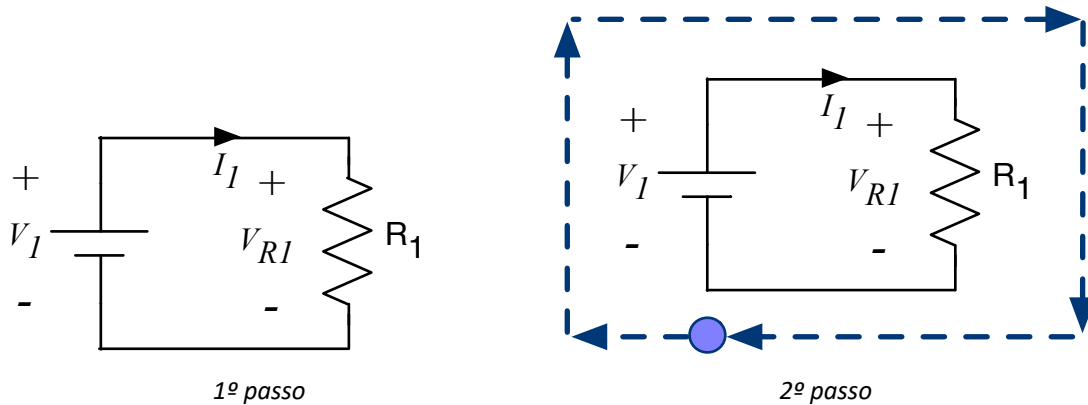


Figura 2 – Passos para aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT).

Inicialmente deve-se identificar as correntes e tensões no circuito. No exemplo do circuito da Figura 1, a tensão da fonte já estava identificada como V_1 , sendo que a seguir se atribuiu um sentido e identificação para a corrente do circuito I_1 , e finalmente, respeitando o sentido da corrente atribuído, se atribuiu uma queda de tensão sobre o resistor R_1 , chamada de V_{R1} .

Além disso, é importante determinar um ponto de início/fim para aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT). Este ponto pode ser em qualquer lugar do circuito. No exemplo da Figura 2 o círculo em azul identifica o início para a soma/subtração das quedas de tensão ao longo do circuito.

Após a identificação das correntes e tensões e do ponto onde se iniciará a somatória das tensões ao longo do circuito, pode-se escolher um sentido, sendo este horário ou anti-horário. Esta escolha não irá interferir no resultado.

Inicialmente vamos fazer a somatória das tensões seguindo o sentido horário, como mostrado pelas setas na Figura 2. Assim, teremos:

$$-V_1 + V_{R1} = 0$$

Note que ao percorrer o caminho fechado, se leva em conta as tensões deste caminho. Ao se deparar com um terminal negativo, como no caso do "-" da fonte de alimentação, deve-se atribuir o sinal negativo para escrever a tensão na equação. Já no caso da tensão no resistor R_1 , no

sentido anti-horário, ao se deparar com o elemento chegamos ao terminal positivo de V_{R1} , então atribuímos a esta tensão o sinal positivo.

A partir da expressão obtida, pode-se concluir que a tensão no resistor é igual a tensão na fonte de alimentação:

$$-V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_{R1} = V_1$$

Se for escolhido o sentido anti-horário para percorrer o circuito, como mostrado na Figura 3, se terá:

$$-V_{R1} + V_1 = 0 \rightarrow V_{R1} = V_1$$

Note que as polaridades ficaram trocadas entre V_1 e V_{R1} , mas ao final o resultado é mesmo do que foi obtido anteriormente; isto é, percorrer o circuito no sentido horário ou anti-horário não altera o resultado da resposta.

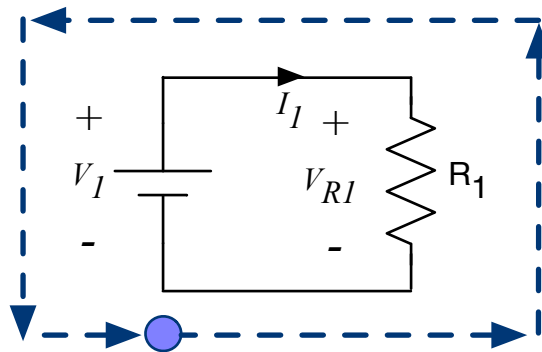


Figura 3 – Circuito elétrico básico e aplicação da LKT.

A título de exemplo, considere o circuito da Figura 4. Neste caso tem-se três fontes de tensão em um circuito série. Aplicar a LKT neste circuito resulta na equação a seguir:

$$-V_1 - V_2 + V_3 = 0 \rightarrow V_3 = V_1 + V_2$$

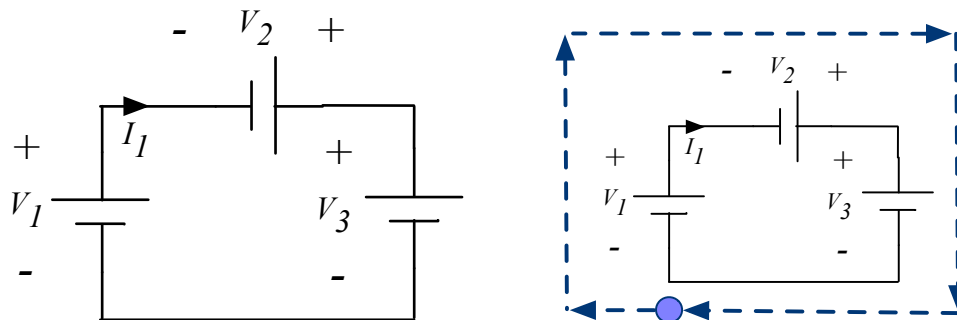


Figura 4 – Circuito elétrico com fontes de tensão.

O circuito da Figura 5 mostra um circuito exemplo com duas fontes de tensão e um resistor. Aplicando a LKT se tem:

$$-V_1 - V_{R1} + V_2 = 0 \rightarrow V_{R1} = V_2 - V_1$$

Por exemplo, se $V_1 = 12\text{ V}$ e $V_2 = 5\text{ V}$, então:

$$V_1 = 12\text{ V}$$

$$V_2 = 5\text{ V}$$

$$V_{R1} = V_2 - V_1 = 5 - 12 = -7\text{ V}$$

Já se $V_1 = 3,3\text{ V}$ e $V_2 = 5\text{ V}$, então:

$$V_1 = 3,3\text{ V}$$

$$V_2 = 5\text{ V}$$

$$V_{R1} = V_2 - V_1 = 5 - 3,3 = 1,7\text{ V}$$

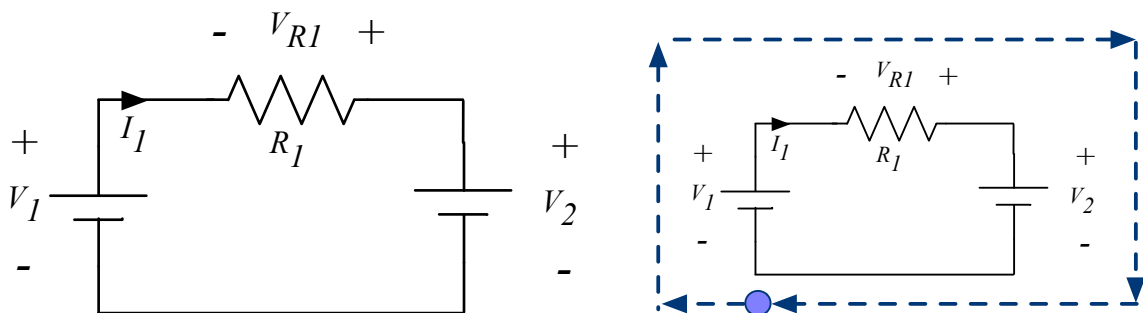


Figura 5 – Exemplo de aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT).

2.3 Circuito série com dois resistores

O circuito com dois resistores é mostrado na Figura 6 onde se tem R_1 e R_2 e a fonte de alimentação V_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) se tem:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} = V_1$$

A queda de tensão em cada resistor será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

Então:

$$V_{R1} + V_{R2} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 = V_1$$

$$(R_1 + R_2) \cdot I_1 = V_1$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$

Também é possível determinar a corrente a partir da análise do circuito com o cálculo da resistência total ou equivalente, que para dois resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2$$

Assim, a corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$

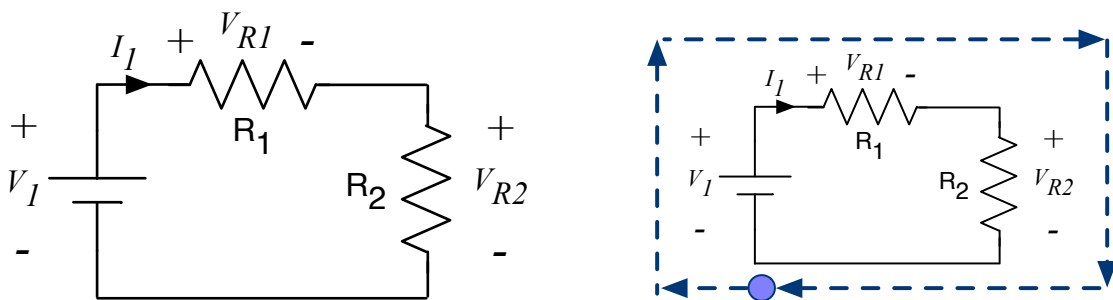


Figura 6 – Circuito série com dois resistores.

2.3.1 Análise de circuito com dois resistores

Exemplo 1:

Determine a corrente e as tensões sobre os elementos de um circuito série com um resistor de 100Ω e outro resistor de 220Ω conectados em uma fonte de alimentação de 12 V .

A expressão das quedas de tensão ao longo do circuito será:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} = V_1$$

Já as quedas de tensão serão:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

Assim:

$$V_{R_1} + V_{R_2} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 = V_1$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{12}{100 + 220} = 37,5mA$$

Assim:

$$V_{R_1} = R_1 \cdot I_1 \rightarrow V_{R_1} = 100 \cdot 37,5m = 3,75V$$

$$V_{R_2} = R_2 \cdot I_1 \rightarrow V_{R_2} = 220 \cdot 37,5m = 8,25V$$

Por fim, pode-se verificar se a análise está correta:

$$V_{R_1} + V_{R_2} = V_1 \rightarrow 3,75V + 8,25V = 12V$$

Como o resultado das quedas de tensão ao longo do circuito coincide com a tensão da fonte, então a análise está correta.

2.4 Circuito série com três resistores

O circuito com três resistores é mostrado na Figura 7 onde se tem R_1 , R_2 e R_3 e a fonte de alimentação V_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) se tem:

$$-V_1 + V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} = 0 \rightarrow V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} = V_1$$

A queda de tensão em cada resistor será:

$$V_{R_1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R_2} = R_2 \cdot I_1$$

$$V_{R_3} = R_3 \cdot I_1$$

Então:

$$V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + \dots + V_{R_N} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_1 + \dots + R_N \cdot I_1 = V_1$$

$$(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 = V_1$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Também é possível determinar a corrente a partir da análise do circuito com o cálculo da

resistência total ou equivalente, que para três resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

Assim, a corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

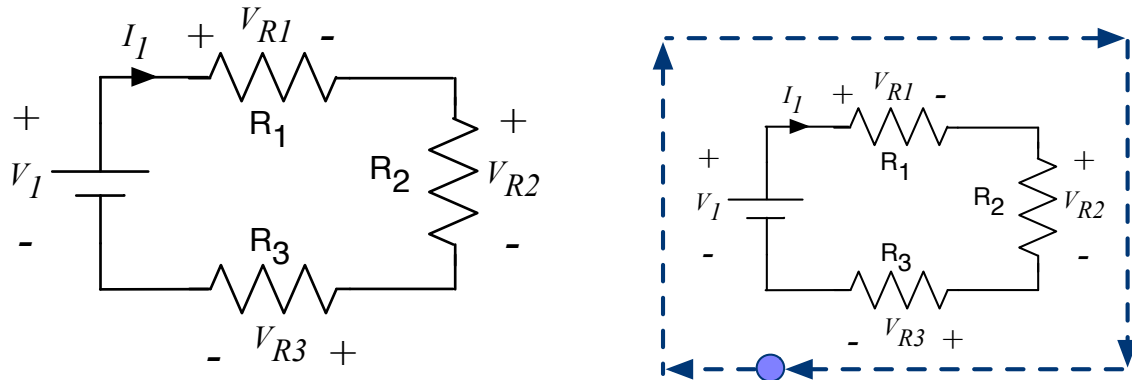


Figura 7 – Circuito série com três resistores.

2.4.1 Análise de circuito com três resistores

Exemplo 2:

Determine a corrente e as tensões sobre os elementos de um circuito série com um resistor de 1 kΩ, um segundo resistor de 2,2 kΩ e um terceiro resistor 3,3 kΩ, conectados em uma fonte de alimentação de 15 V.

A expressão das quedas de tensão ao longo do circuito será:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1$$

Já as quedas de tensão serão:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1$$

Assim:

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_1 = V_1$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{15}{1k + 2,2k + 3,3k} = 2,31mA$$

Assim:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 \rightarrow V_{R1} = 1k \cdot 2,31m = 2,31V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 \rightarrow V_{R2} = 2,2k \cdot 2,31m = 5,08V$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1 \rightarrow V_{R3} = 3,3k \cdot 2,31m = 7,62V$$

Por fim, pode-se verificar se a análise está correta:

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1 \rightarrow 2,31V + 5,08V + 7,62V = 15,01V$$

$$15,01V \cong 15V$$

Em virtude do número de casas decimais utilizadas nos cálculos, é comum se ter uma pequena diferença entre a soma das quedas de tensão dos elementos e o valor da fonte de alimentação; mas que não inviabiliza a análise realizada.

2.5 Circuito série com n resistores

O circuito com n resistores é mostrado na Figura 8 onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_n e a fonte de alimentação V_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) se tem:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + \dots + V_{RN} = 0$$

A queda de tensão em cada resistor será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1$$

...

$$V_{RN} = R_N \cdot I_1$$

Então:

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + \dots + V_{RN} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_1 + \dots + R_N \cdot I_1 = V_1$$

$$(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N) \cdot I_1 = V_1$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N}$$

Também é possível determinar a corrente a partir da análise do circuito com o cálculo da resistência total ou equivalente, que para dois resistores em série será dada por:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

Assim, a corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N}$$

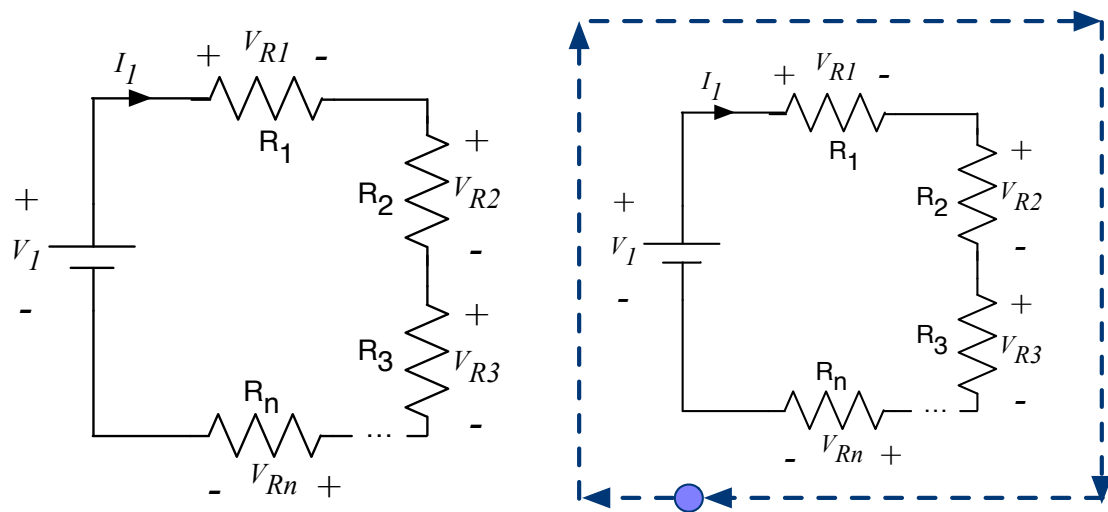


Figura 8 – Circuito série com n resistores.

2.1 Circuito divisor de tensão

A propriedade de um circuito série é a divisão da tensão sobre os elementos do circuito. No exemplo 2, se pode notar que sobre o resistor com a maior resistência se tem a maior queda de tensão; assim, a tensão se divide proporcionalmente conforme a resistência dos resistores.

Esta propriedade da divisão da tensão é utilizada para implementar circuitos divisores de tensão, como mostrado na Figura 9.

Para este circuito se tem:

$$R_T = R_1 + R_2$$

A corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$

Assim:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = V_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

A expressão pode ser generalizada por:

$$V_N = V_1 \cdot \frac{R_N}{R_1 + R_2 + \dots + R_N}$$

Note que no circuito Figura 9, a tensão sobre o resistor R_2 é considerada como a saída do circuito, denominada de V_o .

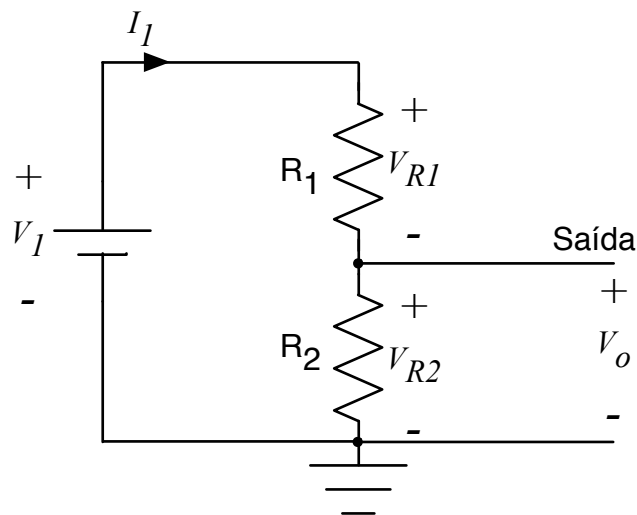


Figura 9 – Circuito divisor de tensão com dois resistores.

Exemplo 3:

Determine a tensão de saída para um divisor de tensão formado por resistores de $10\text{ k}\Omega$, e $1\text{ k}\Omega$, conectados em uma fonte de alimentação de 15 V e tomando-se a saída como sendo o resistor de $1\text{ k}\Omega$.

A tensão sobre o resistor de saída ($1\text{ k}\Omega$) será:

$$V_{1k} = V_1 \cdot \frac{R_{1k}}{R_{1k} + R_{10k}} = 15 \cdot \frac{1k}{1k + 10k} = 1,36V$$

Note que neste caso a relação entre a entrada e a saída é da ordem de 10:1, que é a relação entre os resistores. O circuito divisor de tensão é muito utilizado em eletrônica para medição de tensão e outras aplicações.

3 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é a Lei de Kirchhoff das Tensões.

A Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) determina que a soma das tensões ao longo de um caminho fechado deve ser zero. Assim, em um circuito com resistores conectados em uma fonte de alimentação, a soma das quedas de tensão nos resistores deve corresponder a tensão da fonte de alimentação.

ER 02. Um resistor de $5\ \Omega$ é ligado em série com outro resistor de $6,8\ \Omega$. Se os dois resistores forem conectados em uma fonte de alimentação de $10\ \text{V}$, qual será a tensão sobre cada resistor?

A tensão sobre cada resistor será determinada a partir da aplicação da Lei de Ohm sobre o resistor. Inicialmente se deve determinar a corrente do circuito:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{10}{5 + 6,8} = 0,85\ \text{A}$$

Então as tensões nos resistores serão:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 5 \cdot 0,85 = 4,25\ \text{V}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 6,8 \cdot 0,85 = 5,78\ \text{V}$$

ER 03. Um resistor de $22\ \text{k}\Omega$ está ligado em série com outro resistor de $33\ \text{k}\Omega$ e estes estão conectados em série com um resistor de $47\ \text{k}\Omega$. A associação está conectada em uma fonte de $12\ \text{V}$. Qual será a corrente do circuito?

A corrente do circuito será dada por:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12}{22\text{k} + 33\text{k} + 47\text{k}} = 0,12\ \text{mA}$$

ER 04. Um resistor de $10\ \Omega$ está ligado em série com outro resistor de $10\ \Omega$. O circuito resultante é conectado em uma fonte de tensão de $12\ \text{V}$. Qual será a tensão sobre cada resistor?

A tensão sobre cada resistor pode ser determinada aplicando as expressões para o divisor de tensão, que serão:

$$V_{R1} = V_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{10}{10+10} = 6V$$

$$V_{R2} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{10}{10+10} = 6V$$

Note que neste caso, como os resistores são iguais, a tensão da fonte é dividida de maneira igual entre os mesmos. Assim, pode-se definir que, para um circuito com n resistores iguais se tem:

$$V_R = \frac{V_1}{n}$$

ER 05. Um resistor de 4,7 k Ω é ligado em série com outro resistor de 2,2 k Ω . Se os dois resistores forem conectados em uma fonte de alimentação de 10 V, qual será a tensão sobre cada resistor?

A tensão sobre cada resistor pode ser determinada aplicando as expressões para o divisor de tensão, que serão:

$$V_{R1} = V_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10 \cdot \frac{4,7k}{2,2k + 4,7k} = 6,8V$$

$$V_{R2} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \cdot \frac{2,2k}{2,2k + 4,7k} = 3,2V$$

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que determina a Lei de Kirchhoff das Tensões.

EP 02. Um resistor de 15 Ω está conectado em série com outro resistor de 15 Ω . O conjunto foi conectado em uma fonte de alimentação de 12 V. Qual a corrente no circuito?

EP 03. Um resistor de 33 Ω está conectado em série com outro resistor de 33 Ω e estes em série com um resistor de 22 Ω . O conjunto foi conectado em uma fonte de alimentação de 5 V. Determine a tensão sobre cada resistor.

EP 04. Cinco resistores de 1 k Ω são ligados em série e a associação é conectada em uma fonte de alimentação de 5 V. Determine a corrente no circuito e a tensão sobre cada resistor.

EP 05. Um divisor de tensão com resistores de 100 k Ω e 1 k Ω é conectado em uma tensão de 100 V. Qual será a tensão sobre o resistor de 1 k Ω ?

4 Atividade Avaliativa

4.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Em um circuito série com vários resistores de valores diferentes, qual resistor apresentará a maior queda de tensão?

AA 02. Um resistor de $100\ \Omega$ foi conectado em série com outro resistor de $100\ \Omega$. O conjunto é conectado em uma fonte de alimentação de $12\ \text{V}$. Qual a tensão sobre cada resistor?

AA 03. Um resistor de $330\ \Omega$ está conectado em série com um resistor de $220\ \text{k}\Omega$. O conjunto de resistores é conectado em uma fonte de alimentação de $15\ \text{V}$. De maneira aproximada, qual será a tensão sobre o resistor de $220\ \text{k}\Omega$?

AA 04. Ligando-se cinco resistores de $1\ \text{k}\Omega$ em série, e a associação em uma fonte de alimentação de $10\ \text{V}$; qual será a corrente do circuito?

AA 05. Explique o que é um circuito divisor de tensão?

AA 01. A tensão será dividida proporcionalmente nos resistores conforme seus valores de resistências. Assim, o resistor de maior valor terá a maior queda de tensão.

AA 02. Como os resistores são iguais, a tensão de $12\ \text{V}$ da fonte se dividirá em $6\ \text{V}$ sobre cada resistor.

AA 03. Neste caso, como $220\ \text{k}\Omega$ é muito maior do que $330\ \Omega$, então a resistência total pode ser aproximada por $220\ \text{k}\Omega$. Assim, toda a tensão da fonte de $15\ \text{V}$ ficará sobre o resistor de $220\ \text{k}\Omega$.

AA 04. Cinco resistores em série de $1\ \text{k}\Omega$ resultam em $5\ \text{k}\Omega$. A corrente será a tensão da fonte dividida pela resistência total, isto é, $10\ \text{V} / 5\ \text{k}\Omega = 2\ \text{mA}$.

AA 05. Divisor de tensão é um circuito formado por dois ou mais resistores, com o objetivo de se obter uma tensão menor a partir de tensões mais elevadas. É utilizado para medição de tensão, por exemplo.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CIRCUITO PARALELO

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, agosto de 2020 (*revisado em fevereiro de 2021*).

CIRCUITO PARALELO

Objetivo de Aprendizagem

Analisar circuito paralelo de resistores.

Objetivos parciais

- Conhecer o circuito paralelo;
- Calcular a resistência total de circuitos em paralelo;
- Analisar circuitos com resistores em paralelo;
- Resolver exercícios envolvendo circuitos paralelo de resistores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 06 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 06 relacionado a análise de circuitos em série e Lei de Kirchhoff das Tensões.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 06);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 06).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CIRCUITO PARALELO

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo dos circuitos com elementos em série, especificamente resistores e fontes de tensão. Agora continuaremos o estudo de circuitos onde ocorrem conexões em série e/ou em paralelo, resultando em mais componentes interconectados. Estudaremos neste tópico os circuitos com resistores em paralelo.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Circuito paralelo de resistores;
- Cálculo da resistência total.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Identificar um circuito em paralelo de resistores;
- Calcular a resistência total de um circuito em paralelo.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por resistores interconectados, sendo que deve ser feita a identificação do circuito, ou seja, verificar se o mesmo é um circuito em paralelo, e em seguida calcular a resistência total do circuito.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Identifique se o exemplo a seguir é um circuito paralelo de resistores.
2. Calcule a resistência total do circuito paralelo de resistores.

2 Circuito Paralelo de Resistores

2.1 Introdução

Um circuito com resistores em paralelo tem a característica de que os terminais dos componentes são conectados no mesmo ponto, isto é, todos os terminais de entrada dos resistores são conectados juntos em determinado ponto do circuito, enquanto os terminais de saída dos

mesmos também são conectados juntos, mas em outro ponto do circuito. Assim, a tensão elétrica será a mesma em todos os elementos. A associação paralela pode ser de fontes de tensão, fontes de corrente, resistores, indutores, capacitores ou outros elementos de circuitos.

A seguir apresentaremos o esquemático de circuitos em paralelo de resistores e também exemplos de partes de circuitos que possuem conexão em paralelo.

2.2 Circuito paralelo de resistores

Um circuito em paralelo de resistores pode conter dois ou mais elementos, sendo que sempre a entrada de um componente estará conectada junto a entrada do próximo componente. Os resistores não possuem polaridade, ou seja, não tem entrada e saída, sendo assim um conectado junto ao outro, sem necessidade de se verificar se o mesmo está invertido ou não. Por outro lado, para a análise de circuitos, por exemplo para aplicar a Lei de Ohm, deve-se atribuir uma polaridade para a tensão sobre o resistor e um sentido para a corrente no mesmo, conforme estudado anteriormente neste curso.

As características de um circuito em paralelo são:

- O terminal de um componente está conectado a um ou mais terminais de outros componentes, com a formação de nós onde a corrente se divide;
- A tensão em todos os elementos é igual.

A Figura 1 mostra um circuito elétrico básico, formado por um resistor conectado em uma fonte de tensão e pelo qual circula uma corrente elétrica. Este circuito pode ser interpretado como um circuito série, entre a fonte e o resistor, pois a corrente em todos os componentes é a mesma e não há a presença de nós (pontos de divisão de corrente) no circuito. Por outro lado, também pode ser interpretado como um circuito em paralelo, visto que a tensão nos dois elementos é a mesma.

Por sua vez, no esquemático da Figura 2 é mostrado um circuito misto, isto é, série-paralelo, com resistores e fontes de tensão. Destaca-se que este circuito tem dois nós, que são pontos de conexão de três ou mais elementos de circuitos, e onde a corrente se divide. Ainda é importante observar na Figura 2 que há partes do circuito onde os elementos estão em série, que são:

- V_1 e R_1 – ramo 1, onde estão em série a fonte de tensão 1 e o resistor R_1 ;
- V_2 e R_3 – ramo 2, onde estão em série a fonte de tensão 2 e o resistor R_2 .

Ainda pelo circuito da Figura 2, pode-se identificar partes do circuito que estão em paralelo, que são:

- V_1 e R_1 – ramo 1, onde estão em série a fonte de tensão 1 e o resistor R_1 ; está em paralelo com o resistor R_2 e com o ramo 2;
- R_2 – o resistor R_2 está em paralelo com os ramos 1 e 2 do circuito;
- V_2 e R_3 – ramo 2, onde estão em série a fonte de tensão 2 e o resistor R_3 ; que por sua vez estão em paralelo com o ramo 1 e o resistor R_2 .

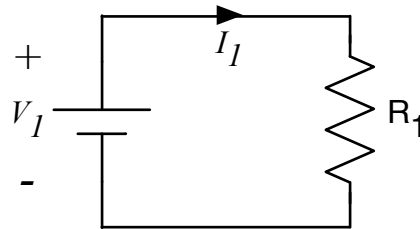


Figura 1 – Circuito elétrico básico.

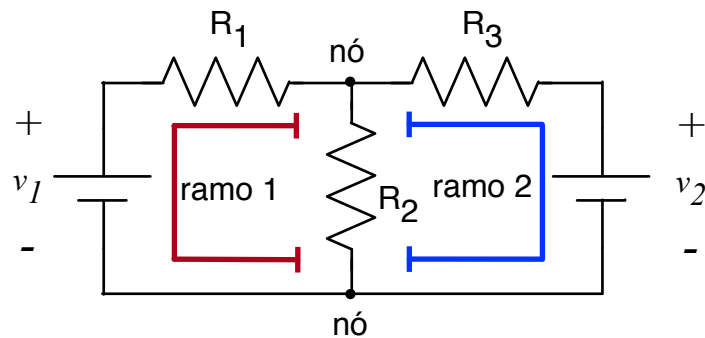


Figura 2 – Circuito misto com resistores e fontes de tensão.

2.3 Circuito paralelo com dois resistores

O circuito com dois resistores é mostrado na Figura 3 onde se tem R_1 e R_2 . Note que o terminal de R_1 está conectado junto ao terminal de R_2 e ambos estão conectados no terminal positivo da fonte de alimentação V_1 .

Para mostrar as características do circuito em paralelo pode-se observar a Figura 4 onde se tem dois resistores conectados em uma fonte de alimentação. Note a presença de um nó, onde ocorre a divisão da corrente do circuito. Observe também que a tensão será a mesma em todos os pontos do circuito.

Na próxima aula estudaremos a análise de circuito, onde será constatado que:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1$$

$$I_1 = I_{R1} + I_{R2}$$

Por enquanto, considere as expressões anteriores como ilustrativas das características de

um circuito paralelo.

A resistência total ou equivalente de um circuito com dois resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

A expressão para obter a resistência total de um circuito paralelo com dois resistores pode ser alterada para:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

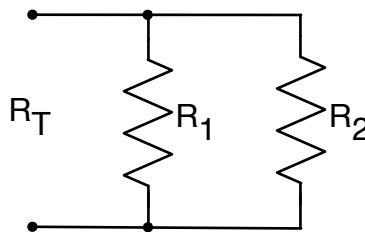


Figura 3 – Circuito paralelo com dois resistores.

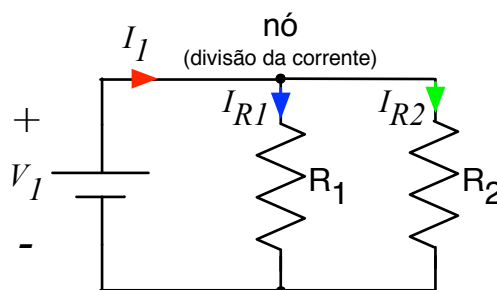


Figura 4 – Circuito paralelo com dois resistores mostrando a presença de um nó e a divisão da corrente.

2.3.1 Cálculo da resistência total em circuito com dois resistores

Exemplo 1:

Determine a resistência equivalente de um circuito paralelo com um resistor de 100 Ω e outro resistor de 220 Ω .

A resistência total será:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow R_T = \frac{100 \cdot 220}{100 + 220} = 68,75\Omega$$

Exemplo 2:

Determine a resistência equivalente de um circuito paralelo com um resistor de 1 kΩ e outro resistor de 3,3 kΩ.

A resistência total será:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow R_T = \frac{1k \cdot 3,3k}{1k + 3,3k} = 0,77k\Omega$$

Exemplo 3:

A resistência total de um circuito em paralelo com dois resistores é de 1000 Ω, sendo que um dos resistores tem resistência de 2200 Ω. Qual a resistência do outro resistor?

A resistência total é dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Assim:

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{\frac{1}{1000} - \frac{1}{2200}} = 1833,33\Omega$$

2.4 Circuito paralelo com três resistores

O circuito com três resistores em paralelo é mostrado na Figura 5 onde se tem R_1 , R_2 e R_3 .

A resistência total ou equivalente de um circuito com três resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

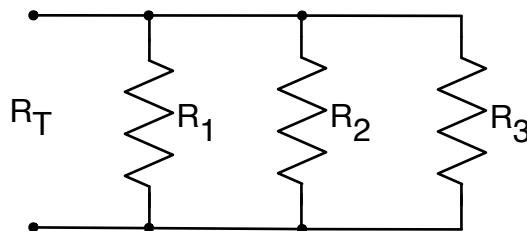


Figura 5 – Circuito paralelo com três resistores.

Exemplo 4:

Determine a resistência equivalente de um circuito paralelo formado por três resistores

com resistências $10\ \Omega$, $22\ \Omega$ e $33\ \Omega$.

A resistência total será:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \rightarrow R_T = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{22} + \frac{1}{33}} = 5,69\ \Omega$$

Exemplo 5:

Determine a resistência equivalente de um circuito paralelo formado por três resistores com resistências $10\ \Omega$, $100\ \Omega$ e $10000\ \Omega$.

A resistência total será:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \rightarrow R_T = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000}} = 9,08\ \Omega$$

Note que como um dos resistores tem resistência muito inferior aos demais, este sobressai no valor resultante. Assim, no circuito em paralelo, será predominante aquela resistência que for muito mais baixa que as demais, podendo-se fazer a seguinte aproximação:

$$R_T \cong R_1 \rightarrow R_T \cong 10\ \Omega$$

2.5 Circuito paralelo com quatro resistores

O circuito com quatro resistores é mostrado na Figura 6 onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_4 .

A resistência total ou equivalente de um circuito com três resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

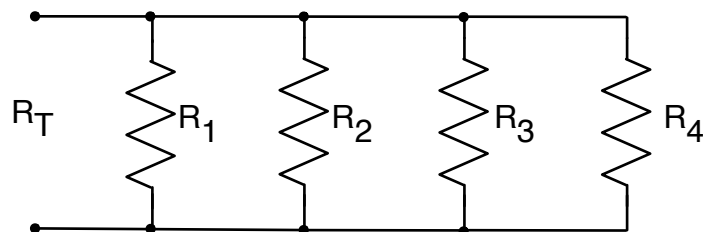


Figura 6 – Circuito paralelo com quatro resistores.

Exemplo 6:

Determine a resistência equivalente de um circuito paralelo formado por quatro resistores com resistências 1 kΩ, 2,2 kΩ, 3,3 kΩ e 2,2 kΩ.

A resistência total será:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \rightarrow R_T = \frac{1}{\frac{1}{1k} + \frac{1}{2,2k} + \frac{1}{3,3k} + \frac{1}{2,2k}} = 0,45k\Omega$$

2.6 Circuito paralelo com n resistores

O circuito com mais que dois resistores pode ser generalizado, conforme mostrado na Figura 7, onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_n , onde n representa qualquer número inteiro acima de quatro.

A resistência total ou equivalente de um circuito com n resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

Exemplo 7:

Um circuito paralelo é formado por seis resistores de 1 kΩ. Qual a resistência total?

A resistência total será:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R = 1k\Omega$$

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{6}{R}} = \frac{R}{6}$$

$$R_T = \frac{R}{6} = \frac{1k}{6} = 0,17k\Omega$$

Exemplo 8:

Quantos resistores de 10 kΩ devem ser ligados em paralelo para se obter uma resistência equivalente de 1 kΩ.

Neste caso, como os resistores são iguais, do mesmo modo que no exemplo 7, se tem:

$$R_T = \frac{R}{n} \rightarrow n = \frac{R}{R_T} = \frac{10k}{1k} = 10$$

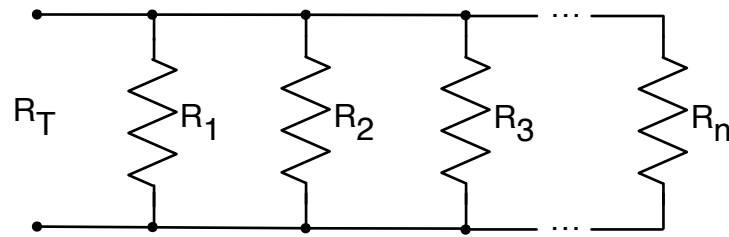


Figura 7 – Circuito série com n resistores.

3 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é um circuito em paralelo de resistores?

No circuito em paralelo de resistores, o terminal de um resistor será conectado junto ao terminal do outro resistor, formando um nó, ou seja, um ponto onde a corrente se divide.

ER 02. Um resistor de 5Ω é ligado em paralelo com outro resistor de 5Ω . Qual a resistência do conjunto?

Neste caso, como se tem dois resistores de 5Ω , a resistência total será $5 / 2 = 2,5 \Omega$.

ER 03. Um resistor de 22Ω está ligado em paralelo com outro resistor de 33Ω e estes estão conectados novamente em paralelo com outro resistor de 47Ω . Qual a resistência total?

A resistência total será $1 / (1/22 + 1/33 + 1/47) = 10,3 \Omega$.

ER 04. Um resistor de 10Ω está ligado em paralelo com outro resistor de $10 \text{ k}\Omega$. Qual a resistência do resistor?

Neste caso, como o resistor de 10Ω tem resistência muito inferior a $10 \text{ k}\Omega$, então pode-se aproximar a resistência total pelo valor do menor resistor, isto é, a resistência total será de aproximadamente 10Ω .

ER 05. A resistência total de uma associação de resistores deve ser de $5 \text{ k}\Omega$. Quantos resistores de $100 \text{ k}\Omega$ devem ser ligados em paralelo?

Para obter $5 \text{ k}\Omega$ deve-se ligar $100\text{k}/5\text{k} = 20$ resistores de $100 \text{ k}\Omega$ em paralelo.

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é um circuito em paralelo de componentes eletrônicos.

EP 02. Um resistor de 15Ω está conectado em paralelo com outro resistor de 15Ω . Qual a resistência do conjunto?

EP 03. Um resistor de 33Ω está conectado em paralelo com outro resistor de 33Ω e estes em paralelo com um resistor de 22Ω . Qual a resistência total do circuito?

EP 04. Cinco resistores de $1 \text{ k}\Omega$ são ligados em paralelo. Qual a resistência total do conjunto?

EP 05. Quantos resistores de $10 \text{ k}\Omega$ são necessários para se obter uma resistência total de $1 \text{ k}\Omega$?

4 Atividade Avaliativa

4.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Um determinado circuito de resistores tem um ponto de conexão (nó) onde foram conectados juntamente quatro resistores. Este circuito pode ser denominado de circuito paralelo de resistores?

AA 02. Um resistor de 100Ω foi conectado em paralelo com outro resistor de 100Ω . Qual a resistência total do conjunto?

AA 03. Um resistor de 330Ω está conectado em paralelo com um resistor de $220 \text{ k}\Omega$. Qual a resistência equivalente?

AA 04. Ligando-se cinco resistores de $1 \text{ k}\Omega$ em paralelo, qual será a resistência equivalente?

AA 05. Quantos resistores de $22 \text{ k}\Omega$ são necessários para se obter uma resistência de $1,1 \text{ k}\Omega$?

AA 01. Como o circuito tem um nó onde foram conectados vários resistores, ocorre a divisão da corrente neste ponto. Assim, o circuito é um circuito paralelo de resistores.

AA 02. A resistência total será $100 / 2 = 50 \Omega$.

AA 03. Neste caso, como 330Ω é muito menor do que $220 \text{ k}\Omega$, então a resistência total pode ser aproximada por 330Ω .

AA 04. Cinco resistores em paralelo de $1 \text{ k}\Omega$ resultam em $1 \text{ k} / 5 = 0,2 \Omega = 200 \Omega$.

AA 05. Serão necessários $22 \text{ k} / 1,1 \text{ k} = 20$ resistores.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES (LKC)

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, agosto de 2020 (*revisado em fevereiro de 2021*).

LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES (LKC)

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

Objetivos parciais

- Conhecer a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC);
- Aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC);
- Analisar circuitos com resistores em paralelo;
- Resolver exercícios envolvendo circuitos com resistores em paralelo.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 06 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 07 relacionado a circuitos paralelo.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar circuitos série-paralelo de resistores.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 06);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 06).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

**- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES (LKC)**

1 Introdução

A aula anterior apresentou o circuito paralelo de resistores, que agora será foco para o estudo da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC). Assim, faremos a análise das grandezas elétricas no circuito paralelo de resistores, iniciando por um circuito com dois elementos, e evoluindo para circuitos com qualquer número de componentes em paralelo.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Conhecer a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC);
- Aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Identificar um circuito paralelo de resistores;
- Aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por resistores interconectados, sendo que deve ser feita a identificação do circuito, ou seja, verificar se o mesmo é um circuito em paralelo, e em seguida aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) para a análise do circuito.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Identifique se o exemplo a seguir é um circuito paralelo de resistores.
2. Aplique a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) na análise do circuito apresentado.

2 Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC)

2.1 Introdução

Um circuito com resistores em paralelo tem a característica de que os terminais de entrada e de saída dos componentes são conectados juntos. Assim, a tensão do circuito será a mesma em todos os elementos. A associação paralela pode ser de fontes de tensão, resistores,

indutores, capacitores ou outros elementos de circuitos.

A partir de um circuito paralelo de componentes eletrônicos, pode-se aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), que consiste em fazer a análise do circuito do ponto de vista da divisão de corrente entre os elementos do circuito.

A seguir será apresentada a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) e sua aplicação em circuitos com fontes e resistores.

2.2 Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC)

Em um circuito paralelo de resistores, conforme foi estudado na aula anterior, a tensão é a mesma em todos os elementos. Por sua vez, a corrente se divide entre os elementos, isto é, cada componente terá um valor de corrente conforme seu valor de resistência. A soma das correntes divididas entre os elementos do circuito deverá ser igual a corrente da fonte de alimentação; sendo que a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) determina esta relação entre as correntes de um nó de circuito, isto é, a junção onde ocorre a conexão dos elementos do circuito.

A lei, chamada Lei de Kirchhoff para Correntes (LKC), foi desenvolvida por Gustav Kirchhoff em meados do século XIX e tem importância fundamental na análise de circuitos elétricos e eletrônicos.

A definição da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) é:

- A soma algébrica das correntes que entram e saem de uma região, sistema ou nó é igual a zero.

$$\sum_{\leftrightarrow\updownarrow} I = 0$$

Em resumo, a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) determina que a soma das correntes que entram e saem de um nó deve ser igual a zero. Assim, a soma das correntes nos elementos do circuito deve corresponder a soma das correntes das fontes de alimentação deste circuito.

A Figura 1 mostra um circuito elétrico básico, formado por um resistor conectado em uma fonte de tensão e pelo qual circula uma corrente elétrica. Este circuito pode ser interpretado como um circuito série, entre a fonte e o resistor, pois a corrente em todos os componentes é a mesma e não há a presença de nós (pontos de divisão de corrente) no circuito.

Por outro lado, o mesmo circuito, do ponto de vista das tensões nos elementos do circuito, pode ser interpretado como um circuito paralelo, pois a tensão no resistor é igual a tensão da fonte de alimentação.

Este circuito não tem a presença de nós, ou seja, pontos onde ocorre a divisão da corrente.

Por isso não se faria necessário aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) ao mesmo. De todo modo, para exemplificar o uso da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) iremos aplicar a mesma ao circuito a seguir.

A aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no circuito da Figura 1 consiste em realizar a sequência de passos a seguir, mostrados na Figura 2:

- 1º – identificar as correntes e tensões no circuito;
- 2º - escolher um ponto do circuito e realizar o somatório das correntes que entram e saem daquele ponto.

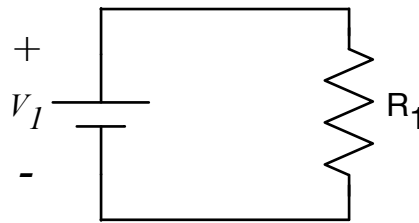


Figura 1 – Circuito elétrico básico.

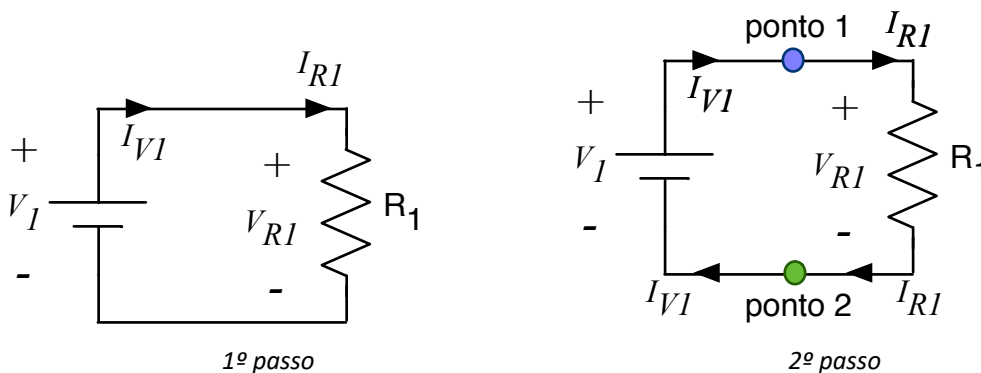


Figura 2 – Passos para aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

Inicialmente deve-se identificar as correntes e tensões no circuito. No exemplo do circuito da Figura 1, a tensão da fonte já estava identificada como V_1 , sendo que a seguir se atribuiu um sentido e identificação para as correntes do circuito (I_{V1} e I_{R1}), e finalmente, respeitando o sentido da corrente atribuído, se atribuiu uma queda de tensão sobre o resistor R_1 , chamada de V_{R1} .

Este circuito não tem nós, então se escolheu dois pontos para exemplificar a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

Após a identificação das correntes e tensões, escolhe-se um ponto onde se realizará a somatória das correntes. Neste circuito, como o mesmo possui apenas uma malha, qualquer ponto poderia ser escolhido para se fazer a soma das correntes. Note que definimos os pontos 1 e 2, para mostrar que o resultado será o mesmo.

Inicialmente vamos fazer a somatória das correntes no ponto 1 da Figura 2, considerando valores positivos para correntes entrando no ponto e negativos para correntes saindo daquele ponto. Assim, teremos:

$$+I_{V1} - I_{R1} = 0$$

A partir da expressão obtida, pode-se concluir que a corrente no resistor é igual a corrente na fonte de alimentação:

$$+I_{V1} - I_{R1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_{V1}$$

Se for escolhido o ponto 2, como mostrado na Figura 2, se terá:

$$+I_{R1} - I_{V1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_{V1}$$

Note que os sinais ficaram trocados entre I_{R1} e I_{V1} , mas ao final o resultado é o mesmo do que foi obtido anteriormente; isto é, em uma mesma malha, qualquer ponto pode ser escolhido para aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), sem alterar o resultado a resposta.

A título de exemplo, considere o circuito da Figura 3. Neste caso tem-se três fontes de corrente em um circuito paralelo. Aplicar a LKC neste circuito, no nó 1, resulta na equação a seguir:

$$+I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

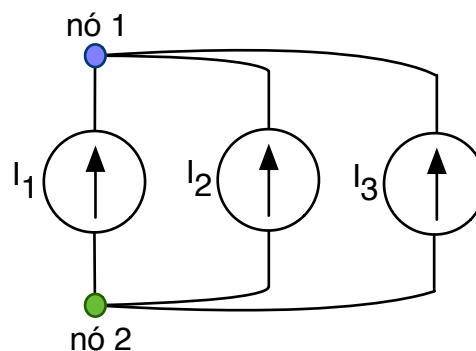


Figura 3 – Circuito elétrico com fontes de corrente.

Por sua vez, aplicar a LKC no nó 2, resultaria em:

$$-I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

O circuito da Figura 4 mostra um circuito exemplo com três fontes de corrente e um resistor. Aplicando a LKC se tem:

$$+I_1 + I_2 - I_3 - I_{R1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_1 + I_2 - I_3$$

Por exemplo, se $I_1 = 2\text{ A}$, $I_2 = 3\text{ A}$ e $I_3 = 1\text{ A}$, então:

$$I_1 = 2\text{ A}$$

$$I_2 = 3\text{ A}$$

$$I_3 = 1\text{ A}$$

$$I_{R1} = I_1 + I_2 - I_3 = 2 + 3 - 1 = 4\text{ A}$$

Já se $I_1 = 2\text{ A}$, $I_2 = 3\text{ A}$ e $I_3 = 6\text{ A}$, então:

$$I_1 = 2\text{ A}$$

$$I_2 = 3\text{ A}$$

$$I_3 = 6\text{ A}$$

$$I_{R1} = I_1 + I_2 - I_3 = 2 + 3 - 6 = -1\text{ A}$$

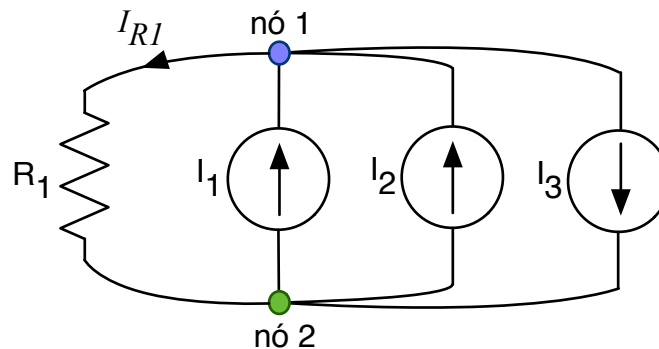


Figura 4 – Exemplo de aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC).

2.3 Circuito paralelo com dois resistores

O circuito com dois resistores é mostrado na Figura 5 onde se tem R_1 e R_2 e a fonte de alimentação V_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1 se tem:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

A tensão em todos os componentes é a mesma:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1$$

Aplicando-se a Lei de Ohm em cada resistor se tem:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

Então:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = I_1$$

$$V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1$$

$$I_1 = V_1 \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2}$$

Também é possível determinar a corrente a partir da análise do circuito com o cálculo da resistência total ou equivalente, que para dois resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Assim, a corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

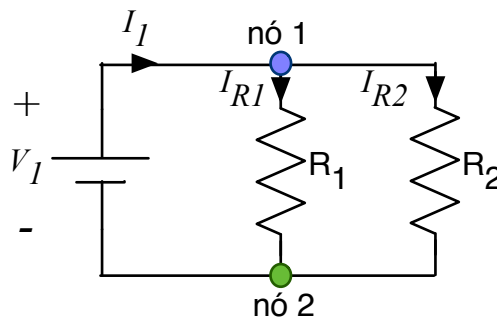


Figura 5 – Circuito paralelo com dois resistores.

2.3.1 Análise de circuito com dois resistores

Exemplo 1:

Determine as correntes e as tensões nos elementos de um circuito paralelo com um resistor de $100\ \Omega$ e outro resistor de $220\ \Omega$ conectados em uma fonte de alimentação de 12 V .

A expressão da somatória das correntes em um dos nós do circuito será:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

A tensão nos elementos do circuito será:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1 = 12V$$

Já as correntes em cada resistor serão:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{100} = 0,12\text{ A}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{12}{220} = 0,055\text{ A}$$

Assim:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = I_1$$

$$I_1 = V_1 \cdot \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2} = 12 \cdot \frac{(100 + 220)}{100 \cdot 220} = 0,175\text{ A}$$

Por fim, pode-se verificar se a análise está correta:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow 0,12\text{ A} + 0,055\text{ A} = 0,175\text{ A}$$

$$0,175\text{ A} = 0,175\text{ A}$$

Como o resultado da somatória das correntes nos resistores coincide com a corrente na fonte de alimentação, então a análise está correta.

2.4 Circuito paralelo com três resistores

O circuito com três resistores é mostrado na Figura 6 onde se tem R_1 , R_2 e R_3 e a fonte de alimentação V_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Note que a conexão dos três resistores forma um nó único na parte superior (nó 1) e um

nó único na parte inferior (nó 2).

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) se tem:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = I_1$$

A tensão nos elementos do circuito será:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = V_1$$

Já as correntes em cada resistor serão:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1}{R_3}$$

Então:

$$I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1}{R_3} = I_1$$

$$I_1 = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Também é possível determinar a corrente a partir da análise do circuito com o cálculo da resistência total ou equivalente, que para três resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Assim, a corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

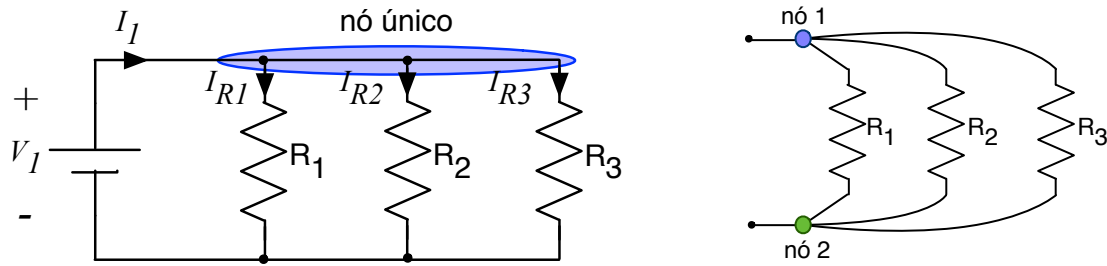


Figura 6 – Circuito paralelo com três resistores.

2.4.1 Análise de circuito com três resistores

Exemplo 2:

Determine as correntes e as tensões nos elementos de um circuito paralelo com um resistor de $1\text{ k}\Omega$, um segundo resistor de $2,2\text{ k}\Omega$ e um terceiro resistor $3,3\text{ k}\Omega$, conectados em uma fonte de alimentação de 15 V .

A expressão da somatória das correntes em um dos nós do circuito será:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = I_1$$

A tensão nos elementos do circuito será:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = V_1 = 15\text{ V}$$

Já as correntes em cada resistor serão:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{15}{1k} = 15\text{ mA}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{15}{2,2k} = 6,82\text{ mA}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1}{R_3} = \frac{15}{3,3k} = 4,55\text{ mA}$$

Assim:

$$I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1}{R_3} = I_1$$

$$I_1 = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 15 \cdot \left(\frac{1}{1k} + \frac{1}{2,2k} + \frac{1}{3,3k} \right) = 26,36\text{ mA}$$

Por fim, pode-se verificar se a análise está correta:

$$I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} = I_1 \rightarrow 15\text{ mA} + 6,82\text{ mA} + 4,55\text{ mA} = 26,37\text{ mA}$$

$$26,37mA \cong 26,36mA$$

Em virtude do número de casas decimais utilizado nos cálculos, é comum se ter uma pequena diferença entre a soma das correntes nos elementos em relação à corrente da fonte de alimentação; mas que não inviabiliza a análise realizada.

2.5 Circuito paralelo com n resistores

O circuito com n resistores é mostrado na Figura 7 onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_n e a fonte de alimentação V_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) se tem:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} - \dots - I_{RN} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + \dots + I_{RN} = I_1$$

A tensão nos elementos do circuito será:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_{R3} = \dots = V_{RN} = V_1$$

Já as correntes em cada resistor serão:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1}{R_3}$$

...

$$I_{RN} = \frac{V_{RN}}{R_N} = \frac{V_1}{R_N}$$

Então:

$$I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + \dots + I_{RN} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1}{R_3} + \dots + \frac{V_1}{R_N} = I_1$$

$$V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) = I_1 \rightarrow I_1 = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)$$

Também é possível determinar a corrente a partir da análise do circuito com o cálculo da

resistência total ou equivalente, que para n resistores em paralelo será dada por:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

Assim, a corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}}}$$

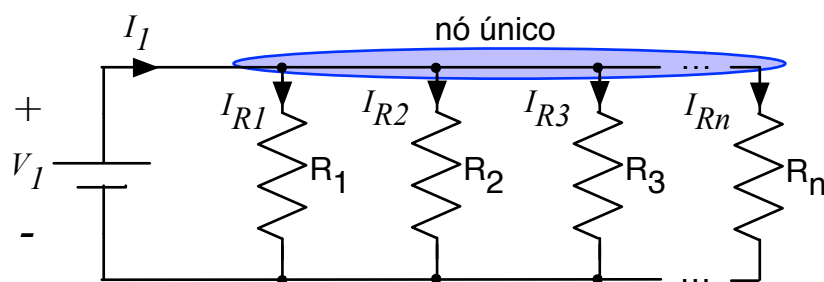


Figura 7 – Circuito paralelo com n resistores.

2.1 Circuito divisor de corrente

A propriedade de um circuito paralelo é a divisão da corrente entre os elementos do circuito. No exemplo 2, se pode notar que no resistor com a menor resistência se tem a maior parcela da corrente; assim, a corrente se divide proporcionalmente conforme a resistência dos resistores.

Esta propriedade da divisão da corrente é utilizada para implementar circuitos divisores de corrente, como mostrado na Figura 8.

Para este circuito se tem:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

A corrente será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{V_1}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} \rightarrow V_1 = R_T \cdot I_1 = I_1 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Assim:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{I_1 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{I_1 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

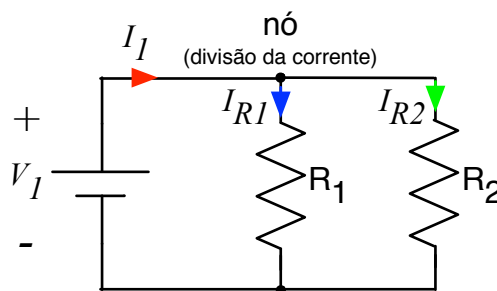


Figura 8 – Circuito divisor de corrente com dois resistores.

Exemplo 3:

Determine a corrente de saída para um divisor de corrente formado por resistores de 10 k Ω , e 1 k Ω , conectados em uma fonte de corrente de 10 A e tomando-se a saída como sendo o resistor de 10 k Ω .

A corrente no resistor de saída (10 k Ω) será:

$$I_{10k} = I_1 \cdot \frac{R_{1k}}{R_{1k} + R_{10k}} = 10 \cdot \frac{1k}{1k + 10k} = 0,91A$$

Note que neste caso a relação entre a corrente de entrada e de saída é da ordem de 10:1, que é a relação entre os resistores. O circuito divisor de corrente é muito utilizado em eletrônica para medição de corrente e outras aplicações.

2.2 Circuito paralelo com dois resistores e fonte de corrente

O circuito com dois resistores é mostrado na Figura 9 onde se tem R_1 e R_2 e a fonte de alimentação I_1 . Neste circuito, as variáveis (tensões e correntes) já foram identificadas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1 se tem:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

A tensão em todos os componentes é a mesma:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1$$

Aplicando-se a Lei de Ohm em cada resistor se tem:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

Então:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = I_1$$

$$V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1$$

$$V_1 = \frac{I_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = I_1 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

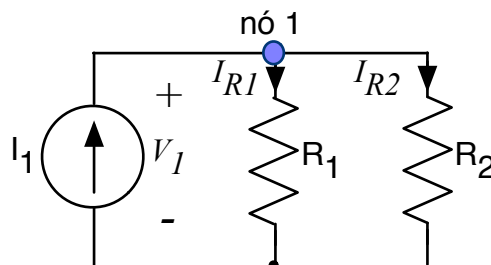


Figura 9 – Circuito paralelo com dois resistores e fonte de corrente.

2.2.1 Análise de circuito com dois resistores e fonte de corrente

Exemplo 4:

Determine as correntes e as tensões nos elementos de um circuito paralelo com um resistor de 100Ω e outro resistor de 220Ω conectados em uma fonte de corrente de 3 A .

A expressão da somatória das correntes em um dos nós do circuito será:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

A tensão nos elementos do circuito será:

$$V_1 = 3 \cdot \frac{100 \cdot 220}{100 + 220} = 206,25V$$

Assim, a corrente em cada resistor será:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{206,25}{100} = 2,06A$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{206,25}{220} = 0,94A$$

Por fim, pode-se verificar se a análise está correta:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow 2,06A + 0,94A = 3A$$

$$3A = 3A$$

Como o resultado da somatória das correntes nos resistores coincide com a corrente na fonte de alimentação, então a análise está correta.

3 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é a Lei de Kirchhoff das Correntes.

A Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) determina que a soma das correntes entrando e saindo de um nó no circuito deve ser zero. Assim, em um circuito com resistores conectados em uma fonte de alimentação, a soma das correntes nos resistores deve corresponder a corrente da fonte de alimentação.

ER 02. Um resistor de 5Ω é ligado em paralelo com outro resistor de $6,8 \Omega$. Se os dois resistores forem conectados em uma fonte de alimentação de $10V$, qual será a corrente em cada resistor?

A corrente em cada resistor será determinada a partir da aplicação da Lei de Ohm sobre o resistor. Sabendo que a tensão nos resistores em paralelo é igual a tensão da fonte de alimentação:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1 = 10V$$

Então as correntes nos resistores serão:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{10}{5} = 2 A$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{10}{6,8} = 1,47 A$$

ER 03. Um resistor de 22 kΩ está ligado em paralelo com outro resistor de 33 kΩ e estes estão conectados em paralelo com um resistor de 47 kΩ. A associação está conectada em uma fonte de 12 V. Qual será a corrente do circuito?

A corrente do circuito será dada por:

$$I_1 = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 12 \cdot \left(\frac{1}{22k} + \frac{1}{33k} + \frac{1}{47k} \right) = 1,16 mA$$

ER 04. Um resistor de 10 Ω está ligado em paralelo com outro resistor de 10 Ω. O circuito resultante é conectado em uma fonte de corrente de 2 A. Qual será a corrente em cada resistor?

A corrente em cada resistor pode ser determinada aplicando as expressões para o divisor de corrente, que serão:

$$I_{R1} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 1 A$$

$$I_{R1} = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 1 A$$

Note que neste caso, como os resistores são iguais, a corrente da fonte é dividida de maneira igual entre os mesmos. Assim, pode-se definir que, para um circuito com n resistores iguais se tem:

$$I_R = \frac{I_F}{n}$$

ER 05. Um resistor de 4,7 kΩ é ligado em paralelo com outro resistor de 2,2 kΩ. Se os dois resistores forem conectados em uma fonte de alimentação de 10 V, qual será a tensão sobre cada resistor?

A tensão sobre cada resistor é igual a tensão da fonte de alimentação, sendo então de 10 V.

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que determina a Lei de Kirchhoff das Correntes.

EP 02. Um resistor de 15 Ω está conectado em paralelo com outro resistor de 15 Ω. O conjunto foi conectado em uma fonte de alimentação de 12 V. Qual a corrente no circuito?

EP 03. Um resistor de 33Ω está conectado em paralelo com outro resistor de 33Ω e estes em paralelo com um resistor de 22Ω . O conjunto foi conectado em uma fonte de alimentação de 5 V . Determine a corrente em cada resistor.

EP 04. Cinco resistores de $1 \text{ k}\Omega$ são ligados em paralelo e a associação é conectada em uma fonte de alimentação de 5 V . Determine a corrente no circuito e a corrente em cada resistor.

EP 05. Um divisor de corrente com resistores de $100 \text{ k}\Omega$ e $1 \text{ k}\Omega$ é conectado em uma fonte de corrente de 10 A . Qual será a corrente no resistor de $1 \text{ k}\Omega$?

4 Atividade Avaliativa

4.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Em um circuito paralelo com vários resistores de valores diferentes, qual resistor apresentará a maior parcela da corrente da fonte de alimentação?

AA 02. Um resistor de 100Ω foi conectado em paralelo com outro resistor de 100Ω . O conjunto é conectado em uma fonte de alimentação de 12 V . Qual a corrente em cada resistor?

AA 03. Um resistor de 330Ω está conectado em paralelo com um resistor de $220 \text{ k}\Omega$. O conjunto de resistores é conectado em uma fonte de alimentação de 15 V . De maneira aproximada, qual será a corrente no resistor de 330Ω ?

AA 04. Ligando-se cinco resistores de $1 \text{ k}\Omega$ em paralelo, e a associação em uma fonte de alimentação de 10 V ; qual será a corrente do circuito?

AA 05. Explique o que é um circuito divisor de corrente?

AA 01. A corrente será dividida de maneira inversamente proporcional nos resistores conforme seus valores de resistências. Assim, o resistor de menor valor terá a maior parcela da corrente.

AA 02. Como os resistores são iguais e estão em paralelo, sua tensão será de 12 V. A corrente será igual nos mesmos, valendo $IR1 = IR2 = IF / 2 = 0,5 \times VF / RT = 0,5 \times 12 / 50 = 0,12 \text{ A}$.

AA 03. Neste caso, como 330Ω é muito menor do que $220 \text{ k}\Omega$, então a resistência total pode ser aproximada por 330Ω . Assim, toda a corrente da fonte de 15 V circular pelo resistor de 330Ω e será $15 / 330 = 45,45 \text{ mA}$.

AA 04. Cinco resistores em paralelo de $1 \text{ k}\Omega$ resultam em $1\text{k} / 5 = 0,2 \text{ k}\Omega$. A corrente será a tensão da fonte dividida pela resistência total, isto é, $10 \text{ V} / 0,2 \text{ k}\Omega = 50 \text{ mA}$.

AA 05. Divisor de corrente é um circuito formado por dois ou mais resistores, com o objetivo de se obter uma corrente menor nos resistores a partir de correntes maiores de entrada. É utilizado para medição de corrente, por exemplo.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CIRCUITO SÉRIE-PARALELO

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020 (*revisado em fevereiro de 2021*).

CIRCUITO SÉRIE-PARALELO

Objetivo de Aprendizagem

Analisar circuito série-paralelo de resistores.

Objetivos parciais

- Conhecer o circuito série-paralelo;
- Calcular a resistência total de circuitos em série-paralelo;
- Analisar circuitos série-paralelo de resistores;
- Resolver exercícios envolvendo circuitos série-paralelo de resistores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 07 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 08 relacionado a análise de circuitos em paralelo e Lei de Kirchhoff das Correntes.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar a transformação de fontes.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 07);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 07).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CIRCUITO SÉRIE-PARALELO

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo dos circuitos com elementos em série e em paralelo. Agora continuaremos o estudo de circuitos onde ocorrem conexões em série e em paralelo simultaneamente, resultando em circuitos mistos.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Circuito série-paralelo de resistores;
- Cálculo da resistência total;
- Análise de circuitos série-paralelo.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Identificar um circuito em série-paralelo de resistores;
- Calcular a resistência total de um circuito em série-paralelo.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por resistores interconectados, sendo que deve ser feita a identificação do circuito, ou seja, verificar se o mesmo é um circuito misto, em seguida calcular a resistência total do circuito e a seguir determinar as correntes e tensões nos elementos do circuito.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Identifique se o exemplo a seguir é um circuito série-paralelo de resistores;
2. Calcule a resistência total do circuito série-paralelo de resistores;
3. Determine as correntes e tensões no circuito série-paralelo de resistores.

2 Circuito Série-Paralelo de Resistores

2.1 Introdução

Um circuito com resistores em série-paralelo tem a característica de que os terminais de alguns componentes são conectados no mesmo ponto, isto é, todos os terminais de entrada dos

resistores são conectados juntos em determinado ponto do circuito, enquanto os terminais de saída dos mesmos também são conectados juntos, mas em outro ponto do circuito; enquanto outros terminais de componentes são conectados em sequência, isto é, a saída de um componente é conectada a entrada do próximo componente, caracterizando assim um ramo série do circuito. Assim, a tensão elétrica será a mesma em todos os elementos que estão em paralelo, enquanto a corrente elétrica será a mesma nos componentes que estão em série. A associação série-paralela pode ser de fontes de tensão, fontes de corrente, resistores, indutores, capacitores ou outros elementos de circuitos.

A seguir apresentaremos o esquemático de circuitos em série-paralelo de resistores e também exemplos de partes de circuitos que possuem conexão em série-paralelo e sua análise em termos de circuitos elétricos.

2.2 Circuito série-paralelo de resistores

Um circuito em série-paralelo de resistores pode conter três ou mais elementos, sendo que necessariamente se terá componentes em série e outros em paralelo, conforme se estudou nos capítulos anteriores.

As características de um circuito em série-paralelo são:

- O circuito será formado por três ou mais elementos;
- A tensão em todos os elementos que estão em paralelo será igual;
- A corrente em todos os elementos que estão em série será igual.

O circuito mostrado na Figura 1 é um exemplo de circuito misto, isto é, série-paralelo, com resistores e fontes de tensão. Destaca-se que este circuito tem dois nós, que são pontos de conexão de três ou mais elementos de circuitos, e onde a corrente se divide. Ainda é importante observar no circuito da Figura 1 que há partes do circuito onde os elementos estão em série, que são:

- V_1 e R_1 – ramo 1, onde estão em série a fonte de tensão 1 e o resistor R_1 ;
- V_2 e R_3 – ramo 2, onde estão em série a fonte de tensão 2 e o resistor R_3 .

Ainda pelo circuito da Figura 1, pode-se identificar partes do circuito que estão em paralelo, que são:

- V_1 e R_1 – ramo 1, onde estão em série a fonte de tensão 1 e o resistor R_1 ; está em paralelo com o resistor R_2 e com o ramo 2;
- R_2 – o resistor R_2 está em paralelo com os ramos 1 e 2 do circuito;
- V_2 e R_3 – ramo 2, onde estão em série a fonte de tensão 2 e o resistor R_3 ; que por

sua vez estão em paralelo com o ramo 1 e o resistor R_2 .

A Figura 2 mostra um exemplo real da aplicação de elementos em série-paralelo, que é um módulo fotovoltaico, que gera energia elétrica a partir da energia luminosa. Neste módulo, cada célula fotovoltaica gera correntes e tensões pequenas, sendo necessária a associação em série para aumentar a tensão do módulo e a associação em paralelo para aumentar a corrente resultante do conjunto. O exemplo da figura mostra um módulo de 20 W, que tem corrente da ordem de 1,14 A e tensão da ordem da 17,56 V.

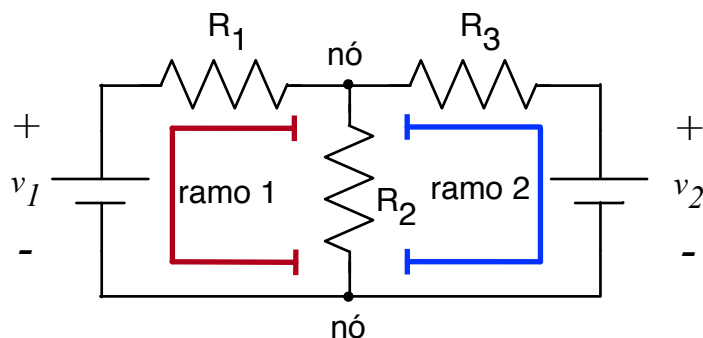


Figura 1 – Circuito misto com resistores e fontes de tensão.

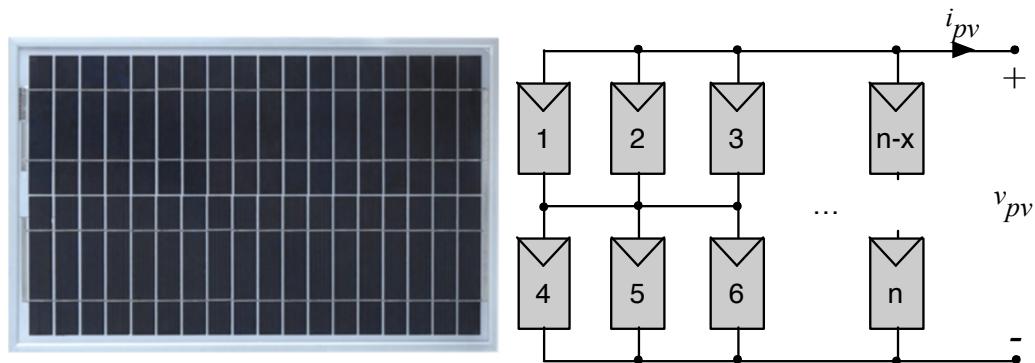


Figura 2 – Exemplo de circuito misto – módulo fotovoltaico.

Fonte: <https://www.energyshop.com.br/placa-solar/painel-solar-fotovoltaico-komaes-20w>.

2.3 Circuito série-paralelo com três resistores

O circuito com três resistores é mostrado na Figura 3 onde se tem R_1 , R_2 e R_3 . Note que o terminal de R_1 está conectado junto aos terminais de R_2 e R_3 , sendo o conjunto conectado na fonte de alimentação V_1 .

A Figura 4 mostra os elementos que estão em série e aqueles que estão em paralelo. Nota-se que os resistores R_2 e R_3 estão em paralelo, onde seus terminais de entrada e de saída são

conectados juntos em um mesmo ponto do circuito, respectivamente. Já o conjunto de R_2 em paralelo com R_3 ($R_2//R_3$) é conectado em série com R_1 . A fonte de alimentação não será considerada na associação e identificação do circuito, visto estarmos estudando circuitos com resistores. Deste modo, deve-se focar nas conexões dos resistores entre si para identificar as partes em série e as partes em paralelo.

A Figura 3 mostra as junções (nós) formadas nas conexões dos resistores R_1 , R_2 e R_3 . Note que no nó 1 se tem a conexão dos três resistores e no nó 2 apenas de R_2 e R_3 . De todo modo, para a análise do circuito, em termos de aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), estudada no capítulo anterior, pode-se utilizar qualquer um dos dois nós, visto que as correntes nos mesmos serão as mesmas.

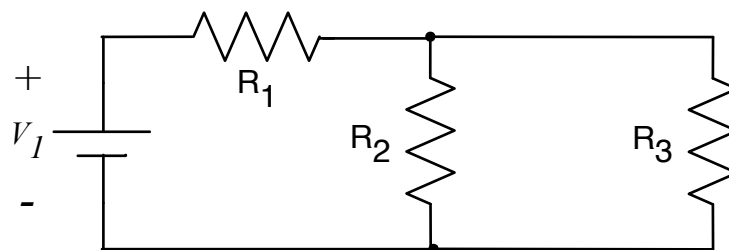


Figura 3 – Circuito misto com três resistores.

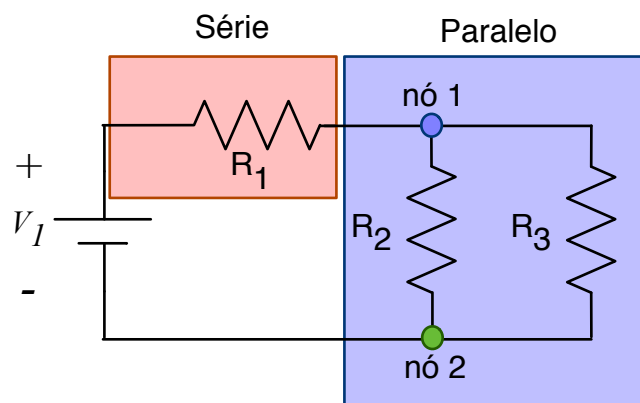


Figura 4 – Identificação dos elementos em série e em paralelo.

2.3.1 Cálculo da resistência total em circuito com três resistores

A resistência total do circuito mostrado na Figura 3 será calculada utilizando as expressões para circuitos em série e em paralelo, conforme a parte do circuito se estiver analisando.

Assim, a resistência equivalente/total da parte que está em paralelo será:

$$R_{T1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

A seguir, pode-se obter a resistência total, somando-se a resistência encontrada anteriormente com a resistência de R_1 :

$$R_T = R_1 + R_{T1} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

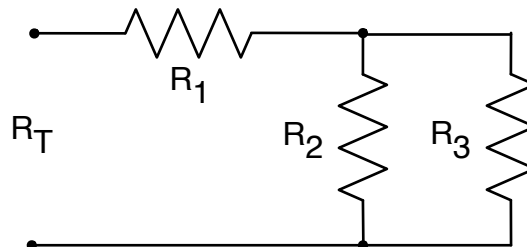


Figura 5 – Cálculo da resistência total de um circuito misto com três resistores.

2.3.1 Análise do circuito com três resistores

A análise do circuito misto com três resistores inicia pela identificação das correntes e tensões nos elementos, conforme mostrado na Figura 6.

A Figura 7 mostra o circuito reduzido para apenas um resistor, que é a resistência total calculada anteriormente. Assim, pode-se aplicar a Lei de Ohm na resistência total e obter:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T}$$

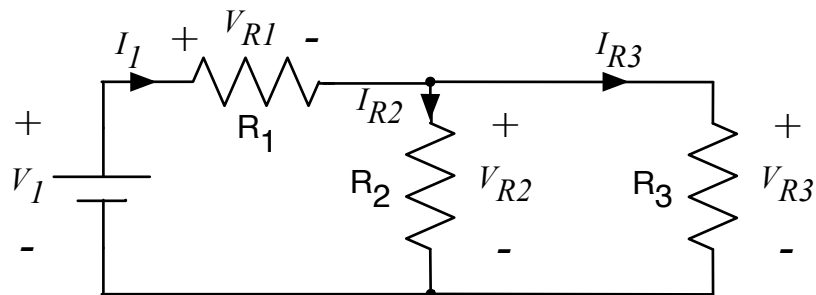


Figura 6 – Identificação das tensões e correntes no circuito com três resistores.

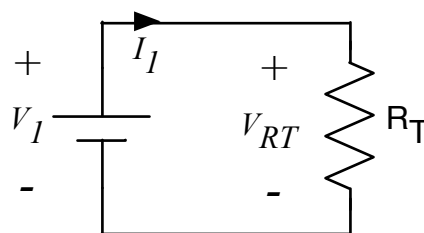


Figura 7 – Circuito reduzido a um resistor apenas.

Note que a corrente no resistor R_1 é a corrente total do circuito. Deste modo, sua queda

de tensão será obtida aplicando a Lei de Ohm neste elemento:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

Agora, conhecendo-se a queda de tensão em R_1 e sua corrente, pode-se obter a tensão resultante após este componente, que será a tensão sobre os resistores R_2 e R_3 . A Figura 8 mostra o circuito resultante do cálculo da resistência equivalente entre R_2 e R_3 , conectados em série com R_1 . Note a presença do nó 1, onde será obtida a tensão, que é idêntica aquela sobre os resistores R_2 e R_3 . Aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) ao circuito da Figura 8, iniciando pelo nó 1 em sentido horário, se tem:

$$+V_{R23} - V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_{R23} = V_1 - V_{R1}$$

Por fim, como se determinou a tensão sobre os resistores R_2 e R_3 , pode-se obter as correntes nos mesmos, conforme mostrado na Figura 9, que é na verdade o circuito da Figura 6. Assim, escrevendo novamente as tensões nos resistores em função do valor encontrado anteriormente, pois os resistores estão em paralelo e a tensão sobre os mesmos é igual, se encontra:

$$V_{R2} = V_{R3} = V_{R23} = V_1 - V_{R1}$$

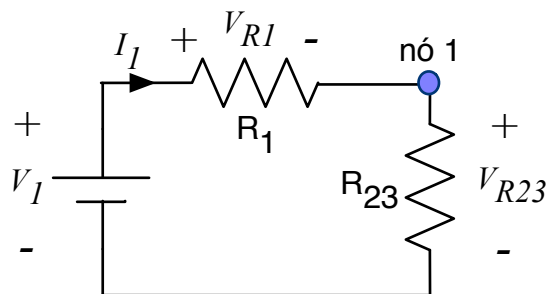


Figura 8 – Circuito reduzido a dois resistores.

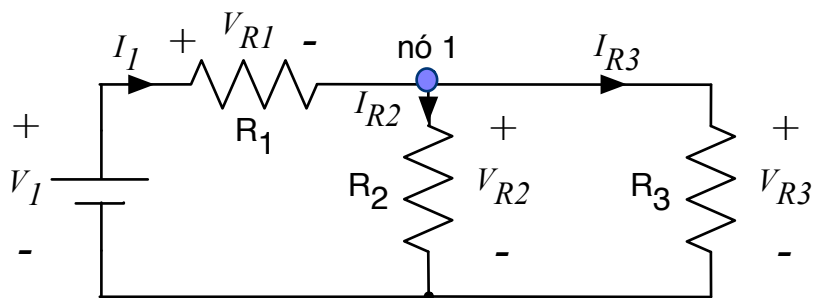


Figura 9 – Circuito original com todos os elementos.

Aplicando a Lei de Ohm em cada resistor, se determina as correntes nos mesmos:

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1 - V_{R1}}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1 - V_{R1}}{R_3}$$

2.3.2 Exemplo de análise de circuito com três resistores

Exemplo 1:

Seja um circuito série-paralelo com três resistores, interligados conforme a Figura 3, conectados em uma fonte de alimentação de 15 V. As resistências dos resistores são: $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 220 \Omega$ e $R_3 = 330 \Omega$. Determine a resistência total do circuito e as tensões e correntes em todos os elementos.

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 100 + \frac{220 \cdot 330}{220 + 330} = 232 \Omega$$

A corrente total do circuito será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{15}{232} = 64,7 \text{ mA}$$

Deste modo, a queda de tensão no resistor R_1 será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 100 \cdot 64,7 \text{ m} = 6,47 \text{ V}$$

Assim, a tensão resultante sobre R_2 e R_3 será:

$$V_{R2} = V_{R3} = V_{R23} = V_1 - V_{R1} = 15 - 6,47 = 8,53 \text{ V}$$

Então, as correntes nos resistores R_2 e R_3 serão:

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{8,53}{220} = 38,8 \text{ mA}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{8,53}{330} = 25,8 \text{ mA}$$

Por fim, aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1, podemos conferir se

a análise anterior está correta:

$$+I_1 - I_{R_2} - I_{R_3} = 0 \rightarrow I_{R_2} + I_{R_3} = I_1$$

$$38,8mA + 25,8mA = 64,6mA \rightarrow 64,6mA \cong 64,7mA$$

A diferença se dá em virtude dos arredondamentos realizados nos cálculos; comprovando-se assim que a análise está correta.

2.4 Circuito série-paralelo com quatro resistores – tipo 1

O circuito com quatro resistores é mostrado na Figura 10 onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_4 . Note que o terminal de R_1 está conectado junto aos terminais de R_2 , R_3 e R_4 , sendo o conjunto conectado na fonte de alimentação V_1 . O circuito foi denominado de tipo 1, pois com quatro resistores outras configurações são possíveis, sendo este um exemplo de interconexão dos resistores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 .

A Figura 11 mostra os elementos que estão em série e aqueles que estão em paralelo. Nota-se que os resistores R_2 , R_3 e R_4 estão em paralelo, onde seus terminais de entrada e de saída são conectados juntos em um mesmo ponto do circuito, respectivamente. Já o conjunto de R_2 em paralelo com R_3 e em paralelo com R_4 ($R_2//R_3//R_4$) é conectado em série com R_1 .

A Figura 11 mostra as junções (nós) formadas nas conexões dos resistores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 . Note que no nó único se tem a conexão dos quatro resistores.

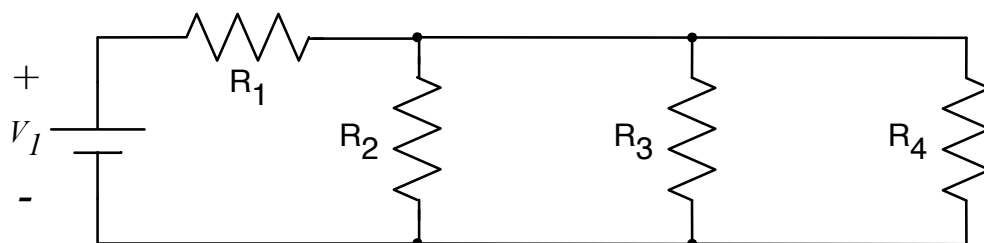


Figura 10 – Circuito misto com quatro resistores – tipo 1.

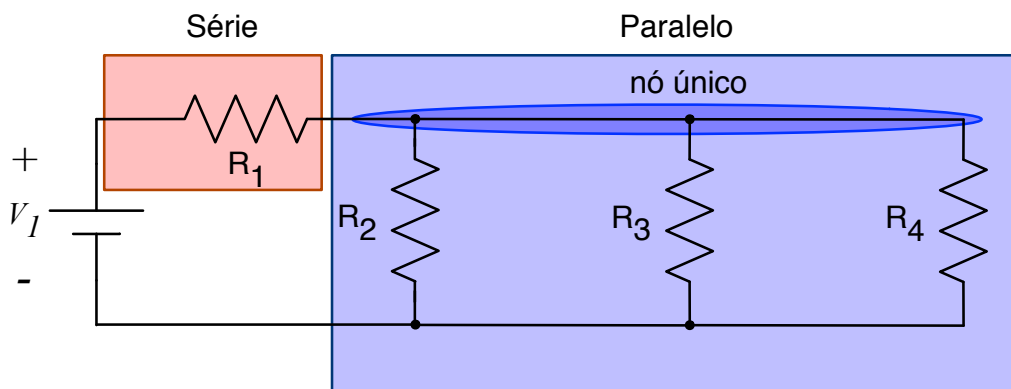


Figura 11 – Identificação dos elementos em série e em paralelo.

2.4.1 Cálculo da resistência total em circuito com quatro resistores – tipo 1

A resistência total do circuito mostrado na Figura 12 será calculada utilizando as expressões para circuitos em série e em paralelo, conforme a parte do circuito se estiver analisando.

Assim, a resistência equivalente/total da parte que está em paralelo será:

$$R_{T1} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

A seguir, pode-se obter a resistência total, somando-se a resistência encontrada anteriormente com a resistência de R_1 :

$$R_T = R_1 + R_{T1} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

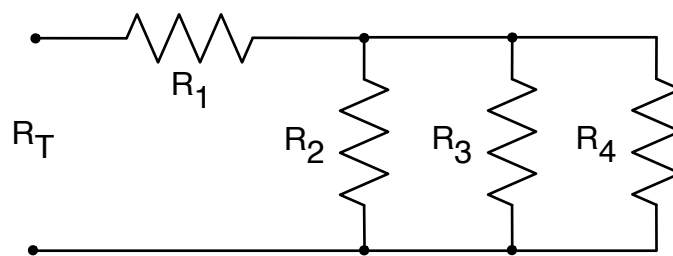


Figura 12 – Cálculo da resistência total de um circuito misto com quatro resistores – tipo 1.

2.4.2 Análise do circuito com quatro resistores – tipo 1

A análise do circuito misto com quatro resistores – tipo 1, inicia pela identificação das correntes e tensões nos elementos, conforme mostrado na Figura 13.

A Figura 14 mostra o circuito reduzido para apenas um resistor, que é a resistência total calculada anteriormente. Assim, pode-se aplicar a Lei de Ohm na resistência total e obter:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T}$$

Note que a corrente no resistor R_1 é a corrente total do circuito. Deste modo, sua queda de tensão será obtida aplicando a Lei de Ohm neste elemento:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

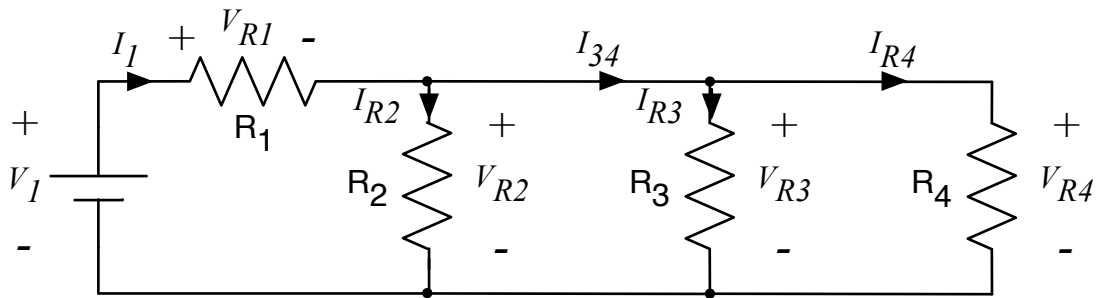


Figura 13 – Identificação das tensões e correntes no circuito com quatro resistores – tipo 1.

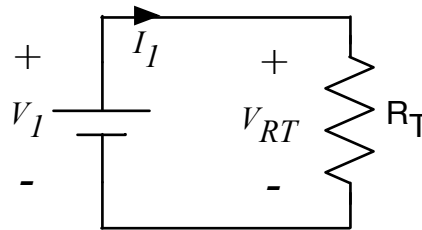


Figura 14 – Circuito reduzido a um resistor apenas.

Agora, conhecendo-se a queda de tensão em R_1 e sua corrente, pode-se obter a tensão resultante após este componente, que será a tensão sobre os resistores R_2 , R_3 e R_4 . A Figura 15 mostra o circuito resultante do cálculo da resistência equivalente entre R_2 , R_3 e R_4 , conectados em série com R_1 . Note a presença do nó único, onde será obtida a tensão, que é idêntica aquela sobre os resistores R_2 , R_3 e R_4 . Aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) ao circuito da Figura 15, iniciando pelo nó único em sentido horário, se tem:

$$+V_{R_{234}} - V_1 + V_{R_1} = 0 \rightarrow V_{R_{234}} = V_1 - V_{R_1}$$

Por fim, como se determinou a tensão sobre os resistores R_2 , R_3 e R_4 , pode-se obter as correntes nos mesmos, conforme mostrado na Figura 16, que é na verdade o circuito da Figura 13.

Assim, escrevendo novamente as tensões nos resistores em função do valor encontrado anteriormente, pois os resistores estão em paralelo e a tensão sobre os mesmos é igual, se encontra:

$$V_{R_2} = V_{R_3} = V_{R_4} = V_{R_{234}} = V_1 - V_{R_1}$$

Aplicando a Lei de Ohm em cada resistor, se determina as correntes nos mesmos:

$$I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_1 - V_{R_1}}{R_2}$$

$$I_{R_3} = \frac{V_{R_3}}{R_3} = \frac{V_1 - V_{R_1}}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{V_{R4}}{R_4} = \frac{V_1 - V_{R1}}{R_4}$$

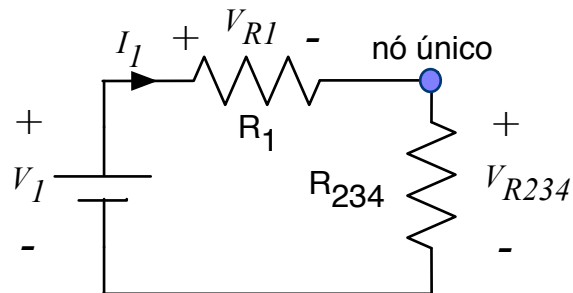


Figura 15 – Circuito reduzido a dois resistores.

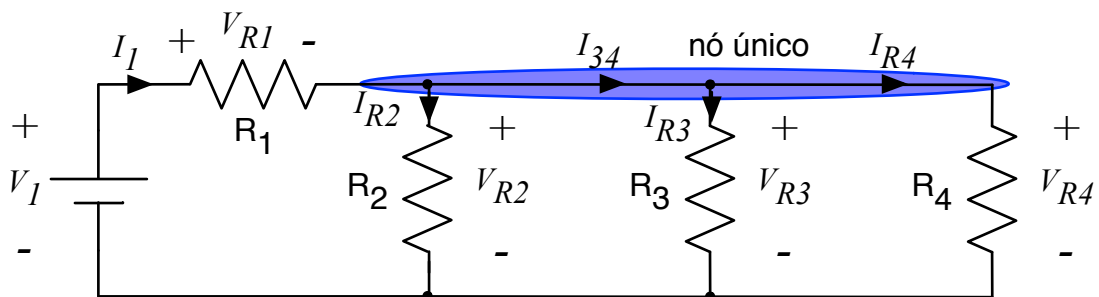


Figura 16 – Circuito original com todos os elementos.

2.4.3 Exemplo de análise de circuito com quatro resistores - tipo 1

Exemplo 2:

Seja um circuito série-paralelo com quatro resistores, interligados conforme a Figura 10, conectados em uma fonte de alimentação de 10 V. As resistências dos resistores são: $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2,2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 3,3 \text{ k}\Omega$ e $R_4 = 2,2 \text{ k}\Omega$. Determine a resistência total do circuito e as tensões e correntes em todos os elementos.

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = 1k + \frac{1}{\frac{1}{2,2k} + \frac{1}{3,3k} + \frac{1}{2,2k}} = 1,825k\Omega$$

A corrente total do circuito será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{10}{1,825k} = 5,48mA$$

Deste modo, a queda de tensão no resistor R_1 será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 1k \cdot 5,48m = 5,48V$$

Assim, a tensão resultante sobre R_2 , R_3 e R_4 será:

$$V_{R2} = V_{R3} = V_{R4} = V_{R234} = 10 - 5,48 = 4,52V$$

Então, as correntes nos resistores R_2 , R_3 e R_4 serão:

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{4,52}{2,2k} = 2,05mA$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{4,52}{3,3k} = 1,37mA$$

$$I_{R4} = \frac{V_{R4}}{R_4} = \frac{4,52}{2,2k} = 2,05mA$$

Por fim, aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó único, podemos conferir se a análise anterior está correta:

$$+I_1 - I_{R2} - I_{R3} - I_{R4} = 0 \rightarrow I_{R2} + I_{R3} + I_{R4} = I_1$$

$$2,05mA + 1,37mA + 2,05mA = 5,47mA \rightarrow 5,47mA \cong 5,48mA$$

A diferença se dá em virtude dos arredondamentos realizados nos cálculos; comprovando-se assim que a análise está correta.

A corrente nos resistores R_3 e R_4 , chamada nos circuitos anteriores de I_{34} , pode ser obtida aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no circuito da Figura 17.

Neste caso se tem:

$$+I_1 - I_{R2} - I_{34} = 0 \rightarrow I_{34} = I_1 - I_{R2} = 5,48m - 2,05m = 3,43mA$$

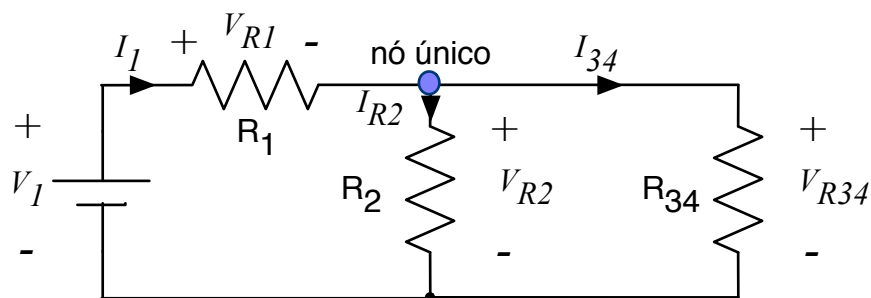


Figura 17 – Circuito reduzido a três resistores.

2.5 Circuito série-paralelo com quatro resistores – tipo 2

O circuito com quatro resistores é mostrado na Figura 18 onde se tem R_1 , R_2 , R_3 e R_4 . Note que o terminal de saída de R_1 está conectado no terminal de entrada de R_2 , configurando uma conexão série; já o terminal de saída de R_2 está conectado aos terminais de R_3 e R_4 , sendo o conjunto conectado na fonte de alimentação V_1 . O circuito foi denominado de tipo 2, pois com quatro resistores outras configurações são possíveis, sendo este um exemplo de interconexão dos resistores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 .

A Figura 19 mostra os elementos que estão em série e aqueles que estão em paralelo. Nota-se que os resistores R_1 e R_2 estão em série; enquanto os resistores R_3 e R_4 estão em paralelo.

A Figura 19 mostra as junções (nós) formadas nas conexões dos resistores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 . Note que no nó 1 se tem a conexão de três resistores (R_2 , R_3 e R_4) e no nó 2 apenas de R_3 e R_4 . De todo modo, para a análise do circuito, em termos de aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), estudada no capítulo anterior, pode-se utilizar qualquer um dos dois nós, visto que as correntes nos mesmos serão as mesmas.

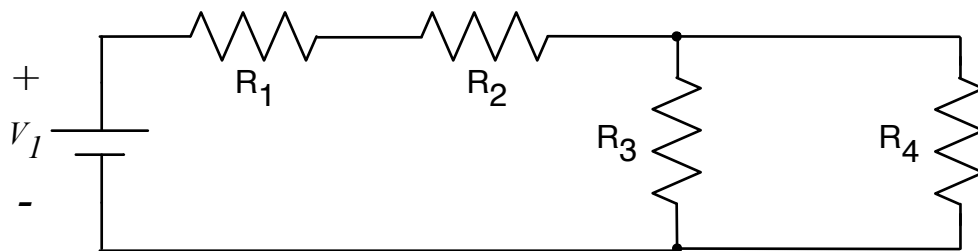


Figura 18 – Circuito misto com quatro resistores – tipo 2.

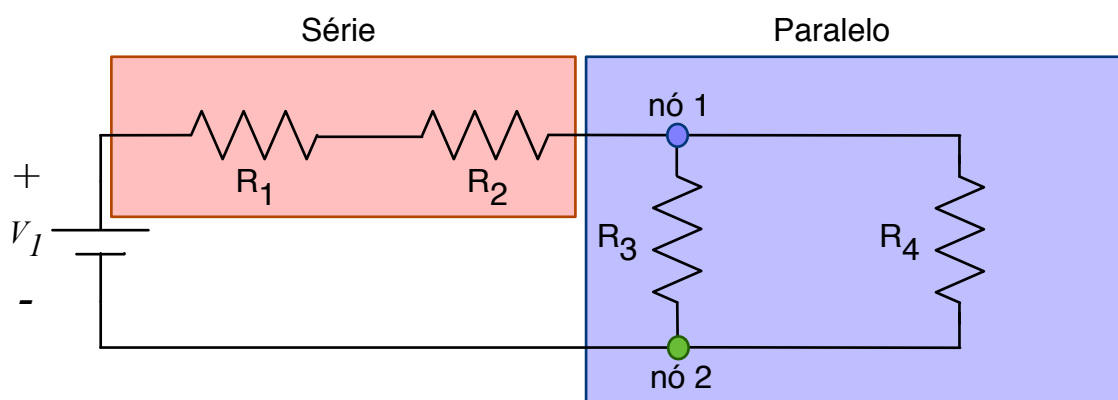


Figura 19 – Identificação dos elementos em série e em paralelo.

2.5.1 Cálculo da resistência total em circuito com quatro resistores – tipo 2

A resistência total do circuito mostrado na Figura 20 será calculada utilizando as expressões para circuitos em série e em paralelo, conforme a parte do circuito se estiver analisando.

Assim, a resistência equivalente/total da parte que está em paralelo será:

$$R_{T1} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

A parte em série terá como resistência total:

$$R_{T2} = R_1 + R_2$$

A seguir, pode-se obter a resistência total, somando-se a resistência encontrada anteriormente para cada parte, visto as mesmas estarem em série:

$$R_T = R_{T1} + R_{T2} = R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

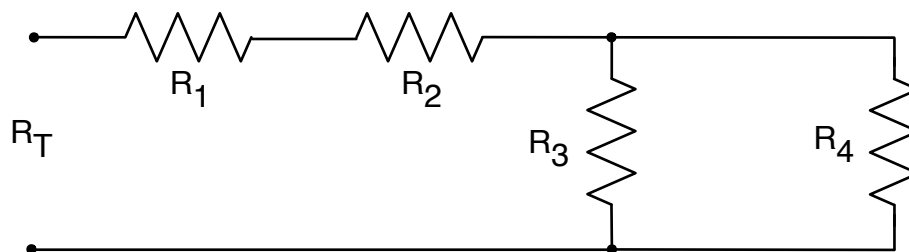


Figura 20 – Cálculo da resistência total de um circuito misto com quatro resistores – tipo 2.

2.5.2 Análise do circuito com quatro resistores – tipo 2

A análise do circuito misto com quatro resistores – tipo 2, inicia pela identificação das correntes e tensões nos elementos, conforme mostrado na Figura 21.

A Figura 22 mostra o circuito reduzido para apenas um resistor, que é a resistência total calculada anteriormente. Assim, pode-se aplicar a Lei de Ohm na resistência total e obter:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T}$$

Note que a corrente nos resistores R_1 e R_2 é a corrente total do circuito. Deste modo, sua queda de tensão será obtida aplicando a Lei de Ohm neste elemento:

$$I_{R1} = I_{R2} = I_1$$

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

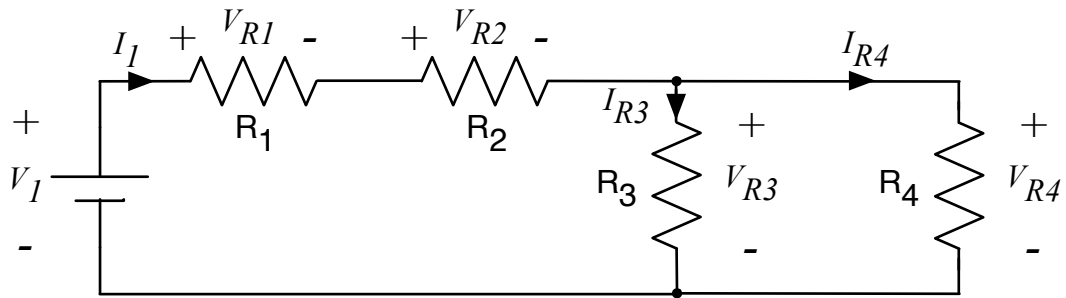


Figura 21 – Identificação das tensões e correntes no circuito com quatro resistores – tipo 2.

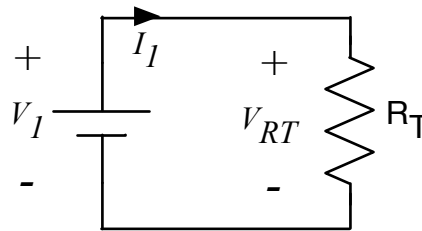


Figura 22 – Circuito reduzido a um resistor apenas.

Agora, conhecendo-se as quedas de tensão em R_1 e R_2 , pode-se obter a tensão resultante após estes componentes, que será a tensão sobre os resistores R_3 e R_4 . O circuito da Figura 23 mostra a redução do circuito série de R_1 e R_2 a um circuito equivalente, com um resistor apenas, que seria a resistência total calculada anteriormente (R_{T2}), denominado aqui de R_{12} .

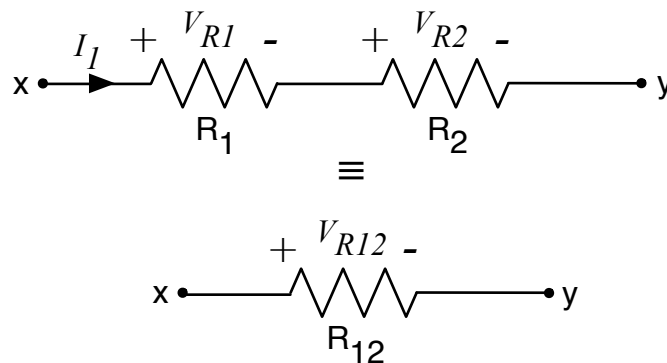


Figura 23 – Circuito equivalente dos resistores R_1 e R_2 .

A tensão o resistor equivalente é a tensão total do circuito série de R_1 e R_2 , portanto:

$$V_{R12} = V_{R1} + V_{R2}$$

A demonstração do resultado anterior é realizada aplicando-se a Lei de Kirchhoff das tensões entre os pontos x e y da Figura 23, como segue:

$$\begin{cases} -V_x + V_{R1} + V_{R2} + V_y = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} = V_x - V_y = V_{xy} \rightarrow V_{xy} = V_{xy} \rightarrow V_{R1} + V_{R2} = V_{R12} \\ -V_x + V_{R12} + V_y = 0 \rightarrow V_{R12} = V_x - V_y = V_{xy} \end{cases}$$

A Figura 24 mostra o circuito com as duas resistências equivalentes, ou seja, a resistência total da parte em paralelo (R_{T1}) e a resistência total da parte série (R_{T2}), que foram denominadas de R_{34} e R_{12} , respectivamente. Note a presença do nó 1, onde será obtida a tensão, que é idêntica aquela sobre os resistores R_3 e R_4 . Aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) ao circuito da Figura 24, iniciando pelo nó 1 em sentido horário, se tem:

$$+V_{R34} - V_1 + V_{R12} = 0 \rightarrow V_{R34} = V_1 - V_{R12}$$

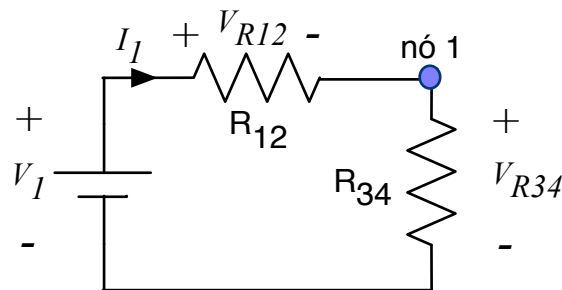


Figura 24 – Circuito reduzido a dois resistores equivalentes.

Por fim, como se determinou a tensão sobre os resistores R_3 e R_4 , pode-se obter as correntes nos mesmos, conforme mostrado na Figura 25, que é na verdade o circuito da Figura 21.

Assim, escrevendo novamente as tensões nos resistores em função do valor encontrado anteriormente, pois os resistores estão em paralelo e a tensão sobre os mesmos é igual, se encontra:

$$V_{R3} = V_{R4} = V_{R34} = V_1 - V_{R12} = V_1 - V_{R1} - V_{R2}$$

Aplicando a Lei de Ohm em cada resistor, se determina as correntes nos mesmos:

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1 - V_{R1} - V_{R2}}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{V_{R4}}{R_4} = \frac{V_1 - V_{R1} - V_{R2}}{R_4}$$

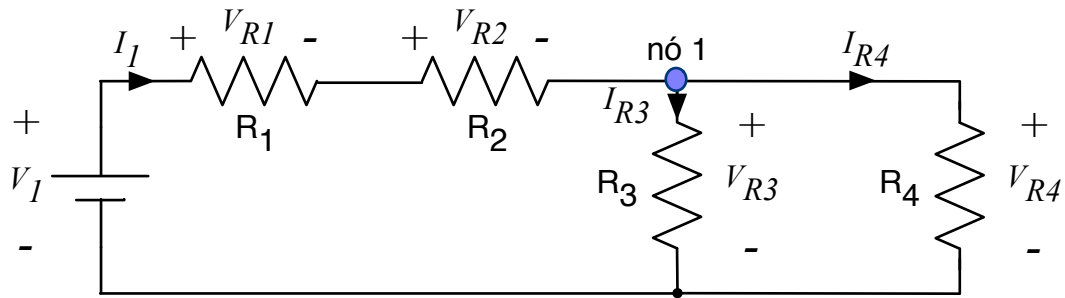


Figura 25 – Circuito original com todos os elementos.

2.5.3 Exemplo de análise de circuito com quatro resistores - tipo 2

Exemplo 3:

Seja um circuito série-paralelo com quatro resistores, interligados conforme a Figura 18, conectados em uma fonte de alimentação de 12 V. As resistências dos resistores são: $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 2,2\text{ k}\Omega$, $R_3 = 3,3\text{ k}\Omega$ e $R_4 = 2,2\text{ k}\Omega$. Determine a resistência total do circuito e as tensões e correntes em todos os elementos.

A resistência total será:

$$R_T = R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 1k + 2,2k + \frac{3,3k \cdot 2,2k}{3,3k + 2,2k} = 4,52k\Omega$$

A corrente total do circuito será:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{12}{4,52k} = 2,65mA$$

Deste modo, as quedas de tensão nos resistores R_1 e R_2 serão:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 1k \cdot 2,65m = 2,65V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 2,2k \cdot 2,65m = 5,83V$$

Assim, a tensão resultante sobre R_3 e R_4 será:

$$V_{R3} = V_{R4} = V_{R34} = V_1 - V_{R12} = V_1 - V_{R1} - V_{R2} = 12 - 2,65 - 5,83 = 3,52V$$

Então, as correntes nos resistores R_3 e R_4 serão:

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{3,52}{3,3k} = 1,07mA$$

$$I_{R4} = \frac{V_{R4}}{R_4} = \frac{3,52}{2,2k} = 1,6mA$$

Note que somando as correntes dos resistores R_3 e R_4 se tem:

$$I_{R_3} + I_{R_4} = 1,07\text{mA} + 1,6\text{mA} = 2,67\text{mA} \cong I_1 = 2,65\text{mA}$$

Novamente o valor encontrado é um pouco diferente daquele calculado para a corrente que entra no nó 1, que é a corrente total do circuito. Esta diferença é devida aos arredondamentos realizados durante os cálculos das grandezas do circuito.

3 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é um circuito misto de resistores?

O circuito misto é formado por resistores em série-paralelo, isto é, alguns componentes estão em série, enquanto outros estão em paralelo.

ER 02. Considere o circuito da Figura 26. A fonte de alimentação é de 5 V. As resistências dos resistores são: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 22\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$ e $R_4 = 33\ \Omega$. Identifique os elementos que estão em série e em paralelo no circuito mostrado.

O circuito é misto, tendo parte dos componentes em série e parte em paralelo. Os resistores R_1 e R_2 estão em paralelo entre si; do mesmo modo, R_3 e R_4 estão em paralelo entre si. No entanto, o conjunto $R_1//R_2$ está em série com o conjunto $R_3//R_4$.

Utilizamos o símbolo // para identificar dois elementos que estão em paralelo entre si.

Os blocos que estão em série e em paralelo estão mostrados na Figura 27.

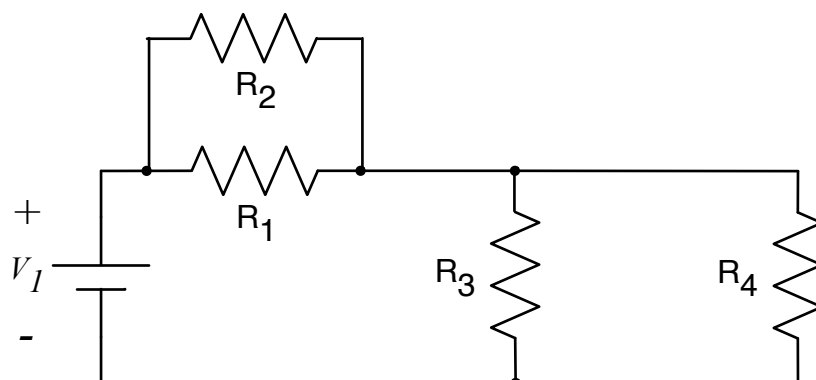


Figura 26 – Circuito para análise.

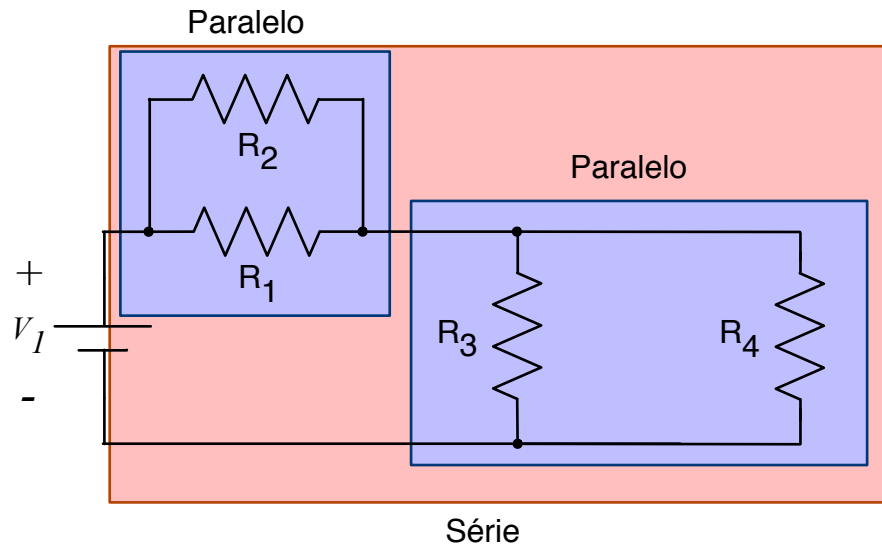


Figura 27 – Identificação das partes em série e das partes em paralelo do circuito em análise.

ER 03. Identifique todas as correntes e tensões no circuito da Figura 26.

Identificando-se correntes e tensões no circuito em análise se tem o circuito mostrado na Figura 28.

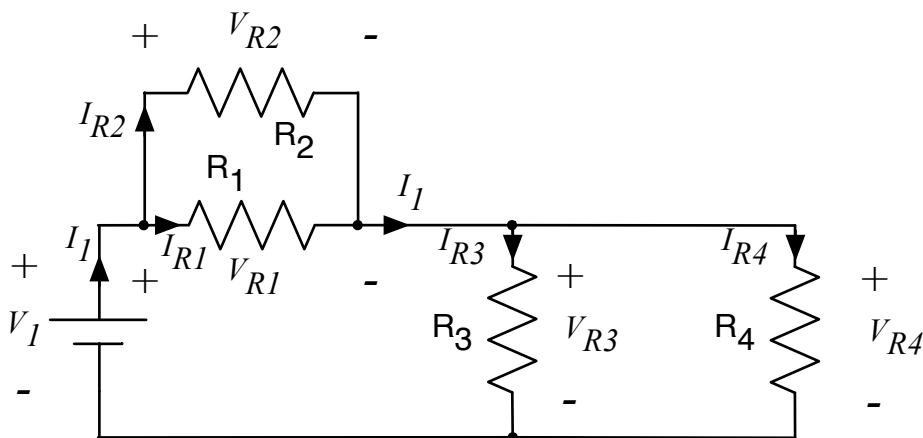


Figura 28 – Circuito com identificação das tensões e correntes nos elementos.

ER 04. Calcule a resistência total do circuito da Figura 26 com os valores dados na questão ER 02.

O circuito é formado por dois conjuntos de resistores associados. A resistência equivalente de $R_1 // R_2$ será:

$$R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 22}{10 + 22} = 6,875 \Omega$$

Por sua vez, a resistência equivalente de $R_3 // R_4$ será:

$$R_3 // R_4 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 33}{10 + 33} = 7,67 \Omega$$

Por fim, os dois conjuntos de resistores estão em série entre si, então:

$$R_T = R_1 // R_2 + R_3 // R_4 = 6,875 + 7,67 = 14,545 \Omega$$

ER 05. Determine as correntes e tensões nos elementos do circuito da Figura 26, usando os valores da questão ER 02 e a identificação das grandezas conforme a Figura 28.

Como a resistência total do circuito foi determinada na questão 04, sendo de 14,545 Ω , pode-se calcular a corrente total do circuito:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_T} = \frac{12}{14,545} = 0,825 A$$

A tensão sobre o conjunto de resistores $R_1 // R_2$, será:

$$V_{R_1 // R_2} = (R_1 // R_2) \cdot I_1 = 6,875 \cdot 0,825 = 5,67 V$$

Do mesmo modo, como a corrente I_1 se divide nos resistores R_1 e R_2 , mas volta a ser somada na conexão de saída destes resistores, como está mostrado na Figura 28, então a corrente que circula pelo conjunto $R_3 // R_4$ é a mesma I_1 ; assim, pode-se calcular a tensão sobre o conjunto $R_3 // R_4$:

$$V_{R_3 // R_4} = (R_3 // R_4) \cdot I_1 = 7,67 \cdot 0,825 = 6,33 V$$

Tendo-se as tensões sobre o conjunto de resistores, pode-se determinar a corrente nos elementos:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_{R_1 // R_2}}{R_1} = \frac{5,67}{10} = 0,567 A$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{R_1 // R_2}}{R_2} = \frac{5,67}{22} = 0,258 A$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_{R_3 // R_4}}{R_3} = \frac{6,33}{10} = 0,633 A$$

$$I_{R4} = \frac{V_{R4}}{R_4} = \frac{V_{R_3 // R_4}}{R_4} = \frac{6,33}{33} = 0,192 A$$

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é um circuito em série-paralelo de componentes eletrônicos.

EP 02. Considere o circuito da Figura 29. A fonte de alimentação é de 10 V. As resistências dos

resistores são: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ e $R_3 = 10 \Omega$. Identifique os elementos que estão em série e em paralelo no circuito mostrado.

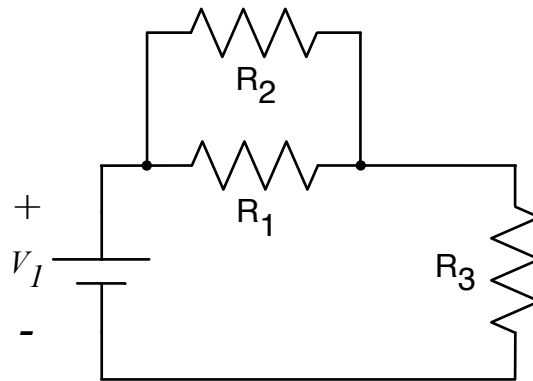


Figura 29 – Circuito para análise.

EP 03. Identifique todas as correntes e tensões no circuito da Figura 29.

EP 04. Calcule a resistência total do circuito da Figura 29 com os valores dados na questão EP 02.

EP 05. Determine as correntes e tensões nos elementos do circuito da Figura 29, usando os valores da questão EP 02.

4 Atividade Avaliativa

4.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. O circuito da Figura 30 pode ser considerado um circuito misto (série-paralelo)?

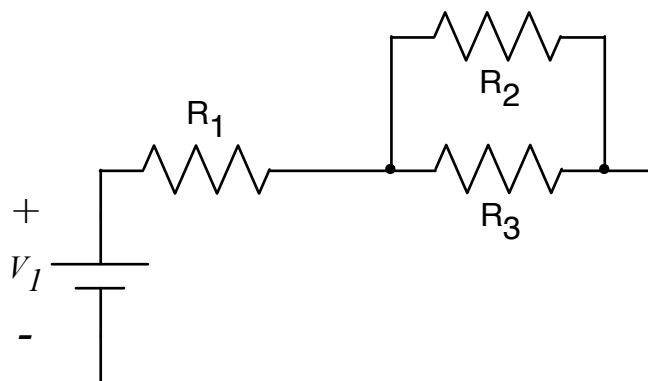


Figura 30 – Circuito para análise.

AA 02. Considere o circuito da Figura 30. A fonte de alimentação é de 12 V. As resistências dos resistores são: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 22 \Omega$ e $R_3 = 22 \Omega$. Identifique os elementos que estão em série e em paralelo no circuito mostrado.

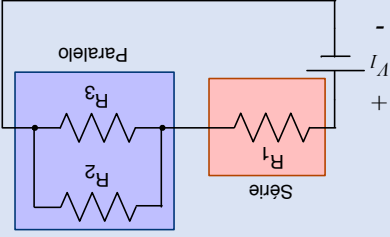
AA 03. Identifique todas as correntes e tensões no circuito da Figura 30.

AA 04. Calcule a resistência total do circuito da Figura 30 com os valores dados na questão AA 02.

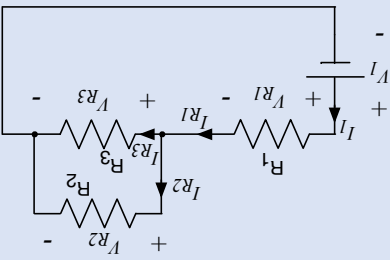
AA 05. Determine as correntes e tensões nos elementos do circuito da Figura 30, usando os valores da questão AA 02.

AA 01. Sim, o circuito é série-paralelo (misto), pois R_1 está em série com R_2 que está em paralelo com R_3 .

AA 02. As partes em série e paralelo estão mostradas na figura abaixo.



AA 03. As tensões e correntes do circuito estão identificadas conforme a figura abaixo.



AA 04. A resistência total do circuito será: $R_T = R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = 10 + \frac{22 \times 22}{22 + 22} = 21 \Omega$.

AA 05. A corrente total do circuito será: $I_1 = V_1 / R_T = 12 / 21 = 0,57 \text{ A}$.
 A queda de tensão em R_1 será: $V_{R1} = R_1 \times I_1 = 10 \times 0,57 = 5,7 \text{ V}$. Então a tensão resultante nos resistores $R_2 // R_3$ será: $V_{R2} = V_{R3} = V_1 - V_{R1} = 12 - 5,7 = 6,3 \text{ V}$. Assim, as correntes nos resistores R_2 e R_3 serão: $I_{R2} = V_{R2} / R_2 = 6,3 / 22 = 0,286 \text{ A}$ e $I_{R3} = V_{R3} / R_3 = 6,3 / 22 = 0,286 \text{ A}$. Note que a soma de $I_{R2} + I_{R3} = 0,286 \text{ A} + 0,286 \text{ A} = 0,57 \text{ A}$, que é igual a corrente I_1 .



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -

FONTES DE CORRENTE E TRANSFORMAÇÃO DE

FONTES

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020 *(revisado em março de 2021)*.

FONTES DE CORRENTE E TRANSFORMAÇÃO DE FONTES

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer fontes de corrente e transformação de fontes.

Objetivos parciais

- Conhecer fontes de corrente;
- Realizar cálculos com fontes de corrente;
- Realizar transformação de fontes;
- Resolver exercícios envolvendo fontes de corrente e transformação de fontes.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 08 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 07 relacionado a análise de circuitos série-paralelo.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar o teorema da máxima transferência de potência.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 08);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 08).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
FONTES DE CORRENTE E TRANSFORMAÇÃO DE
FONTES

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo dos circuitos com elementos em série, em paralelo e em série-paralelo, e também nas Leis de Kirchhoff das Tensões e Correntes. Agora continuaremos estudando fontes de corrente e transformação de fontes.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Fontes de corrente;
- Cálculos com fontes de corrente;
- Transformação de fontes;
- Análise de circuitos com transformação de fontes.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar com suas palavras o que é uma fonte de corrente;
- Realizar transformação de fontes.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por elementos interconectados, sendo então realizada a identificação se no circuito há a presença de fontes de corrente e fontes de tensão e se será necessária fazer a transformação de fontes; realizando a seguir o cálculo das correntes e tensões nos elementos do circuito.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é uma fonte de corrente;
2. Realize a transformação de uma fonte de tensão em uma fonte de corrente;
3. Realize a transformação de uma fonte de corrente em uma fonte de tensão.

2 Fontes de Corrente

2.1 Introdução

As fontes de corrente são os elementos de circuitos elétricos que, assim como as fontes de tensão, fornecem energia elétrica para o funcionamento dos equipamentos elétricos e eletrônicos. Assim, pode-se afirmar que todo equipamento possui uma fonte de alimentação, seja em tensão ou em corrente, que pode ser contínua, alternada, fixa ou portátil, dentre outras características destes elementos. A seguir serão apresentados os aspectos mais importantes das fontes de corrente, visando que você conheça e possa utilizar adequadamente este importante elemento de circuitos elétricos.

2.2 Fonte de corrente ideal

Uma fonte de corrente é um elemento de circuito que possui a capacidade de disponibilizar em seus terminais um valor bem definido de corrente elétrica, independente da tensão resultante sobre a mesma. Esta é a definição simplificada de uma fonte de corrente ideal, que utilizamos nas análises teóricas de circuitos elétricos e nos simuladores também. Assim, podem-se destacar alguns aspectos importantes para uma fonte de corrente elétrica:

- Corrente disponibilizada em seus terminais – a amplitude em ampères da corrente em sua saída;
- Forma da corrente disponibilizada – se a fonte é de corrente contínua, corrente alternada ou permite programar a forma de onda;
- Frequência da corrente disponibilizada – para fontes de corrente alternada se pode definir a frequência do sinal em sua saída;
- Fase da corrente disponibilizada – para fontes de corrente alternada se pode definir a fase do sinal em sua saída.

Existem outras características para as fontes de corrente, que não serão apresentadas aqui, pois para uma fonte de corrente contínua, interessa-nos neste momento definir a amplitude da corrente em sua saída.

Importante lembrar também que toda fonte de corrente possui sentido definido, ou seja, apresenta um terminal onde a corrente sai e outro terminal por onde a corrente entra.

Na Figura 1 mostram-se alguns símbolos de fontes de corrente, onde:

- Corrente contínua – a corrente nos terminais da fonte tem amplitude fixa;

- Corrente alternada – a corrente da fonte varia sinusoidalmente no tempo;
- Corrente triangular – a forma de onda desta fonte de corrente é triangular ou dente-de-serra;
- Corrente pulsada – a fonte fornece um pulso (*step*) de corrente para teste, sincronismo ou disparo de algum circuito;
- Corrente quadrada – fonte de corrente com sinal periódico quadrado.

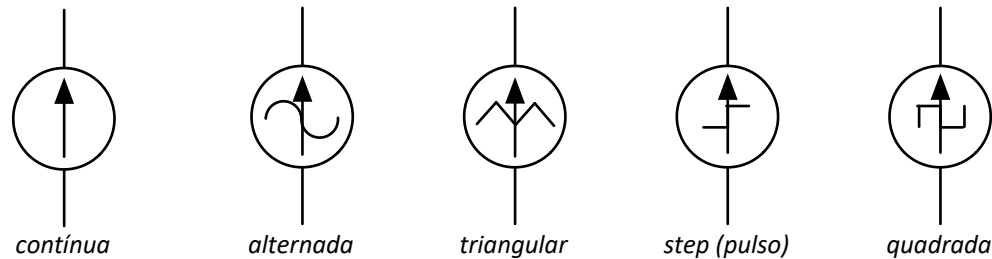


Figura 1 – Símbolos de fontes de corrente.

Note que as fontes de corrente sempre tem o sentido de circulação da corrente bem definido, mesmo sendo fontes em que a corrente varia no tempo. Isso é feito para que se possa fazer a análise do circuito com as tensões e correntes identificadas corretamente nos elementos do circuito.

É importante destacar que em fontes de corrente o sentido da corrente elétrica é considerado saindo pelo terminal positivo, pois a fonte fornece energia ao circuito ligado a ela, como está mostrado na Figura 2. Assim, a potência em uma fonte será:

$$P_F = V_F \cdot (-I_F) = -(V_F \cdot I_F)$$

Assim, a potência terá um valor negativo em watts, significando que a mesma está fornecendo energia ao circuito. Caso na análise do circuito a potência em uma fonte resulte positiva, então esta fonte está funcionando como carga.

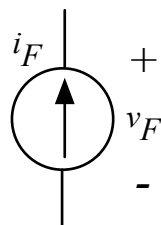
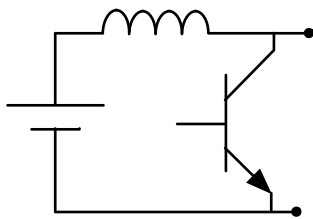


Figura 2 – Polaridade da tensão e sentido da corrente em uma fonte de corrente.

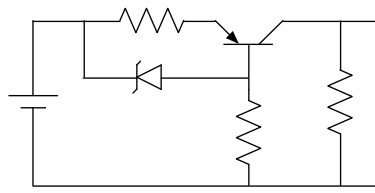
2.1 Fontes de corrente reais

As fontes de corrente reais podem ser de diferentes tipos e origens, destacando-se a seguir alguns exemplos, que são mostrados na Figura 3:

- Fonte de tensão mais indutor de alto valor;
- Circuitos eletrônicos que operam como fonte de corrente;
- Fontes de bancada;
- Etc.



fonte de tensão + indutor



circuito eletrônico



fonte de bancada

Figura 3 – Exemplos de fontes de corrente reais.

As fontes de corrente reais têm limite de tensão e corrente, isto é, uma fonte de corrente real não pode fornecer qualquer amplitude de corrente e suprir qualquer valor de tensão para o circuito conectado na mesma. Assim, sempre que se utiliza uma fonte de corrente se deve ficar atento aos limites de operação permitidos para a mesma, para evitar danos e até acidentes.

Além disso, as fontes de corrente reais possuem resistência interna, como mostrado na Figura 4. Note que a resistência interna fica em paralelo com a fonte de corrente ideal, provocando uma divisão da corrente no nó formado pela conexão de i_i , R_i e a corrente de saída i_F . Assim, a corrente de saída será menor do que a corrente da fonte ideal, pois uma parcela circula internamente; ou seja, a corrente no resistor i_{R_i} . A tensão resultante nos terminais da fonte dependerá da carga conectada na mesma, pois se terá a associação de R_i com a resistência equivalente do circuito conectado na mesma.

A Figura 5 mostra a imagem de uma fonte de bancada, típica dos laboratórios de eletrônica, e sua representação gráfica. Esta fonte tem três terminais de conexão, sendo um positivo, outro negativo e um terminal de terra (*gnd* - *ground* ou massa) para aterramento e proteção. Esta fonte da figura também tem ajuste na tensão e na corrente de saída, podendo variar, por exemplo, entre 0 e 30 V, e 0 e 3 A. Assim, esta fonte permite operação no modo tensão e no modo corrente, emulando então uma fonte de corrente real.

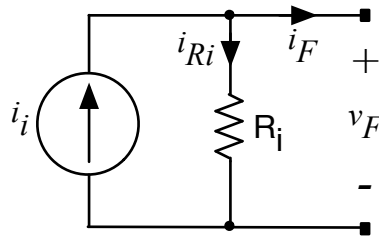


Figura 4 – Fonte de corrente com resistência interna.



Figura 5 – Fonte de tensão/corrente de bancada com ajustes de tensão e corrente.

2.1 Análise de circuitos com fontes de corrente

2.1.1 Circuito simples com fonte de corrente e resistor

A Figura 6 mostra um circuito simples com fonte de corrente e resistor. A análise deste circuito consiste em aplicar a Lei de Ohm para determinar a tensão resultante sobre o resistor e fonte de corrente, tendo-se então:

$$V_{R1} = V_1$$

$$I_{R1} = I_1$$

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

Note que as tensões no resistor e na fonte de corrente são iguais, enquanto a corrente a corrente no resistor é a própria corrente da fonte de corrente.

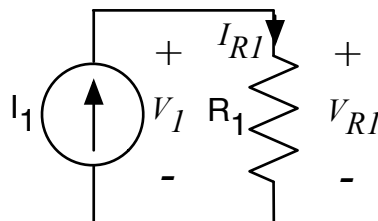


Figura 6 – Circuito simples com fonte de corrente.

2.1.2 Exemplo de análise de circuito simples com fonte de corrente

Exemplo 1:

Considere o circuito da Figura 6, onde se tem uma fonte de corrente de 1 A, conectada em um resistor de 10Ω . Determine a tensão sobre o resistor R_1 .

A tensão resultante sobre o resistor e a fonte de corrente será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 1 = 10V$$

2.1.3 Circuito com fonte de corrente e dois resistores

A Figura 7 mostra um circuito de uma fonte de corrente e dois resistores. A análise deste circuito é semelhante ao que foi realizado anteriormente. Sabendo-se que o circuito é paralelo, então a tensão sobre os elementos será a mesma, assim:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1$$

A tensão nos resistores será determinada conhecendo-se a corrente nos mesmos, o que pode ser obtido usando-se a expressão do divisor de corrente, estudado anteriormente no curso, que é:

$$I_{R1} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{R2} = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Por fim, determina-se a tensão nos resistores:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2}$$

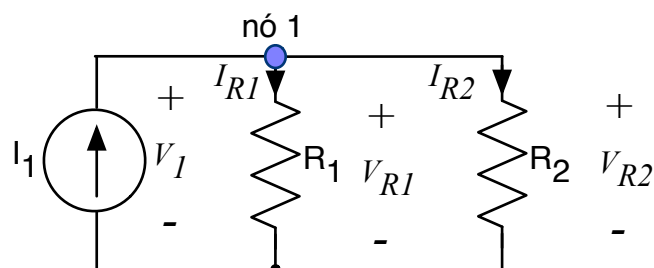


Figura 7 – Circuito com fonte de corrente e dois resistores.

2.1.4 Exemplo de análise de circuito com fonte de corrente e dois resistores

Exemplo 2:

Considere o circuito da Figura 7, onde se tem uma fonte de corrente de 100 mA, conectada em dois resistores, sendo um deles de 1 kΩ e o outro de 2,2 kΩ. Determine a tensão sobre os resistores e a fonte de corrente.

A corrente nos resistores será:

$$I_{R1} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 100m \cdot \frac{2,2k}{1k + 2,2k} = 68,75mA$$

$$I_{R2} = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 100m \cdot \frac{1k}{1k + 2,2k} = 31,25mA$$

A tensão resultante sobre os resistores e a fonte de corrente será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = 1k \cdot 68,75m = 68,75V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = 2,2k \cdot 31,25m = 68,75V$$

Note que as tensões são iguais, como era de se esperar, pois os componentes estão em paralelo.

Pode-se aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1 da Figura 7, para verificar se a análise está correta. Assim:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

$$68,75mA + 31,25mA = 100mA \rightarrow 100mA = 100mA$$

2.1.5 Circuito com três fontes de corrente e resistor

A Figura 8 mostra um circuito com três fontes de corrente e um resistor. A análise deste circuito consiste em aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1, obtendo-se:

$$+I_1 + I_2 - I_3 - I_{R1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_1 + I_2 - I_3$$

Assim, a tensão no resistor e consequentemente no conjunto, visto todos os elementos estarem em paralelo, será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

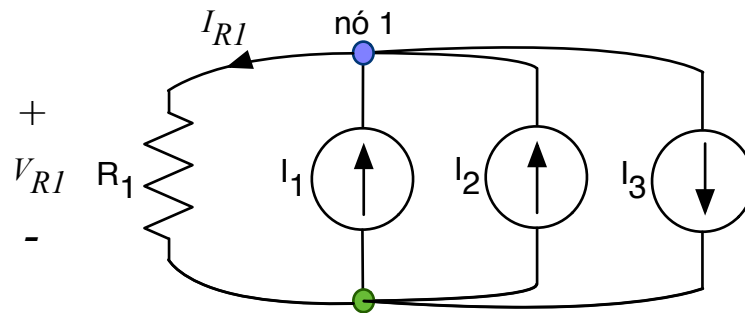


Figura 8 – Circuito com três fontes de corrente e resistor.

2.1.6 Exemplo de análise de circuito com três fontes de corrente e resistor

Exemplo 3:

Considere o circuito da Figura 8, onde se tem um resistor de 10Ω , conectado em três fontes de corrente, que possuem as seguintes correntes: $I_1 = 1 \text{ A}$, $I_2 = 3 \text{ A}$ e $I_3 = 2 \text{ A}$. Determine a tensão sobre o resistor R_1 .

A corrente no resistor será:

$$I_{R1} = I_1 + I_2 - I_3 = 1 + 3 - 2 = 2 \text{ A}$$

A tensão resultante sobre o resistor e a fonte de corrente será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ V}$$

3 Conversão de Fontes

3.1 Introdução

As fontes de tensão e as fontes de corrente são consideradas, em termos de circuitos elétricos, duais entre si. Isto significa que uma fonte de corrente pode ser convertida em uma fonte de tensão e vice-versa.

A seguir será apresentado o método para conversão de fontes, isto é, para se converter uma fonte de corrente em uma fonte de tensão equivalente; ou uma fonte de tensão em uma fonte de corrente equivalente.

3.2 Fontes reais de tensão e de corrente

As fontes reais de tensão e de corrente tem resistências internas, conforme foi discutido anteriormente no curso e neste capítulo. As Figura 9 e Figura 10 mostram fontes de tensão e de corrente reais, respectivamente.

Os elementos das Figura 9 e Figura 10 são:

- v_i – tensão interna da fonte de tensão;
- R_s – resistência interna da fonte de tensão;
- i_i – corrente interna da fonte de corrente;
- R_p – resistência interna da fonte de corrente;
- R_L – resistência da carga ($L = load$);
- v_f – tensão na carga;
- i_f – corrente na carga.

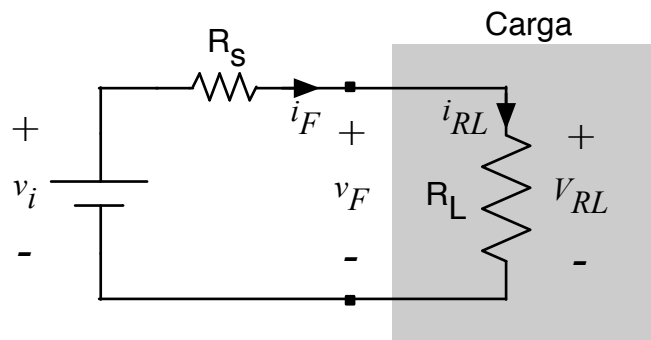


Figura 9 – Fonte de tensão real.

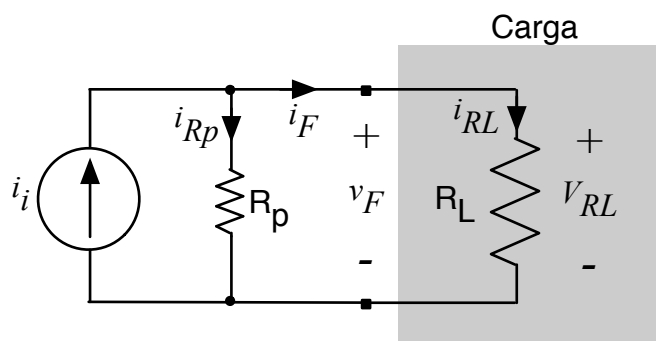


Figura 10 – Fonte de corrente real.

3.1 Conversão de fontes

A conversão entre fontes de tensão e corrente considera que do ponto de vista da carga, os valores de corrente e tensão serão os mesmos. Isso significa dizer que nas Figura 9 e Figura 10 a tensão v_{RL} e a corrente i_{RL} serão as mesmas, seja conectada em uma fonte de tensão ou em uma fonte de corrente, equivalentes entre si. Assim, conforme mostrado na Figura 11, as tensões nos terminais das fontes de tensão ou corrente, e a corrente fluindo para a carga, em ambas as fontes, devem ser iguais.

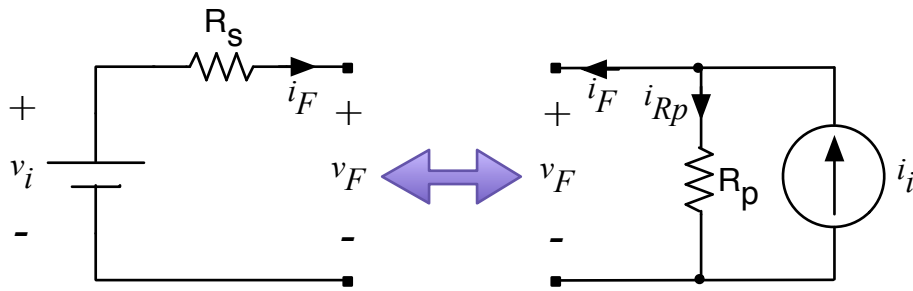


Figura 11 – Conversão entre fontes de tensão e corrente.

A partir da Figura 11, calculando-se a tensão de saída (v_F) do circuito com fonte de tensão, se terá:

$$v_F = v_i - R_s \cdot i_F$$

Note que esta expressão pode ser obtida aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) ao circuito com fonte de tensão.

Agora calculando-se a tensão de saída (v_F), no circuito da Figura 11, para o circuito com fonte de corrente, se tem:

$$v_F = R_p \cdot (i_i - i_F) = R_p \cdot i_i - R_p \cdot i_F$$

Note que esta expressão pode ser obtida aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) ao circuito com fonte de corrente.

Como a tensão de saída de ambos os circuitos deve ser igual, então:

$$v_F = v_F \rightarrow v_i - R_s \cdot i_F = R_p \cdot i_i - R_p \cdot i_F$$

Considerando que as resistências R_s e R_p sejam iguais a R :

$$R_s = R_p = R$$

$$v_i - R \cdot i_F = R \cdot i_i - R \cdot i_F$$

$$v_i = R \cdot i_i$$

Assim, a equivalência ou conversão, entre fontes de corrente e tensão pode ser assim expressa:

$$R_s = R_p$$

$$i_i = \frac{v_i}{R_s}$$

$$v_i = R_p \cdot i_i$$

A conversão entre fontes é útil na análise de circuitos para fins de simplificação dos mesmos, durante as etapas para obter as correntes e tensões em circuitos com diversos elementos, dentre eles fontes de corrente e tensão.

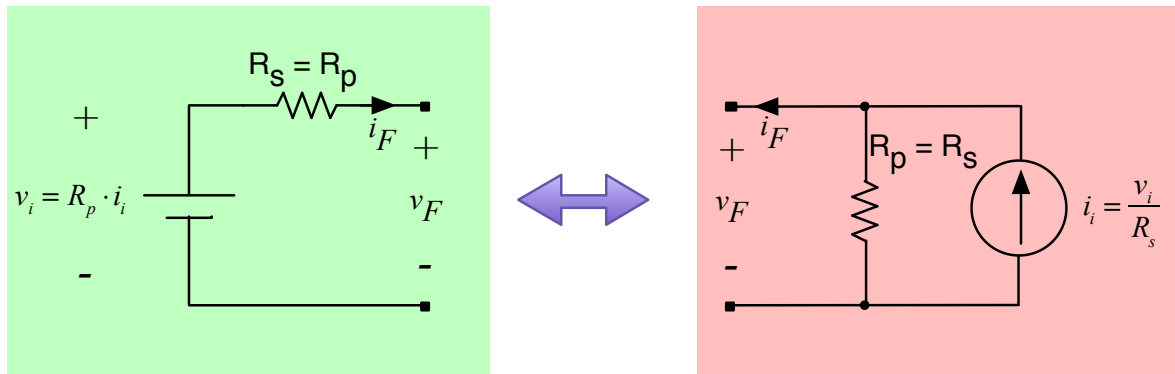


Figura 12 – Equivalência entre fonte de tensão e fonte de corrente.

3.1.1 Exemplos de conversão de fontes

Exemplo 4:

Considere o circuito da Figura 9, onde se tem uma fonte de tensão real, com tensão interna de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Determine o circuito equivalente com fonte de corrente.

A resistência interna da fonte de corrente será:

$$R_p = R_s = 2\Omega$$

A corrente da fonte de corrente será:

$$i_i = \frac{v_i}{R_s} = \frac{12}{2} = 6A$$

Exemplo 5:

Considere o circuito da Figura 10, onde se tem uma fonte de corrente real, com corrente interna de 5 A e resistência interna de 2 Ω . Determine o circuito equivalente com fonte de tensão.

A resistência interna da fonte de tensão será:

$$R_s = R_p = 2\Omega$$

A tensão da fonte de tensão será:

$$v_i = R_p \cdot i_i = 2 \cdot 5 = 10V$$

Exemplo 6:

Considere o circuito da Figura 13, onde se tem um circuito mais complexo, com fontes de corrente e de tensão. Os valores dos elementos do circuito são: $I_1 = 3\text{ A}$, $V_1 = 10\text{ V}$, $R_1 = 15\ \Omega$ e $R_2 = 10\ \Omega$. Determine a tensão denominada de V_x .

Note que determinar a tensão V_x é o mesmo que determinar a tensão no resistor R_1 . No entanto, com o conteúdo estudado até então não seria possível realizar este cálculo, pois o circuito é misto, isto é, com fontes de tensão e de corrente. Assim, não é possível encontrar uma resistência total, fazendo-se associação de resistores, como foi feito nos circuitos série, paralelo e série-paralelo, pois naqueles circuitos tínhamos apenas resistores. Aqui podemos utilizar transformação de fontes para simplificar o circuito e buscar a solução com as ferramentas de análise de circuito que possuímos até aqui.

Observando a fonte de tensão V_1 e o resistor R_2 , nota-se que este conjunto poderia ser convertido em um circuito equivalente com fonte de corrente e resistor em paralelo, conforme mostrado na Figura 14.

Por outro lado, observando o circuito, pode-se perceber que a fonte de corrente I_1 e o resistor R_1 poderiam ser convertidos em uma fonte de tensão com um resistor em série, conforme mostrado na Figura 15.

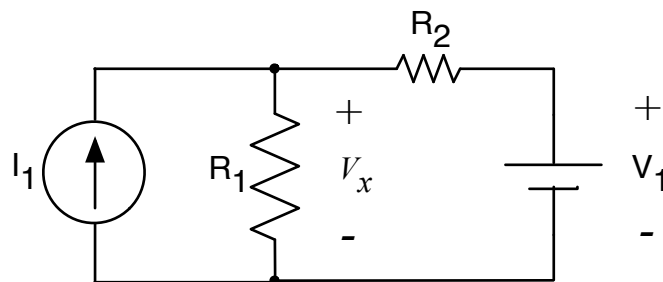


Figura 13 – Circuito para análise.

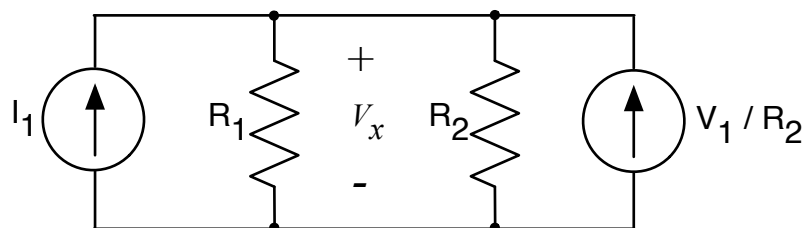


Figura 14 – Circuito equivalente apenas com fontes de corrente.

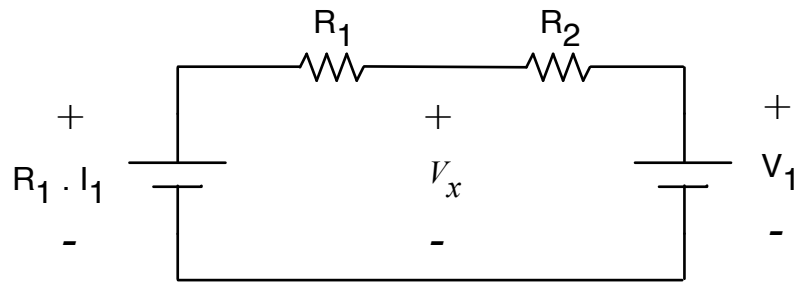


Figura 15 – Circuito equivalente apenas com fontes de tensão.

Afim de demonstrar as diferenças na análise dos dois circuitos equivalentes, faremos a resolução considerando ambas as transformações; devendo-se obter o mesmo resultado. Nos dois casos pode-se seguir diferentes passos para obter a solução do circuito, dependendo das escolhas do analista.

A partir do circuito da Figura 14, nota-se que os resistores R_1 e R_2 estão em paralelo, então a resistência total será:

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10} = 6\Omega$$

A Figura 16 mostra o circuito simplificado, a partir do cálculo anterior. Pode-se aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes no nó 1, obtendo-se:

$$+I_1 + (V_1 / R_2) - I_{R1//R2} = 0 \rightarrow I_{R1//R2} = I_1 + (V_1 / R_2) = 3 + \frac{10}{10} = 4A$$

Assim, a tensão V_x será dada por:

$$V_x = (R_1 // R_2) \cdot i_{R1//R2} = 6 \cdot 4 = 24V$$

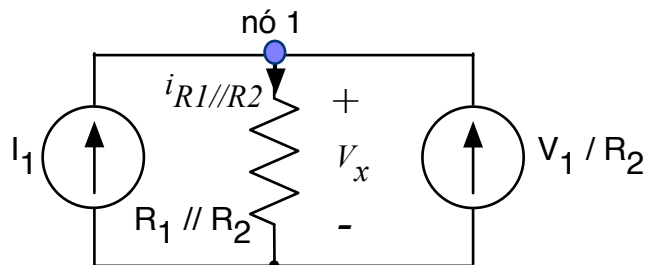


Figura 16 – Circuito simplificado com fontes de corrente.

A partir do circuito da Figura 15, nota-se que se o mesmo for simplificado fazendo-se a associação dos resistores, a tensão V_x não estará mais disponível no circuito. Assim, precisaremos analisar o circuito atentando para os pontos onde está a tensão V_x , visando calcular a mesma

posteriormente.

A Figura 17 mostra o circuito da Figura 15 com a identificação das grandezas e da corrente total do circuito. Escrevendo-se as tensões sobre os elementos quando da aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões a partir do ponto 0 no sentido horário, se tem:

$$-(R_1 \cdot I_1) + V_{R1} + V_{R2} + V_1 = 0$$

$$V_{R1} + V_{R2} = (R_1 \cdot I_1) - V_1 = (15 \cdot 3) - 10 = 35$$

Mas as tensões nos resistores são:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_T = 15 \cdot I_T$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_T = 10 \cdot I_T$$

Assim:

$$V_{R1} + V_{R2} = 35 \rightarrow 15 \cdot I_T + 10 \cdot I_T = 35 \rightarrow 25 \cdot I_T = 35$$

$$I_T = 1,4A$$

Por sua vez, aplicando novamente a Lei de Kirchhoff das Tensões apenas na malha interna (fictícia) do circuito, se tem:

$$-V_x + V_{R2} + V_1 = 0 \rightarrow V_x = V_{R2} + V_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_T = 10 \cdot I_T = 10 \cdot 1,4 = 14V$$

$$V_x = V_{R2} + V_1 = 14 + 10 = 24V$$

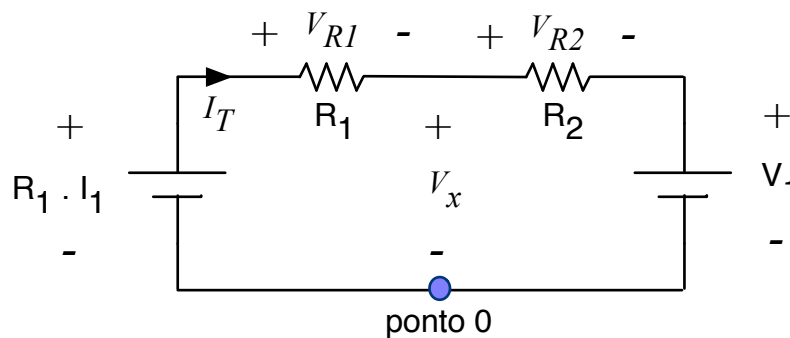


Figura 17 – Circuito com identificação das grandezas e fontes de tensão.

Observe que em ambas as análises se chegou ao mesmo resultado, mas no caso do circuito com fontes de tensão, a solução envolveu mais expressões e cálculos do que na análise do circuito equivalente com fontes de corrente apenas.

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é uma fonte de corrente ideal?

Uma fonte de corrente ideal é um elemento de circuitos elétricos com a capacidade de disponibilizar uma corrente fixa em seus terminais, independente da tensão resultante sobre a mesma.

ER 02. Quais as diferenças entre uma fonte de corrente real de uma fonte de corrente ideal.

Uma fonte real tem limites de operação, tanto em termos de tensão máxima e corrente que pode fornecer ao circuito. As fontes reais também possuem resistência interna que provoca desvios de corrente ou quedas de tensão, conforme o caso.

ER 03. O que significa fazer a conversão de fontes em termos de circuitos elétricos?

Transformação de fontes significa converter uma fonte de tensão em uma fonte de corrente equivalente ou vice-versa.

ER 04. Uma fonte de tensão tem amplitude de 5 V e resistência interna de 1 Ω. Qual a fonte de corrente equivalente?

A resistência da fonte de corrente será igual a resistência da fonte de tensão, ou seja, 1 Ω. Já a corrente será:

$$i_i = \frac{v_i}{R_s} = \frac{5}{1} = 5A$$

ER 05. Uma fonte de corrente tem amplitude de 5 A e resistência interna de 2 Ω. Qual a fonte de tensão equivalente?

A resistência da fonte de tensão será igual a resistência da fonte de corrente, ou seja, 2 Ω. Já a tensão será:

$$v_i = R_p \cdot i_i = 2 \cdot 5 = 10V$$

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é uma fonte de corrente.

EP 02. Explique com suas palavras o que significa conversão de fontes.

EP 03. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 1 Ω . Qual a fonte de corrente equivalente?

EP 04. Uma fonte de corrente tem amplitude de 1 A e resistência interna de 5 Ω . Qual a fonte de tensão equivalente?

EP 05. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 2 Ω . A fonte de corrente equivalente teria resistência de 2 Ω e corrente de 6 A. Está correta esta conversão?

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Qual a diferença entre uma fonte de corrente ideal de uma fonte de corrente real?

AA 02. Qual a finalidade de se fazer conversões entre fontes de tensão e fontes de corrente?

AA 03. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 6 Ω . Qual a fonte de corrente equivalente?

AA 04. Uma fonte de corrente tem amplitude de 10 A e resistência interna de 2 Ω . Qual a fonte de tensão equivalente?

AA 05. Uma fonte de tensão tem amplitude de 10 V e resistência interna de 5 Ω . A fonte de corrente equivalente teria resistência de 5 Ω e corrente de 2 A. Está correta esta conversão?

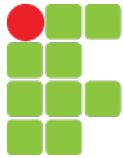
AA 01. Uma fonte de corrente ideal irá fornecer uma corrente fixa, independente da carga conectada na mesma. Já uma fonte de corrente real terá limites de operação, tanto em termos de corrente como de tensão. Também, devido a resistência interna, na medida que a carga variar, a corrente fornecida pela fonte poderá variar também.

AA 02. A finalidade de se fazer conversão de fontes é simplificar os circuitos, visando sua análise, ou seja, determinar as correntes e tensões nos elementos do circuito.

AA 03. A resistência da fonte de corrente será de 6Ω e sua corrente será de $12 / 6 = 2 \text{ A}$.

AA 04. A resistência da fonte de tensão será de 2Ω e sua tensão será de $2 \times 10 = 20 \text{ V}$.

AA 05. Sim, a conversão está correta, pois a resistência das duas fontes é igual e a conversão da tensão para corrente resulta em $10 / 5 = 2 \text{ A}$, que é justamente a corrente da fonte de corrente.



INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -

TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE

POTÊNCIA

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020 *(revisado em março de 2021)*.

TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

Objetivos parciais

- Conhecer o Teorema da Máxima Transferência de Potência.
- Conhecer o conceito de eficiência;
- Aplicar o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 09 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 10 relacionado a fontes de corrente e transformação de fontes.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar a análise de malhas.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12^a ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 09);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 09).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE
POTÊNCIA

1 Introdução

A aula anterior deste curso teve como tema central fontes de corrente e transformação de fontes, que tem por objetivo simplificar a análise de circuitos elétricos. Nesta aula estudaremos o Teorema da Máxima Transferência de Potência e também o conceito de eficiência, sendo que ambos estão relacionados com o processamento de potência pela carga conectada ao circuito.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Teorema da Máxima Transferência de Potência;
- Eficiência de circuitos elétricos;
- Análise de circuitos aplicando o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
- Aplicar o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
- Explicar o que é eficiência de um circuito elétrico.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por uma fonte de tensão com resistência interna e solicitar que seja verificado para qual resistência de carga irá ocorrer a máxima transferência de potência. Também deverão ser realizados cálculos referentes a eficiência do circuito, isto é, a relação entre a potência na carga e a potência na fonte de alimentação.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
2. Aplicar o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
3. Explicar o que é eficiência de um circuito elétrico;
4. Realizar cálculos de circuitos elétricos.

2 Teorema da Máxima Transferência de Potência

2.1 Introdução

O conhecimento sobre a máxima transferência de potência que pode ocorrer entre uma fonte de alimentação e a carga conectada na mesma é importante, tanto do ponto de vista de projeto de circuitos elétricos e equipamentos eletrônicos, como também durante seu uso. Assim, é comum em diversas áreas, como amplificadores de áudio, energias alternativas, ensaios de laboratórios, etc., ser necessário determinar a resistência ou impedância da carga para que ocorra a máxima transferência de potência.

A seguir será apresentado o Teorema da Máxima Transferência de Potência que permite identificar para qual resistência de carga se terá a maximização da potência dissipada na mesma.

2.2 Teorema da Máxima Transferência de Potência

O Teorema da Máxima Transferência de Potência determina que a potência transferida para a carga é máxima quando sua resistência for igual a resistência interna da fonte de alimentação.

Considere o circuito da Figura 1 onde se tem uma fonte de alimentação (v_i), que possui uma resistência interna R_i , e em sua saída está conectada uma carga R_L .

A potência na carga será obtida a partir do cálculo da tensão sobre a mesma, que será:

$$V_{RL} = v_i \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

Assim:

$$P_{RL} = \frac{(V_{RL})^2}{R_L} = \frac{\left(v_i \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}\right)^2}{R_L} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2}$$

A pergunta será: para qual valor de R_L se obterá a máxima potência sobre o mesmo?

Conforme o Teorema da Máxima Transferência de Potência, isso irá ocorrer quando as resistências interna da fonte e da carga forem iguais, ou seja:

$$R_L = R_i$$

A obtenção deste resultado pode ser demonstrada derivando-se a expressão da potência obtida anteriormente e igualando-se o resultado a zero:

$$\frac{\partial(P_{RL})}{\partial R_L} = 0 \rightarrow \frac{\partial\left(\frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2}\right)}{\partial R_L} = 0$$

$$\frac{R_i - R_L}{(R_i + R_L)^3} = 0 \rightarrow R_i = R_L$$

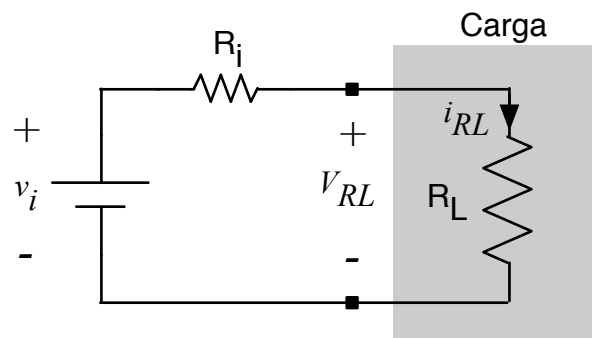


Figura 1 – Circuito para estudo do Teorema da Máxima Transferência de Potência.

A título de exemplo, vamos considerar uma fonte de alimentação de 10 V com resistência interna de 10 Ω . Agora faremos a resistência de carga variar em torno do valor da resistência interna da fonte. Assim, podemos elaborar uma tabela com os valores da resistência de carga, tensão na carga e a potência resultante sobre a mesma.

Note pela Tabela 1 que a tensão na carga aumenta proporcionalmente com o aumento de sua resistência. Por outro lado, a potência na carga aumenta até o valor de 10 Ω , para então começar a diminuir novamente. Observe que exatamente no valor de 10 Ω se tem a maior potência na carga, conforme define o Teorema da Transferência da Máxima Potência.

A Figura 2 mostra o gráfico da potência na carga em função do valor de sua resistência. Note que para uma resistência de 10 Ω a curva atinge seu valor máximo, onde de fato se tem a transferência da máxima potência entre a fonte de alimentação e a carga.

Interessante notar pela tabela, que apesar da tensão na carga aumentar com o aumento do valor de sua resistência, a potência processada pela mesma tem seu valor máximo quando as resistências são iguais. Isso ocorre porque, mesmo com o aumento da tensão na carga, sua resistência aumentando fará com que a corrente do circuito diminua, resultando em uma potência menor sobre a mesma.

Tabela 1 - Valores de tensão e potência na carga.

| Resistência da carga [Ω] | Tensão na carga [V] | Potência na carga [W] |
|-----------------------------------|---------------------|-----------------------|
| 1 | 0,91 | 0,83 |
| 2 | 1,67 | 1,39 |
| 3 | 2,31 | 1,78 |
| 4 | 2,86 | 2,04 |
| 5 | 3,33 | 2,22 |
| 6 | 3,75 | 2,34 |
| 7 | 4,12 | 2,42 |
| 8 | 4,44 | 2,47 |
| 9 | 4,74 | 2,49 |
| 10 | 5,00 | 2,50 |
| 11 | 5,24 | 2,49 |
| 12 | 5,45 | 2,48 |
| 13 | 5,65 | 2,46 |
| 14 | 5,83 | 2,43 |
| 15 | 6,00 | 2,40 |
| 16 | 6,15 | 2,37 |
| 17 | 6,30 | 2,33 |
| 18 | 6,43 | 2,30 |
| 19 | 6,55 | 2,26 |
| 20 | 6,67 | 2,22 |

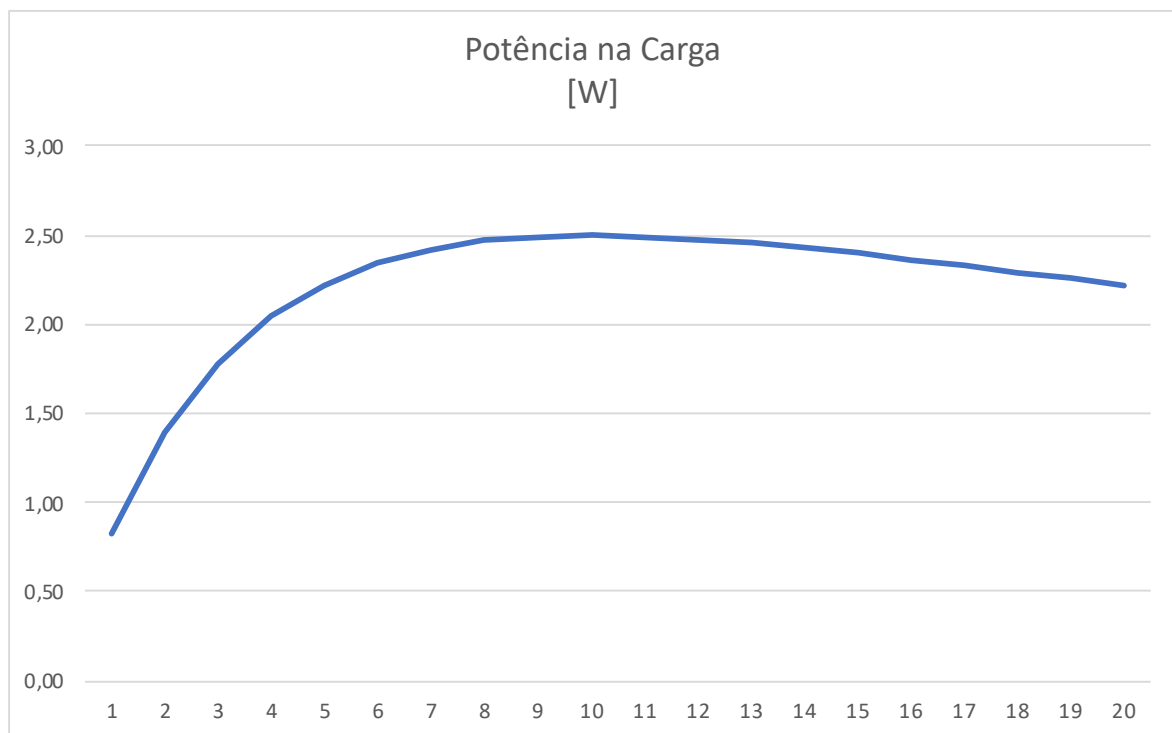


Figura 2 – Gráfico da potência na carga.

2.1 Aplicação do Teorema da Máxima Transferência de Potência

Exemplo 1:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Qual a potência máxima que poderá ser obtida na carga e para qual resistência isso irá ocorrer?

A máxima potência na carga irá ocorrer quando sua resistência for igual a resistência da fonte de alimentação, ou seja, de 2 Ω . Neste caso, a potência será:

$$P_{RL} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_L + R_L)^2} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(2 \cdot R_L)^2} = \frac{v_i^2}{4 \cdot R_L}$$

$$P_{RL} = \frac{v_i^2}{4 \cdot R_L} = \frac{12^2}{4 \cdot 2} = 18W$$

Note que no ponto de máxima transferência de potência, a tensão na carga será a metade da tensão da fonte de alimentação.

Exemplo 2:

Um amplificador de áudio possui impedância interna de 8 Ω . Qual deve ser a impedância do alto-falante para que se tenha a máxima transferência de potência?

A impedância do alto-falante deve ser igual a impedância interna do amplificador, neste caso de 8 Ω .

Exemplo 3:

Um gerador de sinais possui impedância interna de 50 Ω . Para qual carga se obterá a máxima transferência de potência?

A carga que permitirá obter a máxima transferência de potência será de 50 Ω .

Exemplo 4:

Um gerador de sinais de bancada possui impedância interna de 50 Ω e tensão máxima de saída de 20 V. Qual a máxima potência este gerador irá fornecer?

A máxima potência que o gerador irá fornecer será obtida quando a carga conectada ao mesmo for de 50 Ω . Neste caso a potência na carga será:

$$P_{RL} = \frac{v_i^2}{4 \cdot R_L} = \frac{20^2}{4 \cdot 50} = 2W$$

3 Eficiência de Circuitos Elétricos

3.1 Introdução

A eficiência de um circuito é importante para se conhecer as perdas de potência nos diversos componentes que o compõem e para maximizar o uso da energia fornecida pelas fontes de alimentação.

A seguir estudaremos o conceito de eficiência elétrica de um circuito, visando diferenciar eficiência de máxima transferência de potência.

3.2 Eficiência de Circuitos Elétricos

A eficiência de um circuito ou sistema elétrico é a relação entre a potência útil nas cargas e aquela fornecida pelas fontes de alimentação. Assim, a eficiência permite conhecer quanto da potência fornecida pela fonte de alimentação está sendo dissipada nos elementos do circuito, mas não necessariamente fornecendo trabalho útil.

Considere o sistema mostrado na Figura 3, onde se tem uma fonte de alimentação e uma carga. Estudar a eficiência do circuito significa relacionar a potência obtida na carga (R_L) com a potência fornecida pela fonte de alimentação (v_i). Note que a resistência interna (R_i) irá dissipar potência, gerando perdas no circuito. Neste circuito, é justamente a proporção de R_L em relação a R_i que afetará a eficiência do circuito.

A eficiência de um circuito ou sistema costuma ser chamada de rendimento, sendo dada pela potência de saída em função da potência de entrada, sendo um número adimensional, normalmente representado em percentual, que pode variar de 0 até 100%.

$$\eta = \frac{P_o}{P_i}$$

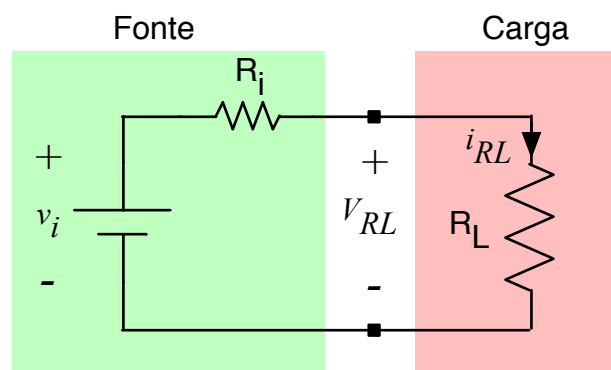


Figura 3 – Sistema para estudar a eficiência elétrica.

Assim, dizer que o rendimento de um circuito é de zero, significa dizer que toda a potência fornecida pela fonte de alimentação ficou na resistência interna ou série do circuito, sendo que na carga não ocorreu o processamento de potência. Em resumo, toda potência ficou sobre R_i no circuito da Figura 3, restando perdida do ponto de vista de aproveitamento da energia fornecida pela fonte de alimentação. Por outro lado, se o rendimento for de 100%, então toda a potência ficou na carga (R_L), não ocorrendo perdas na resistência interna da fonte.

A partir desta explanação, conclui-se que levando em conta o critério rendimento, quanto menor for a resistência interna da fonte de alimentação, melhor; idealmente, se a resistência interna fosse nula, então não haveriam perdas no sistema e toda a potência estaria disponível na carga.

A Figura 4 mostra o diagrama de blocos de um sistema elétrico, onde se tem a fonte de alimentação, na qual a potência é identificada como P_i . A carga tem como potência P_o , enquanto a parte interna do sistema tem como potência P_s , que representa as perdas do sistema.

Assim, o rendimento será:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \rightarrow P_i = P_o + P_s$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_s}$$

Deste modo, se P_s for zero, então se tem rendimento de 100%, ou seja:

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_s} = \frac{P_o}{P_o + 0} = \frac{P_o}{P_o} = 1 = 100\%$$

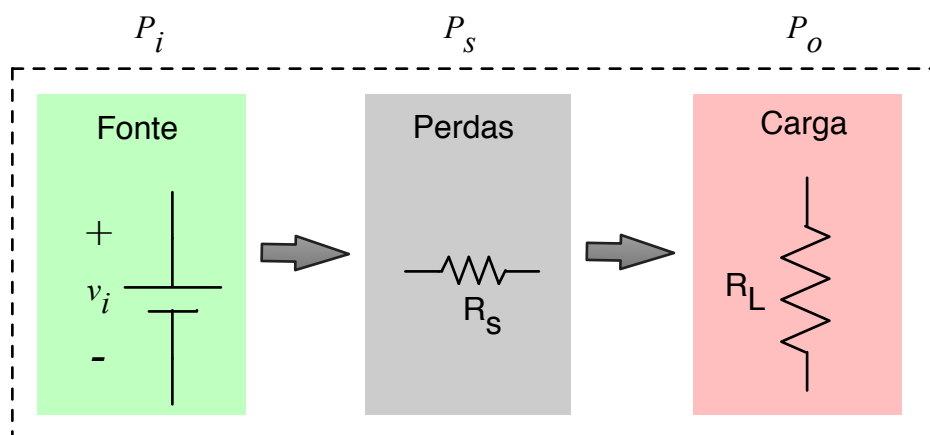


Figura 4 – Sistema mostrando as perdas nos elementos internos.

Em conclusão, do ponto de vista do rendimento, quanto maior for a resistência da carga

em relação à resistência interna do circuito, melhor será o rendimento do sistema.

A título de exemplo, vamos considerar novamente uma fonte de alimentação de 10 V com resistência interna de 10 Ω . Faremos a resistência de carga variar em torno do valor da resistência interna da fonte, mas com valores significativamente menores ou maiores.

A corrente no circuito será dada por:

$$i = \frac{v_i}{R_T} = \frac{v_i}{R_s + R_L} = \frac{10}{10 + R_L}$$

Assim, as potências serão:

$$P_{RL} = R_L \cdot i^2 = R_L \cdot \left(\frac{10}{10 + R_L} \right)^2$$

$$P_s = R_s \cdot i^2 = 10 \cdot \left(\frac{10}{10 + R_L} \right)^2$$

$$P_i = v_i \cdot i = 10 \cdot \frac{10}{10 + R_L} = \frac{100}{10 + R_L}$$

Os valores obtidos são mostrados na Tabela 2, onde se percebe que a medida que a resistência da carga se torna maior que a resistência série, o rendimento do circuito aumenta, até chegar em 100% quando $R_L \gg R_s$. Perceba que com o aumento da resistência de carga, a corrente do circuito irá cair, diminuindo também a potência na saída, mesmo com o rendimento aumentando para próximo de 100%. Além disso, quando a resistência de carga tiver o mesmo valor da resistência série da fonte, então se está no ponto de máxima transferência de potência, onde o rendimento será de 50%.

A Figura 5 mostra a curva do rendimento do sistema, onde se nota que quando a resistência da carga se torna muito maior do que a resistência interna do sistema, o rendimento tende a 100%.

Em sistemas eletrônicos busca-se sempre diminuir a resistência interna dos circuitos, para maximizar o rendimento, isto é, evitar as perdas nos componentes do circuito. As perdas nos elementos, além de desperdício de energia, implicam em aquecimento dos componentes e necessidade de dissipadores de calor ou ventilação forçada, obtida com o uso de ventiladores, por exemplo. Por conseguinte, se tem aumento no custo de fabricação dos equipamentos e menor vida útil dos mesmos, além de necessidades de manutenção.

Tabela 2 – Rendimento do sistema.

| Resistência da carga [Ω] | Potência na carga [W] | Potência perdida [W] | Potência na entrada [W] | Rendimento do sistema [%] |
|-----------------------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|---------------------------|
| 0,1 | 0,10 | 9,80 | 9,90 | 0,99 |
| 1 | 0,83 | 8,26 | 9,09 | 9,09 |
| 10 | 2,50 | 2,50 | 5,00 | 50,00 |
| 100 | 0,83 | 0,08 | 0,91 | 90,91 |
| 1.000 | 0,10 | 0,00 | 0,10 | 99,01 |
| 10.000 | 0,01 | 0,00 | 0,01 | 99,90 |
| 100.000 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 100,00 |

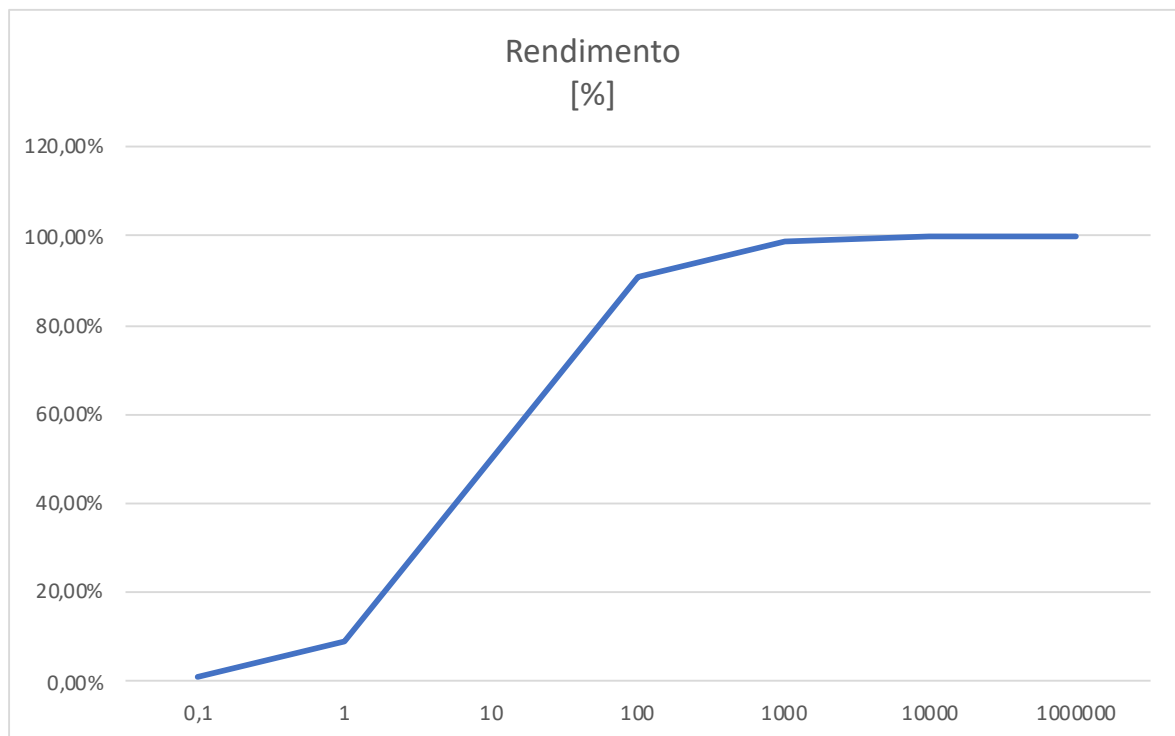


Figura 5 – Curva de rendimento do sistema.

3.1 Cálculo do rendimento de circuitos elétricos

Exemplo 5:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Ao se conectar uma carga com resistência de 2 Ω nesta fonte, qual será o rendimento do sistema?

Como a resistência da carga é igual a resistência interna da fonte, então se está no ponto de máxima transferência de potência e o rendimento será de 50%.

Exemplo 6:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Ao se conectar

uma carga com resistência de $10\ \Omega$ nesta fonte, qual será o rendimento do sistema?

A corrente do circuito será:

$$i = \frac{v_i}{R_T} = \frac{v_i}{R_s + R_L} = \frac{12}{2 + 10} = 1A$$

Assim, as potências serão:

$$P_{RL} = R_L \cdot i^2 = 10 \cdot 1^2 = 10W$$

$$P_{Rs} = R_s \cdot i^2 = 2 \cdot 1^2 = 2W$$

$$P_i = P_{RL} + P_{Rs} = 10 + 2 = 12W$$

Então o rendimento será:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{P_{RL}}{P_i} = \frac{10}{12} = 0,83 = 83\%$$

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

O Teorema da Máxima Transferência de Potência determina que a resistência da carga deve ser igual a resistência interna da fonte de alimentação.

ER 02. Explique o que é rendimento de um circuito elétrico.

Rendimento é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada do circuito, representando quanto da energia fornecida pela fonte é transformada em trabalho útil na carga.

ER 03. Uma fonte de alimentação tem resistência interna de $1\ \Omega$. Para qual resistência de carga se terá a máxima transferência de potência?

Conforme o Teorema da Máxima Transferência de Potência, a resistência de carga deve ser igual a resistência da fonte de alimentação, ou seja, de $1\ \Omega$.

ER 04. Uma fonte de alimentação tem resistência interna de $10\ \Omega$. Se a resistência da carga também for de $10\ \Omega$, qual será o rendimento do sistema?

Como se está operando no ponto de máxima transferência de potência, pois a resistência da carga e da fonte são iguais, então o rendimento é de 50%.

ER 05. Se uma bateria tem uma resistência interna de 2Ω e o usuário pode escolher cargas com resistências de: 1Ω , 2Ω , 5Ω , 10Ω e 100Ω ; qual destas resistências de carga proporcionará o maior rendimento do sistema?

Quando a resistência de carga é muito maior do que a resistência interna da bateria se obtém o maior rendimento, assim, deve-se escolher o resistor de 100Ω .

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

EP 02. Explique com suas palavras o que significa rendimento de um circuito eletrônico.

EP 03. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 1Ω . Qual o valor da resistência de carga permitirá operar com a máxima transferência de potência?

EP 04. Uma bateria tem tensão de 12 V e resistência interna de 3Ω . A carga conectada na bateria tem resistência de 3Ω . O circuito está operando na máxima transferência de potência?

EP 05. Um gerador de sinais tem tensão de 12 V e resistência interna de 50Ω . A carga conectada no gerador tem resistência de 50Ω . Qual o rendimento do sistema?

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Explique o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

AA 02. Explique o que é rendimento de um circuito eletrônico.

AA 03. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 6Ω . Qual a resistência da carga para se operar com a máxima transferência de potência?

AA 04. Uma bateria tem tensão de 12 V e resistência interna de 2Ω . A carga conectada na bateria tem resistência de 3Ω . O circuito está operando na máxima transferência de potência?

AA 05. Um gerador de sinais tem tensão de 10 V e resistência interna de 50Ω . A carga conectada no gerador tem resistência de 50Ω . Qual o rendimento do sistema?

AA 01. O Teorema da Máxima Transferência de Potência determina que a resistência da carga deve ser igual a resistência interna da fonte de alimentação.

AA 02. O rendimento de um circuito é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada.

AA 03. A resistência da carga deve ser igual a resistência da fonte, ou seja, de 6Ω .

AA 04. A resistência da carga está diferente da resistência da fonte, então não se está operando no ponto de máxima transferência de potência.

AA 05. O rendimento será de 50%, pois se está operando na máxima transferência de potência.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE DE MALHAS

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020 *(revisado em março de 2021)*.

ANÁLISE DE MALHAS

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar a análise de malhas ao estudo de circuitos elétricos.

Objetivos parciais

- Conhecer a análise de malhas.
- Aplicar a análise de malhas;
- Resolver circuitos elétricos.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 08 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 11 relacionado ao Teorema da Máxima Transferência de Potência.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar a análise de nós.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 08);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 08).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE DE MALHAS

1 Introdução

As aulas anteriores do curso abordaram conceitos, leis e teoremas muito importantes para a compreensão e análise de circuitos elétricos. De todo modo, com as técnicas estudadas até aqui não é possível resolver qualquer tipo de circuito elétrico. Já a partir desta aula, com o estudo da análise de malhas e na próxima aula com o estudo da análise nodal, será possível analisar uma gama muito maior de circuitos elétricos, senão praticamente todos eles; lembrando que este curso foca no estudo de circuitos elétricos em corrente contínua.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Análise de malhas;
- Aplicação da análise de malhas.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é a análise de malhas;
- Aplicar a análise de malhas na resolução de circuitos elétricos.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por diversos componentes e solicitar que seja aplicada a análise de malhas na resolução do mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é a análise de malhas;
2. Determinar o número de variáveis e equações a serem calculadas no circuito dado;
3. Aplicar a análise de malhas;
4. Realizar cálculos de circuitos elétricos.

2 Análise de Malhas

2.1 Introdução

As análise de malhas e análise dos nós são duas técnicas de análise de circuitos utilizadas frequentemente na resolução de circuitos simples e complexos. Em síntese, com estas técnicas é possível obter um sistema de equações com as variáveis a serem obtidas e a seguir realizar a resolução deste sistema, determinando as grandezas desconhecidas do circuito elétrico.

A seguir será apresentada a técnica de análise de malhas e sua aplicação no estudo de circuitos elétricos.

2.2 Análise de Malhas

A análise de malhas consiste em determinar as correntes dos diversos ramos ou malhas de um circuito elétrico, aplicando as Leis de Kirchhoff das Tensões e Correntes e a Lei de Ohm.

As seguintes definições são importantes para se continuar o estudo de circuitos elétricos:

- Nó – ponto do circuito no qual dois ou mais componentes estão conectados;
- Ramo – caminho entre dois nós, sendo a corrente a mesma em todos os elementos deste caminho (ramo);
- Malha – caminho fechado ao longo de um circuito elétrico.

Assim, nota-se que nó é um ponto de conexão de componentes elétricos, podendo ocorrer ou não a divisão de corrente elétrica. Se dois componentes são conectados entre si, não ocorre a divisão da corrente elétrica. Por sua vez, se mais de três componentes estiverem conectados formando um nó, irá ocorrer a divisão da corrente elétrica.

O ramo é o caminho formado ao longo da conexão dos componentes, mas onde não ocorre a divisão da corrente elétrica. Por fim, malha é um caminho fechado, englobando ramos e nós.

O circuito da Figura 1 é formado por duas fontes de tensão e três resistores. Os nós foram identificados de 0 até 3. Normalmente o nó 0 (zero) é a referência do circuito, ou GND (*ground* - terra) ou massa. Note que no nó 1, onde se tem a conexão do resistor R_1 com a fonte v_1 , não ocorre divisão de corrente. Do mesmo modo que no nó 3, onde se tem a conexão do resistor R_3 com a fonte v_2 , também não ocorre divisão de corrente. Por sua vez, no nó 2, onde se tem a conexão de R_1 , R_2 e R_3 se tem a divisão de corrente, pois estão conectados aí três componentes.

Note na Figura 1 que o ramo 1 é formado pelo resistor R_1 e pela fonte v_1 , sendo que nestes

dois elementos a corrente é a mesma; o que também ocorre no ramo 2, formado por R_3 e v_2 . Importante observar que o ramo 1 vai do nó 0 até o nó 2, não fazendo parte do mesmo o resistor R_2 . Já o ramo 2 vai do nó 0 até o nó 2, onde também fica de fora o resistor R_2 . Assim, pode-se concluir que ramo é parte de uma malha, mas restrito ao segmento onde a corrente é igual nos elementos.

A Figura 2 mostra o circuito com a identificação de suas malhas, que são: malha 1, formada por v_1 , R_1 e R_2 ; e malha 2, formada por v_2 , R_2 e R_3 . Note que a malha 1 engloba o ramo 1 e mais o resistor R_2 , enquanto a malha 2 engloba o ramo 2 e o resistor R_2 .

As Figura 3 e Figura 4 mostram diferentes topologias de circuitos elétricos, com uma até três malhas. A identificação do número de malhas e nós é importante para a análise de circuitos elétricos, pois desta identificação resultará o número de equações a serem resolvidas.

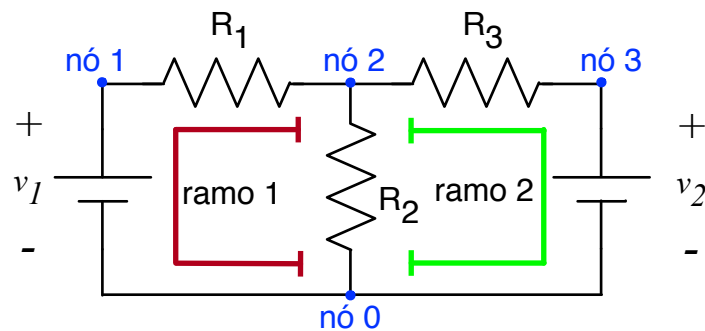


Figura 1 – Circuito para identificação de nós e ramos.

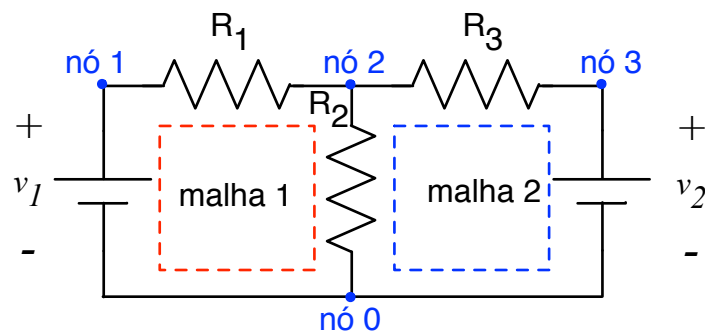


Figura 2 – Circuito para identificação das malhas.



Figura 3 – Circuitos com uma e duas malhas.

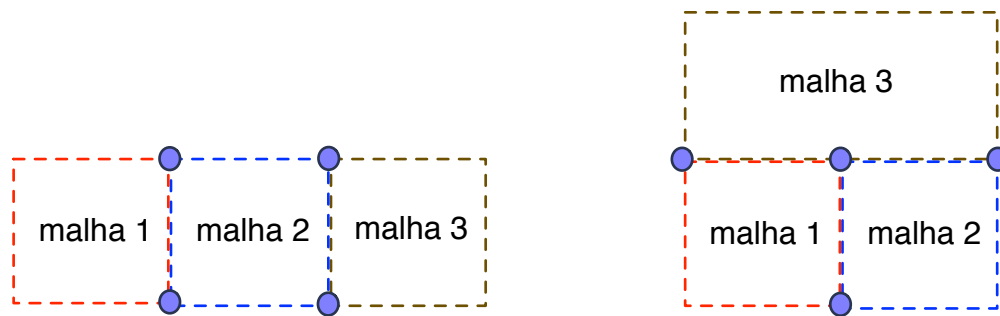


Figura 4 – Circuitos com três malhas.

A aplicação da análise de malhas pode ser realizada de maneira genérica ou parcial, quando se faz a análise das correntes dos ramos. Apresentaremos aqui a análise de malhas de maneira geral, pois a análise das correntes nos ramos é uma simplificação da análise de malhas geral.

A aplicação da análise de malhas consiste em realizar os seguintes passos:

1. Identificar todas as tensões e correntes nos componentes;
2. Identificar os nós, ramos e malhas do circuito;
3. Associar uma corrente fictícia a cada malha fechada independente do circuito;
4. Ajustar as polaridades das tensões nos resistores em função das correntes atribuídas no passo anterior;
5. Aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo das malhas, usando por exemplo, o sentido horário;
6. Resolver o sistema de equações lineares obtido.

Importante destacar que ao aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões em um resistor no qual mais que uma corrente de malha estiver passando, deve-se realizar a subtração das correntes para obter a tensão resultante sobre o mesmo.

A Figura 5 mostra um resistor (R_2) pelo qual estão circulando duas correntes de malhas, i_1 e i_2 . Ao aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões na malha 1, para obter i_1 , se escreveria:

$$R_2 \cdot i_1 - R_2 \cdot i_2 = R_2 \cdot (i_1 - i_2)$$

Já ao percorrer a malha 2, para determinar i_2 , se obteria:

$$R_2 \cdot i_2 - R_2 \cdot i_1 = R_2 \cdot (i_2 - i_1)$$

Note que as quedas de tensão sobre o resistor, em virtude da malha em que se está aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões podem ficar invertidas, como o caso mostrado

anteriormente. Por isso deve-se considerar as quedas de tensão nos elementos conforme o sentido da corrente atribuída naquela malha em análise.

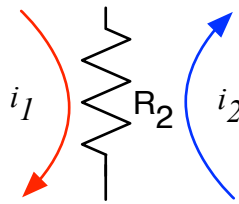


Figura 5 – Aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões em um resistor percorrido por mais de uma corrente.

3 Aplicação da Análise de Malhas

3.1 Introdução

A seguir será aplicada a análise de malhas abordada no capítulo anterior, a partir de circuitos mais simples até circuitos mais complexos.

3.2 Circuito com Uma Malha

A Figura 6 apresenta um circuito simples, com apenas dois componentes, uma fonte de tensão (v_1) e um resistor (R_1). A mesma figura mostra a identificação das grandezas a serem determinadas (I_1 e V_{R1}), os nós do circuito (nó 0 e nó 1) e as malhas do circuito (malha 1).

Em sendo um circuito de apenas uma malha, escrevendo-se as tensões a partir da aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões, iniciando no nó 0 e no sentido horário, se obtém:

$$-V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_{R1} = V_1$$

Por sua vez, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no nó 1, por exemplo, se obtém:

$$+I_1 - I_{R1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_1$$

Assim, aplicando a Lei de Ohm, se obtém:

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Note que este circuito é simples e as expressões anteriores poderiam ser obtidas diretamente, com os conhecimentos já estudados anteriormente neste curso. Neste caso foi resolvida apenas uma equação, que foi a aplicação da Lei de Ohm no resistor R_1 .

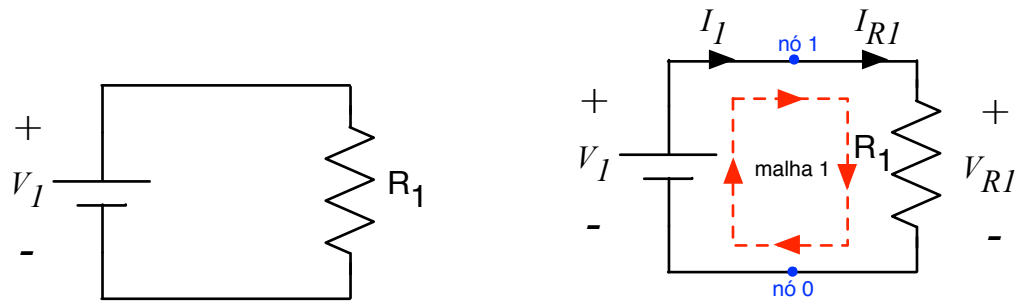


Figura 6 – Análise de malhas em circuito com uma malha.

Exemplo 1:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e está conectada em um resistor de 2 Ω. Determine a corrente e a tensão no resistor.

Neste caso, sendo um circuito de apenas dois componentes e uma malha, se tem:

$$V_{R1} = V_1 = 12V$$

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{2} = 6A$$

Exemplo 2:

O circuito da Figura 7 é formado por quatro componentes, sendo uma fonte de alimentação de 12 V (V_1) e três resistores: $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$ e $R_3 = 2 \Omega$. Determine todas as correntes e tensões nos elementos do circuito.

Este circuito já foi analisado no estudo dos circuitos série e poderia ser resolvido encontrando-se a resistência equivalente ou total do conjunto de resistores. No entanto, para mostrar a aplicabilidade da análise de malhas, vamos resolver o mesmo fazendo uso desta técnica.

Assim, inicialmente devemos identificar os nós, ramos e malhas; a seguir identificando as correntes e tensões nos elementos do circuito, conforme está mostrado na figura.

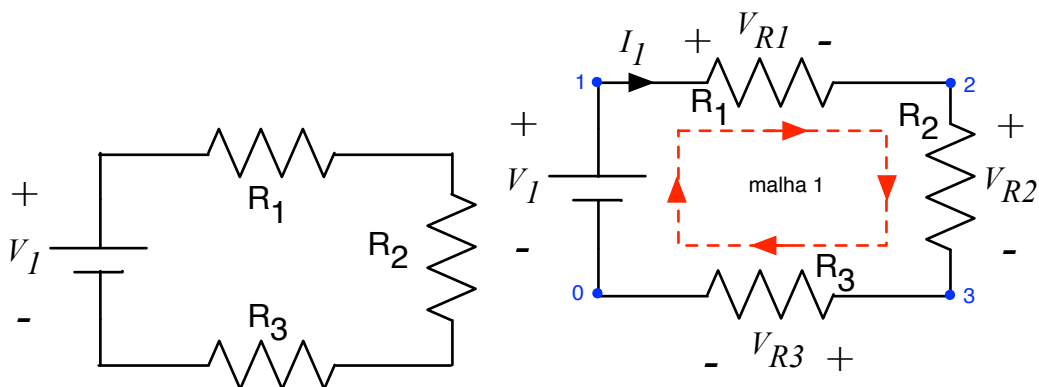


Figura 7 – Análise de malhas em circuito com uma malha e quatro componentes.

O circuito da Figura 7 tem 4 nós, mas em nenhum deles ocorre a divisão de corrente, pois em todos eles se têm a conexão de apenas dois componentes. Além disso, mesmo tendo 4 componentes, o circuito tem apenas uma malha.

A partir da atribuição de um sentido para a corrente de malha, que neste caso coincide com a corrente total do circuito I_1 , e das quedas de tensão sobre todos os resistores, pode-se escrever a Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo da malha, iniciando no nó 0, sempre no sentido horário por convenção:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1$$

Como se tem uma malha apenas, conforme demonstrado no exemplo 1, a corrente será a mesma em todos os resistores:

$$I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = I_1$$

Então, aplicando a Lei de Ohm em cada resistor:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = R_3 \cdot I_1$$

Agora substituindo estas expressões na equação obtida pela aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões:

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_1 = V_1$$

Esta é a equação a ser resolvida, que em virtude de o circuito ter apenas uma malha, tem apenas uma variável desconhecida, que é a corrente I_1 .

Assim:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12}{5 + 3 + 2} = \frac{12}{10} = 1,2A$$

Por fim, conforme solicitado, as tensões em cada resistor serão:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 5 \cdot 1,2 = 6V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 3 \cdot 1,2 = 3,6V$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1 = 2 \cdot 1,2 = 2,4V$$

3.1 Circuito com Duas Malhas

A Figura 8 apresenta um circuito ainda simples, mas agora com três componentes, uma fonte de tensão (V_1) e dois resistores (R_1 e R_2). A mesma figura mostra a identificação das grandezas a serem determinadas (I_1 , I_{R1} , I_{R2} , V_{R1} e V_{R2}).

A partir do circuito dado e da identificação das variáveis a serem determinadas, se mostra na Figura 9 o novo circuito, agora com a identificação das malhas e nós. Note que o circuito tem dois nós e duas malhas. As correntes nos elementos mostradas na Figura 8 foram retiradas na Figura 9 para não se confundir as mesmas com as correntes das malhas, que são I_{m1} e I_{m2} . Atente que estamos usando o termo m, para identificar que são correntes fictícias das malhas. Do mesmo modo, as quedas de tensão nos resistores (V_{R1} e V_{R2}) foram retiradas, pois devem ser atribuídas conforme o sentido das correntes das malhas (I_{m1} e I_{m2}) ao se aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões na malha fechada correspondente.

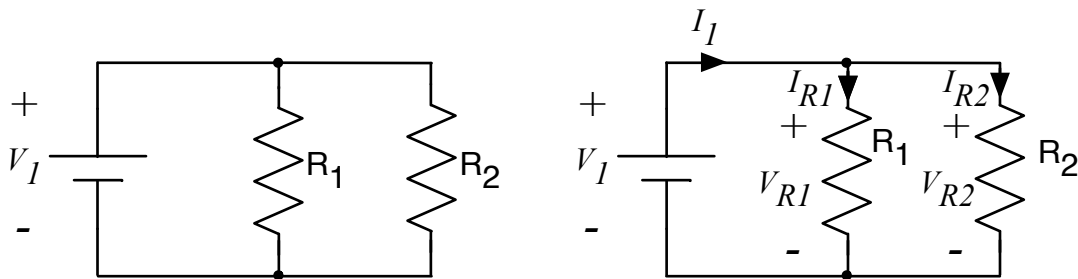


Figura 8 – Análise de malhas em circuito com duas malhas.

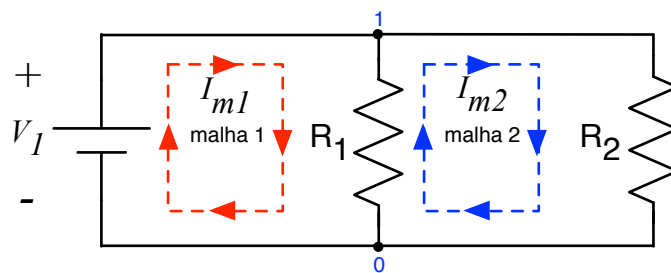


Figura 9 – Análise de malhas em circuito com duas malhas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo da malha 1 se obtém a expressão a seguir, onde se escreveram as quedas de tensão diretamente usando a Lei de Ohm:

$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} - R_1 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow R_1 \cdot I_{m1} - R_1 \cdot I_{m2} = V_1$$

Para a malha 2 se tem:

$$+R_1 \cdot I_{m2} - R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow -R_1 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot (R_1 + R_2) = 0$$

Assim, o sistema terá duas equações:

$$\begin{cases} R_1 \cdot I_{m1} - R_1 \cdot I_{m2} = V_1 \\ -R_1 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot (R_1 + R_2) = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, se obterá as correntes I_{m1} e I_{m2} . Por sua vez, as correntes em cada elemento do circuito original eram:

$$I_1 = I_{m1}$$

$$I_{R1} = I_{m1} - I_{m2}$$

$$I_{R2} = I_{m2}$$

As tensões nos elementos do circuito são:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1$$

Note que fazer a análise deste circuito utilizando análise de malhas implica em resolver um sistema de equações e diversos cálculos. O estudo deste circuito realizado no capítulo de circuitos com resistores em paralelo foi realizado utilizando unicamente a Lei de Ohm e considerando que as tensões em todos os elementos são iguais, o que pode ser demonstrado pela aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões. O intuito aqui foi aplicar a metodologia de análise de malhas, visando entender sua aplicação, mesmo em circuitos ainda simples.

Exemplo 3:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V está conectada em dois resistores, R_1 e R_2 , conforme o circuito da Figura 8. Os resistores tem resistência de 5Ω (R_1) e 3Ω (R_2). Determine as correntes e tensões nos resistores.

A tensão em todos os elementos é igual, visto se tratar de um circuito paralelo de 3 elementos. Assim:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1 = 12V$$

Aplicando a análise de malhas, conforme visto acima, o sistema obtido será:

$$\begin{cases} 5 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} = 12 \\ -5 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot (5 + 3) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} = 12 \\ -5 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot 8 = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, se tem:

$$I_{m1} = 6,4 A$$

$$I_{m2} = 4 A$$

As correntes nos elementos serão:

$$I_1 = I_{m1} = 6,4 A$$

$$I_{R1} = I_{m1} - I_{m2} = 6,4 - 4 = 2,4 A$$

$$I_{R2} = I_{m2} = 4 A$$

Exemplo 4:

A Figura 10 apresenta novamente o circuito discutido no início deste capítulo. Este circuito tem duas fontes de tensão, sendo $V_1 = 12 V$ e $V_2 = 5 V$; e três resistores, sendo eles $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente e a tensão no resistor R_2 .

A corrente no resistor R_2 , considerando a mesma circulando no ramo entre os nós 2 e 0, será:

$$I_{R2} = I_{m1} - I_{m2}$$

A tensão no resistor R_2 será:

$$V_{R2} = V_{20}$$

A tensão entre dois nós, como no caso anterior entre os nós 2 e 0, é V_{20} , onde o primeiro número é o nó inicial (2) e o último número é o nó final (0).

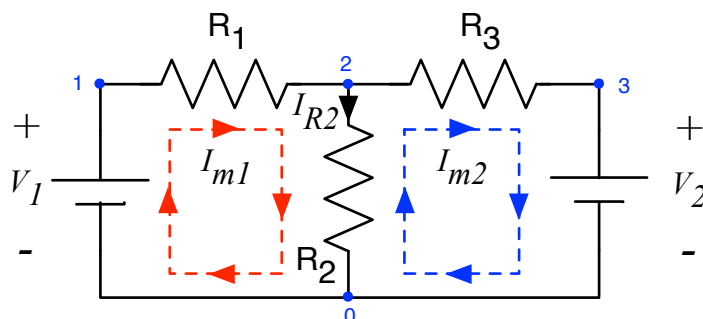


Figura 10 – Análise de malhas em circuito com duas malhas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo da malha 1 se tem:

$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow (R_1 + R_2) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = V_1$$

Para a malha 2 se tem:

$$+R_2 \cdot I_{m2} - R_2 \cdot I_{m1} + R_3 \cdot I_{m2} + V_2 = 0 \rightarrow -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} = -V_2$$

Assim, o sistema terá duas equações, que após resolvido resulta em:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = V_1 \\ -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} = -V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 \cdot I_{m1} - 2 \cdot I_{m2} = 12 \\ -2 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot 5 = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 1,61A \\ I_{m2} = -0,35A \end{cases}$$

Finalmente, a corrente no resistor R_2 será:

$$I_{R2} = I_{m1} - I_{m2} = 1,61 - (-0,35) = 1,96A$$

Assim, sua tensão será:

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = 2 \cdot 1,96 = 3,92V$$

3.1 Circuito com Três Malhas

A Figura 11 apresenta um circuito mais complexo, que possui seis componentes, duas fontes de tensão (v_1 e v_2) e quatro resistores (R_1 , R_2 , R_3 e R_4). O objetivo será aplicar a análise de malhas ao circuito dado e se obter as correntes e tensões nos elementos do mesmo.

A identificação das correntes das malhas foi realizada na Figura 12, onde se nota a presença de três malhas e quatro nós. Note, por inspeção, que as correntes nos resistores serão:

$$I_{R1} = I_{m1}$$

$$I_{R2} = I_{m2} - I_{m1}$$

$$I_{R3} = I_{m2} - I_{m3}$$

$$I_{R4} = I_{m3} - I_{m1}$$

A tensão sobre cada resistor será obtida, após se conhecer sua corrente, aplicando a Lei de Ohm no mesmo.

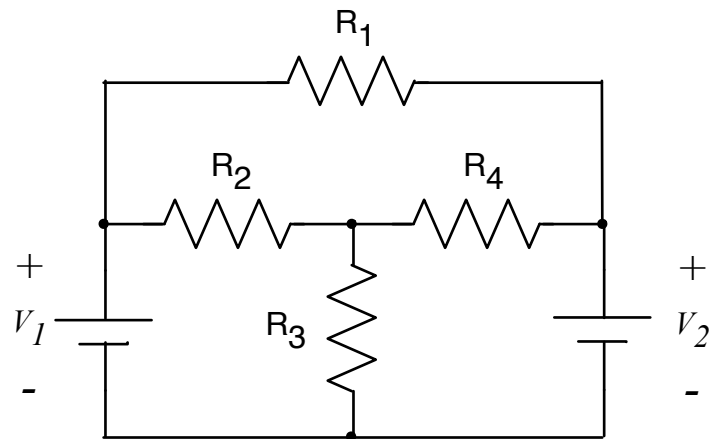


Figura 11 – Análise de malhas em circuito com três malhas.

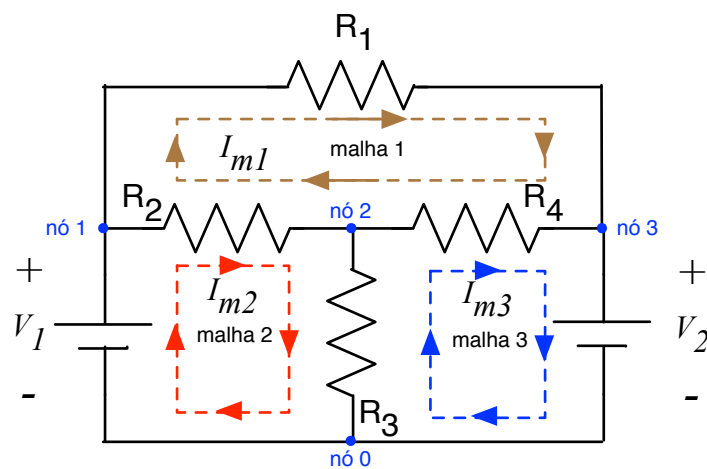


Figura 12 – Análise de malhas em circuito com três malhas.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo da malha 1 se tem:

$$+R_1 \cdot I_{m1} + R_4 \cdot I_{m1} - R_4 \cdot I_{m3} + R_2 \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = 0$$

$$(R_1 + R_2 + R_4) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} - R_4 \cdot I_{m3} = 0$$

Para a malha 2 se tem:

$$-V_1 + R_2 \cdot I_{m2} - R_2 \cdot I_{m1} + R_3 \cdot I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = 0$$

$$-R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = V_1$$

Para a malha 3 se obtém:

$$+R_3 \cdot I_{m3} - R_3 \cdot I_{m2} + R_4 \cdot I_{m3} - R_4 \cdot I_{m1} + V_2 = 0$$

$$-R_4 \cdot I_{m1} - R_3 \cdot I_{m2} + (R_3 + R_4) \cdot I_{m3} = -V_2$$

Assim, o sistema terá três equações:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_4) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} - R_4 \cdot I_{m3} = 0 \\ -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = V_1 \\ -R_4 \cdot I_{m1} - R_3 \cdot I_{m2} + (R_3 + R_4) \cdot I_{m3} = -V_2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, se obterá as correntes I_{m1} , I_{m2} e I_{m3} .

Exemplo 5:

Duas fontes de tensão, tendo $V_1 = 12\text{ V}$ e $V_2 = 5\text{ V}$, estão conectadas em quatro resistores, sendo eles: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$ e $R_4 = 3\ \Omega$; conforme mostrado na Figura 11. Determine a corrente e a tensão no resistor R_3 .

O circuito é idêntico ao explicado anteriormente, então o sistema de equações a ser resolvido será:

$$\begin{cases} 18 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} - 3 \cdot I_{m3} = 0 \\ -5 \cdot I_{m1} + 7 \cdot I_{m2} - 2 \cdot I_{m3} = 12 \\ -3 \cdot I_{m1} - 2 \cdot I_{m2} + 5 \cdot I_{m3} = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 0,7\text{ A} \\ I_{m2} = 2,31\text{ A} \\ I_{m3} = 0,35\text{ A} \end{cases}$$

Assim, a corrente no resistor R_3 será dada por:

$$I_{R3} = I_{m2} - I_{m3} = 2,31 - 0,35 = 1,96\text{ A}$$

Logo, a tensão neste resistor será:

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = 2 \cdot 1,96 = 3,92\text{ V}$$

Note que o valor obtido é igual ao exemplo 4, mesmo tendo um resistor a mais.

3.1 Super Malhas

A Figura 13 apresenta um circuito com fonte de corrente. Neste caso não é possível utilizar a análise de malhas diretamente, pois ao escrever as quedas de tensão sobre os elementos, não seria possível determinar a tensão sobre a fonte de corrente, isto é, entre os nós 2 e 0. Assim, uma alternativa é fazer uso da ideia de super malha, que consiste em definir uma malha em que não esteja envolvida a fonte de corrente. No exemplo em questão será uma malha externa ao circuito.

Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões para a super malha, se tem:

$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} + V_2 = 0 \rightarrow R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} = V_1 - V_2$$

Além disso, a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes no nó 2 permitirá encontrar a expressão a seguir:

$$I_{m1} + I_1 - I_{m2} = 0 \rightarrow I_{m2} - I_{m1} = I_1$$

Assim, se tem um sistema com duas incógnitas e duas expressões e que poderá ser resolvido:

$$\begin{cases} R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} = V_1 - V_2 \\ I_{m2} - I_{m1} = I_1 \end{cases}$$

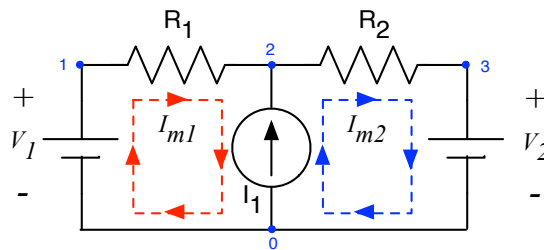


Figura 13 – Circuito com fonte de corrente.

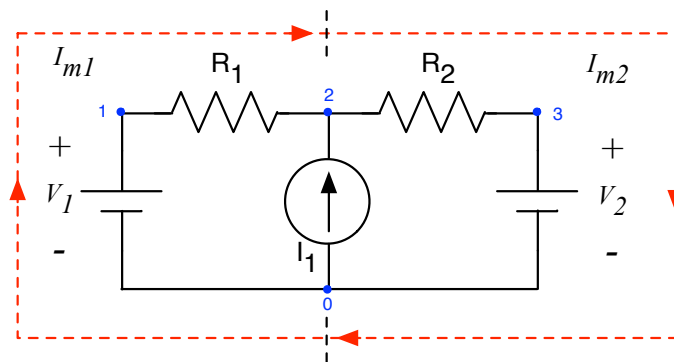


Figura 14 – Super malha para análise de circuitos.

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é análise de malhas.

A análise de malhas é uma técnica para resolver circuitos elétricos, onde se atribuem correntes fictícias às malhas do circuito e se determinam equações aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo da malha fechada.

ER 02. Explique o que são nós, ramos e malhas.

Nó é um ponto do circuito onde dois ou mais componentes estão conectados. Ramo é o caminho entre um nó e outro, tendo-se a mesma corrente ao longo dos componentes do ramo. Malha é um caminho fechado, no qual se pode aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões.

ER 03. O circuito mostrado na Figura 15 tem uma fonte de alimentação de 10 V e resistores $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_3 .

Inicialmente faremos a identificação das malhas do circuito, que são duas, conforme mostrado na Figura 16.

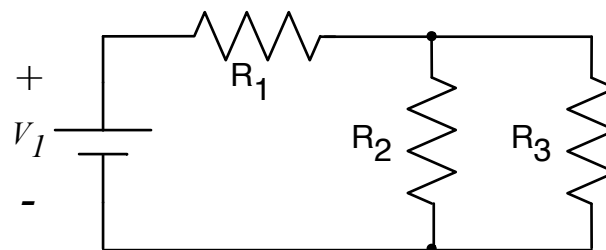


Figura 15 – Circuito para análise.

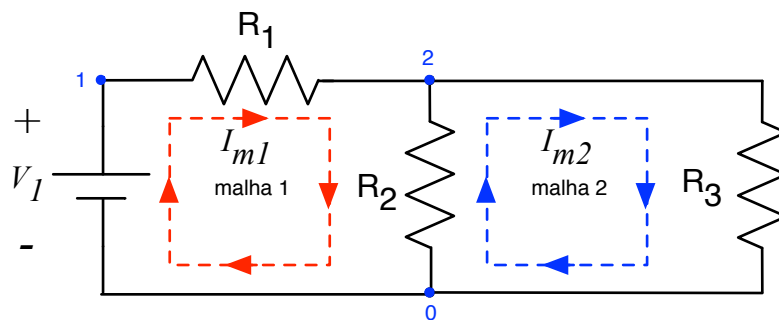


Figura 16 – Circuito com as malhas e nós identificados.

Escrevendo a equação da malha 1, se obtém:

$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow (R_1 + R_2) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = V_1$$

Para a malha 2 teremos:

$$+R_2 \cdot I_{m2} - R_2 \cdot I_{m1} + R_3 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} = 0$$

O sistema de equações e sua resolução serão:

$$\begin{cases} 15 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} = 10 \\ -5 \cdot I_{m1} + 8 \cdot I_{m2} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 0,84 A \\ I_{m2} = 0,53 A \end{cases}$$

A corrente no resistor R_3 é igual a corrente de malha 2, ou seja, 0,53 A.

ER 04. O circuito da Figura 17 possui duas fontes de alimentação, sendo elas $V_1 = 10\text{ V}$ e $V_2 = 6\text{ V}$; e três resistores, sendo eles $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$ e $R_3 = 3\ \Omega$. Determine a corrente no resistor R_1 .

A identificação das correntes das malhas e nós do circuito é mostrada na Figura 18 onde se nota que o circuito tem duas malhas, sendo a corrente no resistor R_1 igual a corrente da malha 1.

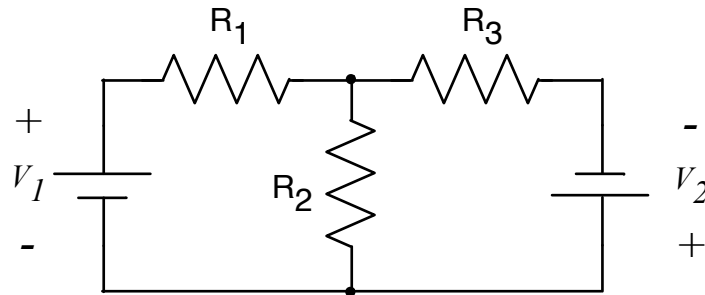


Figura 17 – Circuito para análise.

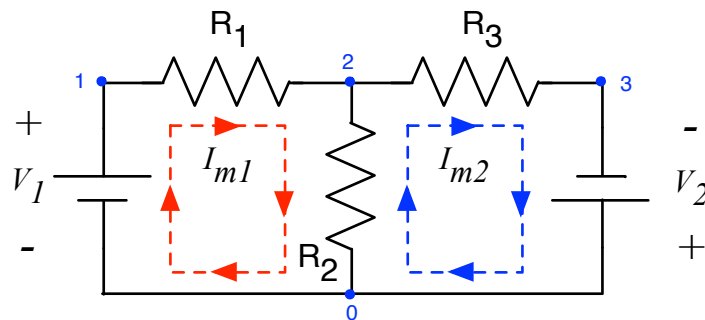


Figura 18 – Circuito com as malhas e nós identificados.

Escrevendo a equação da malha 1, se obtém que:

$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow (R_1 + R_2) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = V_1$$

Para a malha 2 se tem:

$$+R_2 \cdot I_{m2} - R_2 \cdot I_{m1} + R_3 \cdot I_{m2} - V_2 = 0 \rightarrow -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} = V_2$$

O sistema e sua solução serão:

$$\begin{cases} 15 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} = 10 \\ -5 \cdot I_{m1} + 8 \cdot I_{m2} = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 1,16\text{ A} \\ I_{m2} = 1,47\text{ A} \end{cases}$$

A corrente no resistor R_1 é igual a I_{m1} , sendo 1,16 A.

ER 05. Comprove que a análise realizada no exercício anterior está correta.

Para comprovar a análise realizada, iremos determinar a tensão sobre os resistores e a seguir aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões, verificando se o resultado corresponde aos valores obtidos.

A tensão em R_1 será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = R_1 \cdot I_{m1} = 10 \cdot 1,16 = 11,6V$$

A tensão em R_2 será:

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = R_2 \cdot (I_{m1} - I_{m2}) = 5 \cdot (1,16 - 1,47) = -1,55V$$

Em R_3 se tem:

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = R_3 \cdot I_{m2} = 3 \cdot 1,47 = 4,41V$$

Agora, escrevendo as Leis de Kirchhoff para as duas malhas se tem:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} = 0 \rightarrow -10 + 11,6 - 1,55 = 0 \rightarrow 0,05 \cong 0$$

$$-V_2 - V_{R2} + V_{R3} = 0 \rightarrow -6 + 1,55 + 4,41 = 0 \rightarrow -0,04 \cong 0$$

Exercícios Propostos

EP 01. Um circuito que tem duas malhas, terá quantas expressões com variáveis desconhecidas a serem calculadas?

EP 02. No circuito da Figura 15 a fonte de alimentação tem amplitude de 5 V e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

EP 03. Determine a tensão sobre o resistor R_1 no circuito do exemplo 4.

EP 04. No circuito da Figura 2 as fontes de alimentação têm amplitudes de $V_1 = 5 V$ e $V_2 = 10 V$ e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

EP 05. No circuito da Figura 2 as fontes de alimentação têm amplitudes de $V_1 = 10 V$ e $V_2 = 5 V$ e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. A resolução do sistema de equações na análise de malhas resulta em respostas para as tensões ou correntes do circuito?

AA 02. Um circuito que possui três malhas terá quantas equações e variáveis a serem determinadas?

AA 03. Considere o circuito da Figura 10, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 0$. Determine a corrente no resistor R_2 .

AA 04. Considere o circuito da Figura 10, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 0$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 10$. Determine a corrente no resistor R_2 .

AA 05. Considere o circuito da Figura 10, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 10 \text{ V}$. Determine a corrente no resistor R_2 .

AA 01. A resolução do sistema de equações na análise de malhas resulta em respostas para as correntes do circuito.

AA 02. Se o circuito possui três malhas, então terá três equações e três correntes a serem calculadas.

AA 03. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo 4, sendo dado por:

$$(R_1 + R_2) \times I_{m1} - R_2 \times I_{m2} = V_1 e - R_2 \times I_{m1} + (R_2 + R_3) \times I_{m2} = -V_2.$$

Então o sistema de equações será:

$$8 \times I_{m1} - 3 \times I_{m2} = 10 \text{ e } -3 \times I_{m1} + 8 \times I_{m2} = 0.$$

As correntes serão: $I_{m1} = 1,45 \text{ A}$ e $I_{m2} = 0,9 \text{ A}$.

AA 04. O sistema de equações é semelhante a questão anterior, sendo dado por:

$$8 \times I_{m1} - 3 \times I_{m2} = 0 \text{ e } -3 \times I_{m1} + 8 \times I_{m2} = -10.$$

As correntes serão: $I_{m1} = 0,55 \text{ A}$ e $I_{m2} = 1,45 \text{ A}$. Assim, a corrente no resistor R_2 será $I_{R2} = I_{m1} - I_{m2} = 0,55 - 1,45 = -0,9 \text{ A}$.

AA 05. O sistema de equações é semelhante a questão anterior, sendo dado por:

$$8 \times I_{m1} - 3 \times I_{m2} = 10 \text{ e } -3 \times I_{m1} + 8 \times I_{m2} = -10.$$

As correntes serão: $I_{m1} = 0,91 \text{ A}$ e $I_{m2} = -0,91 \text{ A}$.

Assim, a corrente no resistor R_2 será $I_{R2} = I_{m1} - I_{m2} = 0,91 + 0,91 = 1,82 \text{ A}$.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE NODAL

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020 *(revisado em março de 2021)*.

ANÁLISE NODAL

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar a análise dos nós (nodal) ao estudo de circuitos elétricos.

Objetivos parciais

- Conhecer a análise dos nós.
- Aplicar a análise dos nós;
- Resolver circuitos elétricos.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 08 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 12 relacionado a análise de malhas.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar os Teoremas de Thévenin e Norton.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 08);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 08).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE NODAL

1 Introdução

A aula anterior abordou o estudo da análise de malhas, técnica utilizada para calcular as correntes do circuito. Nesta aula estudaremos uma técnica semelhante, mas agora calculando-se as tensões do circuito, a partir da análise dos nós ou nodal. As técnicas de análise de malhas e análise dos nós também são chamadas de métodos das malhas e métodos dos nós.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Análise dos nós;
- Aplicação da análise dos nós.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é a análise dos nós;
- Aplicar a análise dos nós na resolução de circuitos elétricos.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por diversos componentes e solicitar que seja aplicada a análise dos nós na resolução do mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é a análise dos nós;
2. Determinar o número de variáveis e equações a serem calculadas no circuito dado;
3. Aplicar a análise dos nós;
4. Realizar cálculos de circuitos elétricos.

2 Análise dos Nós (Nodal)

2.1 Introdução

A análise de malhas e a análise dos nós são duas técnicas de análise de circuitos utilizadas frequentemente na resolução de circuitos simples e complexos. Em síntese, com estas técnicas é possível obter um sistema de equações com as variáveis a serem encontradas e a seguir realizar a resolução deste sistema, determinando as grandezas desconhecidas do circuito elétrico.

A seguir será apresentada a técnica de análise dos nós e sua aplicação no estudo de circuitos elétricos.

2.2 Análise dos Nós

A análise de malhas consiste em determinar as correntes dos diversos ramos ou malhas de um circuito elétrico, aplicando as Leis de Kirchhoff das Tensões e Correntes e a Lei de Ohm. Por sua vez, a análise dos nós ou nodal consiste em determinar as tensões dos diversos pontos de conexão dos componentes de um circuito, aplicando as Lei de Kirchhoff das Tensões e Correntes e a Lei de Ohm.

Relembramos as seguintes definições, que são importantes para se continuar o estudo de circuitos elétricos:

- Nó – ponto do circuito no qual dois ou mais componentes estão conectados;
- Ramo – caminho entre dois nós, sendo a corrente a mesma em todos os elementos deste caminho (ramo);
- Malha – caminho fechado ao longo de um circuito elétrico.

Assim, nota-se que nó é um ponto de conexão de componentes elétricos, podendo ocorrer ou não a divisão de corrente elétrica. Se dois componentes são conectados entre si, não ocorre a divisão da corrente elétrica, não sendo necessária a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes neste nó. Por sua vez, se mais de três componentes estiverem conectados formando um nó, irá ocorrer a divisão da corrente elétrica, sendo então aplicada a Lei de Kirchhoff das Correntes no ponto em questão.

O ramo é o caminho formado ao longo da conexão dos componentes, mas onde não ocorre a divisão da corrente elétrica. Por fim, malha é um caminho fechado, englobando ramos e nós.

O circuito mostrado da Figura 1 é formado por duas fontes de tensão e três resistores. Os

nós foram identificados de 0 até 3. Normalmente o nó 0 (zero) é a referência do circuito, ou GND (*ground* - terra) ou massa, que terá potencial (tensão) igual a zero. Note que no nó 1, onde se tem a conexão do resistor R_1 com a fonte v_1 , não ocorre divisão de corrente. Do mesmo modo que no nó 3, onde se tem a conexão do resistor R_3 com a fonte v_2 , também não ocorre divisão de corrente. Por sua vez, no nó 2, onde se tem a conexão de R_1 , R_2 e R_3 se tem a divisão de corrente, pois estão conectados aí três componentes.

Note na Figura 1 que o ramo 1 é formado pelo resistor R_1 e pela fonte v_1 , sendo que nestes dois elementos a corrente é a mesma; o que também ocorre no ramo 2, formado por R_3 e v_2 . Importante observar que o ramo 1 vai do nó 0 até o nó 2, não fazendo parte do mesmo o resistor R_2 . Já o ramo 2 vai do nó 0 até o nó 2, onde também fica de fora o resistor R_2 .

Importante destacar que no circuito da Figura 1 as seguintes tensões são conhecidas:

- Nó 0 – tensão nula, pois este é o nó de referência, $V_0 = 0$;
- Nó 1 – tensão dada pela fonte v_1 , $V_1 = v_1$;
- Nó 3 – tensão dada pela fonte v_2 , $V_3 = v_2$.

As tensões dos nós podem ser expressadas a partir da diferença de potencial entre dois nós ou entre o nó em questão e o nó de referência, tendo-se assim:

- V_{21} – tensão entre os nós 2 e 1, diferença de potencial do nó 2 menos a diferença de potencial no nó 1, $V_{21} = V_2 - V_1$;
- V_{10} – tensão entre os nós 1 e 0 (referência), diferença de potencial do nó 1 menos a diferença de potencial no nó 0, $V_{10} = V_1 - V_0 = V_1 - 0 = V_1$.

Assim, quando se escrevem as tensões nos nós em relação à referência (GND), se utiliza como índice apenas o número do próprio nó.

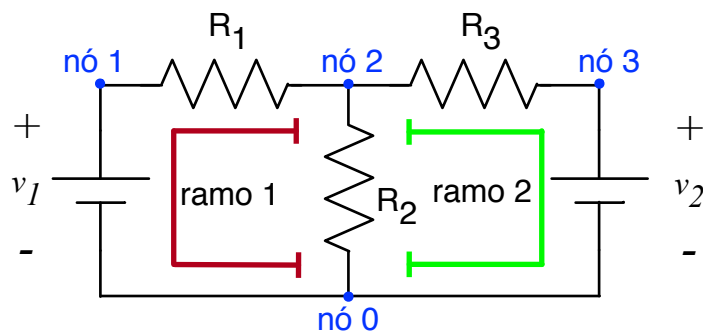


Figura 1 – Circuito para identificação de nós e ramos.

A aplicação da análise dos nós consiste em realizar os seguintes passos:

1. Identificar todas as tensões e correntes nos componentes;
2. Identificar os nós do circuito e ramos do circuito;
3. Definir o nó de referência;
4. Expressar as tensões conhecidas nos nós;
5. Aplicar as Lei de Kirchhoff das Correntes para cada nó com tensão desconhecida, considerando que as correntes saem daquele nó, independente do sentido verdadeiro das correntes do circuito;
6. Resolver o sistema de equações lineares obtido.

Importante destacar que o número de tensões a ser determinado e por conseguinte, o número de equações obtidas e sistema de equações resultante, será o número total de nós, menos o nó de referência e menos o número de nós onde as tensões são conhecidas. As tensões conhecidas são aquelas onde se tem a conexão de fontes de tensão entre determinado nó e o nó de referência. Na Figura 1, as tensões nos nós 1 e 3 são conhecidas, pois são dadas pelas fontes de tensão v_1 e v_2 .

3 Aplicação da Análise dos Nós

3.1 Introdução

A seguir será aplicada a análise dos nós abordada no capítulo anterior, a partir de circuitos mais simples até circuitos mais complexos. Destaca-se que todo circuito possui ao menos dois nós, pois os componentes dos circuitos sempre irão possuir ao menos dois terminais, um de entrada e outro de saída, por exemplo.

3.2 Circuito com Dois Nós

A Figura 2 apresenta um circuito simples, com apenas dois componentes, uma fonte de tensão (v_1) e um resistor (R_1). A mesma figura mostra a identificação das grandezas a serem determinadas (I_1 e V_{R_1}), os nós do circuito (nó 1 e nó 2) e as malhas do circuito (malha 1).

Em sendo um circuito de apenas dois nós, descartando o nó de referência que tem tensão nula e o nó onde está conectada a fonte de tensão, que tem diferença de potencial conhecida, resta que não será necessário determinar nenhuma tensão, isto é, não se tem nenhum nó com tensão desconhecida a ser calculada.

Assim:

$$V_o = 0$$

$$V_1 = V_1$$

$$V_{R1} = V_{10} = V_1$$

Desta forma, aplicando a Lei de Ohm, se obtém:

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Note que este circuito é simples e as expressões anteriores poderiam ser obtidas diretamente, com os conhecimentos já estudados anteriormente neste curso. Neste caso não foi necessário resolver nenhuma equação, pois todas as tensões eram conhecidas.

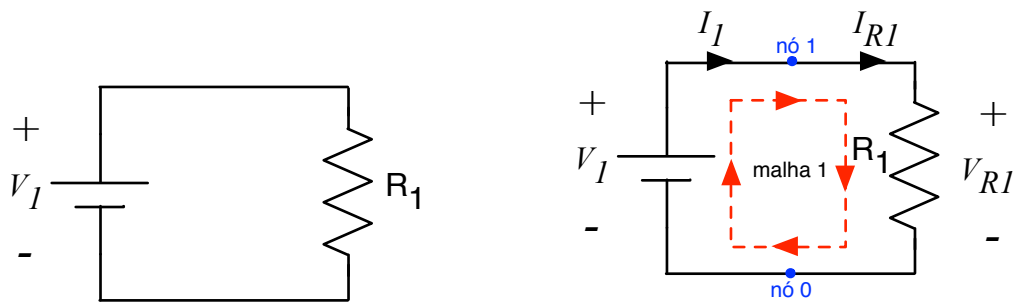


Figura 2 – Análise de nós em circuito com um nó além do nó de referência.

Exemplo 1:

Uma fonte possui amplitude de tensão de 12 V e está conectada em um resistor de 2 Ω .

Determine a corrente e a tensão no resistor.

Neste caso, sendo um circuito de apenas dois componentes e uma malha, se tem:

$$V_{R1} = V_1 = 12V$$

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{2} = 6A$$

Exemplo 2:

O circuito da Figura 3 é formado por três componentes, sendo uma fonte de alimentação de 3 A (I_1) e dois resistores: $R_1 = 5 \Omega$ e $R_2 = 3 \Omega$. Determine todas as correntes e tensões nos elementos do circuito.

Este é um circuito paralelo com três componentes, tendo dois nós. Assim, será necessário determinar a tensão em um nó, visto o nó zero ser o nó de referência com tensão nula. Veja na Figura 3 que em circuitos eletrônicos é comum se identificar a referência com o símbolo específico para GND (*ground* ou terra). Assim, quando é utilizado este símbolo, não será necessário identificar este nó como sendo a referência, pois isso já está explícito pelo símbolo utilizado. Na Figura 4 são mostrados alguns símbolos comumente utilizados para identificar a referência ou GND (terra) do circuito.

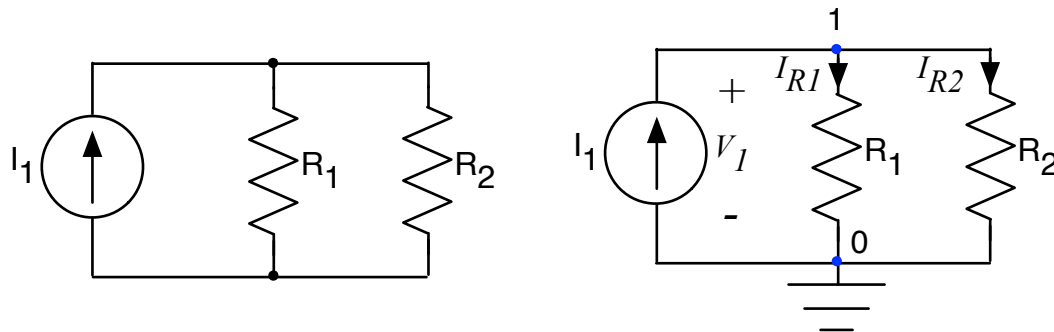


Figura 3 – Análise de nós em circuito com dois nós e três componentes.

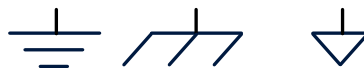


Figura 4 – Símbolos para a referência ou GND (terra) do circuito.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1 do circuito da Figura 3 se tem:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

Então, aplicando a Lei de Ohm em cada resistor:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_{10}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{10}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

Agora substituindo estas expressões na equação obtida pela aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = I_1 \rightarrow V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1$$

$$V_1 = \frac{I_1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Note que o termo no denominador é a resistência total do circuito paralelo:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \rightarrow V_1 = R_T \cdot I_1$$

Este resultado é semelhante ao que seria obtido fazendo a análise do circuito a partir do cálculo da resistência total, como foi realizado na aula sobre circuitos em paralelo.

Resolvendo a equação obtida:

$$V_1 = \frac{I_1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \frac{3}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right)} = 5,625V$$

As correntes nos resistores serão:

$$I_{R1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{5,625}{5} = 1,125A$$

$$I_{R2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{5,625}{3} = 1,875A$$

A soma destas correntes deve corresponder a corrente da fonte de corrente:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow 1,125A + 1,875A = 3A \rightarrow 3A = 3A$$

Assim, a análise realizada está correta.

3.1 Circuito com Três Nós

A Figura 5 apresenta um circuito ainda simples, mas agora com quatro componentes, uma fonte de corrente (I_1) e três resistores (R_1 , R_2 e R_3). A mesma figura mostra a identificação dos nós para se determinar as tensões nos mesmos.

A partir da identificação dos nós do circuito, se nota que devem ser calculadas duas tensões, nos nós 1 e 2, pois a tensão no nó 0 é nula.

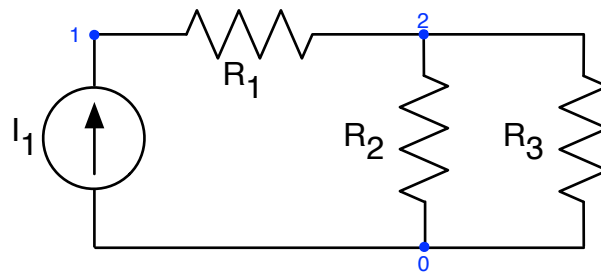


Figura 5 – Análise de nós em circuito com três nós.

A seguir será feita a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes em cada nó onde se deve determinar as tensões. Assim, para o nó 1 se tem:

$$+I_1 + I_{R1} = 0 \rightarrow +I_1 + \frac{V_{12}}{R_1} = 0 \rightarrow +I_1 + \frac{V_1 - V_2}{R_1} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1$$

No nó 2, escrevendo diretamente as correntes em função das tensões e resistências:

$$+\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$$

$$-\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0$$

O sistema a ser resolvido será:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases}$$

Exemplo 3:

Uma fonte de corrente possui corrente de 3 A e está conectada em três resistores, R_1 , R_2 e R_3 , conforme o circuito da Figura 5. Os resistores tem resistência de 5Ω (R_1), 3Ω (R_2) e 2Ω (R_3). Determine as tensões dos nós do circuito.

Como o circuito é idêntico ao anteriormente analisado, o sistema de equações será dado por:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5} = 3 \\ -\frac{V_1}{5} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5} = 3 \\ -\frac{V_1}{5} + \frac{31 \cdot V_2}{30} = 0 \end{cases}$$

Obtendo-se:

$$V_1 = 18,6V$$

$$V_2 = 3,6V$$

Para conferir se a análise está correta, vamos determinar a resistência total e calcular a tensão no nó 1:

$$R_T = R_1 + R_2 // R_3 = 5 + \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 6,2\Omega$$

$$V_1 = R_T \cdot I_1 = 6,2 \cdot 3 = 18,6V$$

Então a análise está correta.

3.1 Circuito com Quatro Nós

A Figura 6 apresenta um circuito mais complexo, que possui cinco componentes, sendo uma fonte de corrente (I_1) e três resistores (R_1 , R_2 e R_3). O objetivo será aplicar a análise de nós ao circuito dado e se obter as tensões sobre os elementos do circuito.

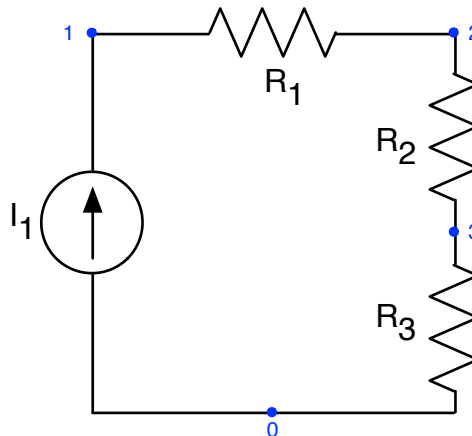


Figura 6 – Análise de nós em circuito com quatro nós.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no nó 1, tem-se:

$$+I_1 + \frac{V_1 - V_2}{R_1} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1$$

No nó 2 teremos:

$$+\frac{V_2-V_1}{R_1}+\frac{V_2-V_3}{R_2}=0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}-\frac{V_3}{R_2}=0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{V_3}{R_2}=0$$

Por sua vez, no nó 3 tem-se:

$$+\frac{V_3}{R_3}+\frac{V_3-V_2}{R_2}=0 \rightarrow -\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}=0 \rightarrow -\frac{V_2}{R_2}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=0$$

O sistema será:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1}-\frac{V_2}{R_1}=I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{V_3}{R_2}=0 \\ -\frac{V_2}{R_2}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=0 \end{cases}$$

Exemplo 4:

Uma fonte de corrente com corrente de 2 A está conectada em três resistores, sendo eles: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 2 \Omega$; conforme mostrado na Figura 6. Determine as tensões sobre os resistores.

O circuito é idêntico ao explicado anteriormente, então o sistema de equações a ser resolvido será:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1}-\frac{V_2}{R_1}=I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{V_3}{R_2}=0 \\ -\frac{V_2}{R_2}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{10}-\frac{V_2}{10}=2 \\ -\frac{V_1}{10}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\right)-\frac{V_3}{5}=0 \\ -\frac{V_2}{5}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{10}-\frac{V_2}{10}=2 \\ -\frac{V_1}{10}+\frac{3 \cdot V_2}{10}-\frac{V_3}{5}=0 \\ -\frac{V_2}{5}+\frac{7 \cdot V_3}{10}=0 \end{cases}$$

A solução será:

$$V_1 = 34V$$

$$V_2 = 14V$$

$$V_3 = 4V$$

Assim, as tensões sobre os resistores serão:

$$V_{R1} = V_1 - V_2 = 34 - 14 = 20V$$

$$V_{R2} = V_2 - V_3 = 14 - 4 = 10V$$

$$V_{R3} = V_3 - V_0 = 4 - 0 = 4V$$

Para conferir a análise, visto se tratar de um circuito série, se pode calcular a tensão sobre cada resistor diretamente, pois a corrente da malha única é conhecida, tendo-se então:

$$I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = I_1 = 2A$$

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 2 = 20V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 5 \cdot 2 = 10V$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1 = 2 \cdot 2 = 4V$$

Por fim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões ao circuito:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0$$

$$-34 + 20 + 10 + 4 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

Deste modo, conclui-se que a análise está correta.

3.1 Super Nós

A Figura 7 apresenta um circuito com fonte de tensão. Neste caso não é possível utilizar a análise de nós diretamente, pois ao escrever as correntes nos nós 1 e 2, não seria possível determinar a corrente na fonte de tensão. Assim, uma alternativa é fazer uso da ideia de super nó, que consiste em definir um nó que englobe a fonte de tensão. No circuito em questão será um nó englobando os nós 1 e 2.

Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no super nó se tem:

$$+\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

Além disso, a aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões entre os nós 1 e 2 permitirá obter:

$$V_1 - V_2 = V_{cc}$$

Assim, se tem um sistema com duas incógnitas e duas expressões e que poderá ser

resolvido:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0 \\ V_1 - V_2 = V_{cc} \end{cases}$$

O exemplo mostrado é simples e poderia ser resolvido calculando-se a corrente de malha, de maneira direta, conforme estudado anteriormente neste curso. De todo modo, o intuito foi mostrar o conceito de super nó e como aplicar o mesmo na análise de circuitos elétricos.

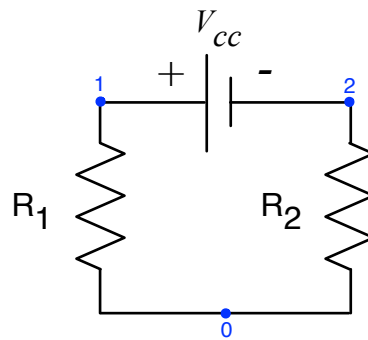


Figura 7 – Circuito com fonte de tensão.

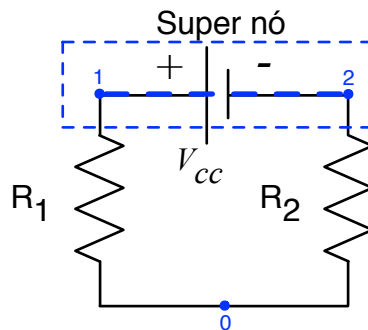


Figura 8 – Super nó para análise de circuitos.

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é análise de nós.

A análise de nós é uma técnica para resolver circuitos elétricos, onde se atribuem identificações aos nós do circuito e se determinam equações aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes aos mesmos.

ER 02. Explique o que são nós, ramos e malhas.

Nó é um ponto do circuito onde dois ou mais componentes estão conectados. Ramo é o caminho entre um nó e outro, tendo-se a mesma corrente ao longo dos componentes do ramo. Malha é um caminho fechado, no qual se pode aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões.

ER 03. O circuito mostrado na Figura 9 tem duas fontes de alimentação, sendo V_1 de 10 V e V_2 de 5 V, e resistores $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine as tensões dos nós do circuito.

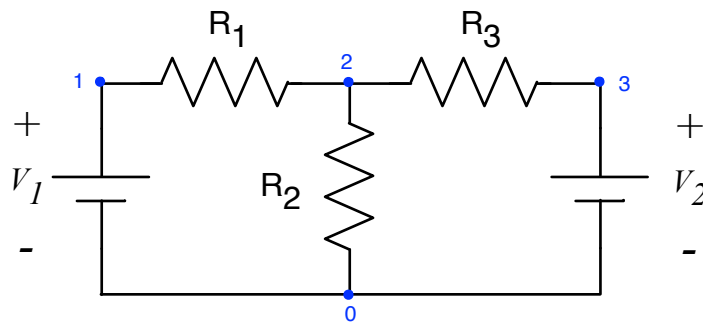


Figura 9 – Circuito para análise.

Os nós do circuito já foram identificados na Figura 9 onde se nota que as tensões para 3 deles são conhecidas, restando calcular a tensão no nó 2. Assim, se tem:

$$V_0 = 0V$$

$$V_{10} = V_1 = 10V$$

$$V_{30} = V_2 = 5V$$

Escrevendo a equação para as correntes no nó 2 se tem:

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0 \rightarrow \frac{V_2 - 10}{10} + \frac{V_2}{5} + \frac{V_2 - 5}{3} = 0$$

$$V_2 = 4,21V$$

ER 04. O circuito da Figura 10 possui uma fonte de alimentação de 10 V; e dois resistores, sendo eles $R_1 = 5 \Omega$ e $R_2 = 3 \Omega$. Determine as tensões nos nós do circuito.

Este circuito foi discutido anteriormente para se entender a aplicação do super nó. Assim, escrevendo as correntes nos nós 1 e 2 se tem:

$$+\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{5} + \frac{V_2}{3} = 0$$

Já a diferença de potencial entre os nós 1 e 2 é:

$$V_1 - V_2 = V_{cc} \rightarrow V_1 - V_2 = 10$$

O sistema e sua solução são:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{5} + \frac{V_2}{3} = 0 \\ V_1 - V_2 = 10 \end{cases}$$

$$V_1 = 6,25V$$

$$V_2 = -3,75V$$

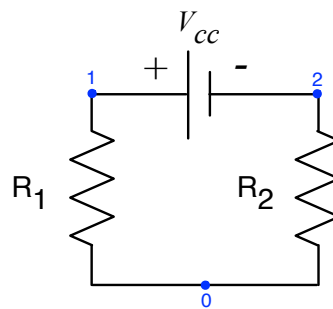


Figura 10 – Circuito para análise.

ER 05. Comprove que a análise realizada no exercício anterior está correta.

Para comprovar a análise realizada, pode-se aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões na malha do circuito. Assim, partindo do nó 0 no sentido horário:

$$+V_{01} + V_{12} + V_{20} = 0 \rightarrow -V_{10} + V_{12} + V_{20} = 0$$

$$-V_1 + V_{12} + V_2 = 0 \rightarrow -6,25 + 10 + (-3,75) = 0 \rightarrow 0 = 0$$

Exercícios Propostos

EP 01. Um circuito que tem três nós, terá quantas tensões a serem determinadas?

EP 02. No circuito da Figura 9 as fontes de alimentação têm amplitudes de 5 V (V_1) e 9 V (V_2) e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

EP 03. Determine a tensão sobre o resistor R_1 no circuito do exemplo 4.

EP 04. No circuito da Figura 9 as fontes de alimentação têm amplitudes de $V_1 = 5$ V e $V_2 = 10$ V e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

EP 05. No circuito da Figura 9 as fontes de alimentação têm amplitudes de $V_1 = 10$ V e $V_2 = 10$ V e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. A resolução do sistema de equações na análise de nós resulta em respostas para as tensões ou correntes do circuito?

AA 02. Um circuito que possui três nós e uma fonte de corrente, terá quantas tensões a serem determinadas pela análise de nós?

AA 03. Considere o circuito da Figura 9, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 0$. Determine a tensão no resistor R_2 .

AA 04. Considere o circuito da Figura 9, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 0$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 10$. Determine a tensão no resistor R_2 .

AA 05. Considere o circuito da Figura 9, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 5 \text{ V}$. Determine a tensão no resistor R_2 .

AA 01. A resolução do sistema de equações na análise de nós resulta em respostas para as

tensões do circuito.

AA 02. Se o circuito possui três nós, então terá 3-1 = 2 tensões a serem calculadas.

AA 03. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo resolvido 3, sendo

$$\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1} = \frac{R_1}{V_1} + \frac{R_3}{V_3} \cdot \text{Assim: } V_2 x \left(\frac{5}{1} + \frac{3}{1} + \frac{5}{1} \right) = \frac{5}{10} + \frac{5}{0} \cdot \text{Portanto } V_2 = 2,74 \text{ V.}$$

AA 04. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo resolvido 3, sendo

$$\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1} = \frac{R_1}{V_1} + \frac{R_3}{V_3} \cdot \text{Assim: } V_2 x \left(\frac{5}{1} + \frac{3}{1} + \frac{5}{1} \right) = \frac{5}{0} + \frac{5}{10} \cdot \text{Portanto } V_2 = 2,74 \text{ V.}$$

AA 05. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo resolvido 3, sendo

$$\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1} = \frac{R_1}{V_1} + \frac{R_3}{V_3} \cdot \text{Assim: } V_2 x \left(\frac{5}{1} + \frac{3}{1} + \frac{5}{1} \right) = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} \cdot \text{Portanto } V_2 = 2,74 \text{ V.}$$



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - TEOREMAS DE THÉVENIN E NORTON

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, outubro de 2020 (*revisado em março de 2021*).

TEOREMAS DE THÉVENIN E NORTON

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar os Teoremas de Thévenin e Norton no estudo de circuitos elétricos.

Objetivos parciais

- Conhecer o Teorema de Thévenin;
- Conhecer o Teorema de Norton;
- Aplicar os Teoremas de Thévenin e Norton na análise de circuitos;
- Resolver circuitos elétricos.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 09 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 13 relacionado a análise dos nós.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar o Teorema da Superposição.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12^a ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 09);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 09).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

**- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
TEOREMAS DE THÉVENIN E NORTON**

1 Introdução

As aulas anteriores abordaram duas técnicas muito importantes para a resolução de circuitos elétricos, que são as análises de malhas e dos nós. Nesta aula estudaremos dois novos Teoremas, que são o Teorema de Thévenin e o Teorema de Norton. A partir do Teorema de Thévenin ou do Teorema de Norton é possível simplificar circuitos complexos, por isso o estudo dos mesmos é muito importante nos cursos de eletricidade e eletrônica.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Teorema de Thévenin;
- Teorema de Norton;
- Aplicação dos Teoremas de Thévenin e Norton na análise de circuitos.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que são os Teoremas de Thévenin e Norton;
- Aplicar os Teoremas de Thévenin e Norton na resolução de circuitos elétricos.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por diversos componentes e solicitar que sejam aplicados os Teoremas de Thévenin e Norton para a resolução do mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que são os Teoremas de Thévenin e Norton;
2. Aplique o Teorema de Thévenin no circuito dado;
3. Faça a análise do circuito apresentado utilizando os Teoremas de Thévenin e Norton.

2 Teorema de Thévenin

2.1 Introdução

A análise de circuitos complexos é possível utilizando as técnicas anteriormente estudadas, por exemplo análise de malhas e análise dos nós. No entanto, sempre que for possível realizar simplificações nos circuitos elétricos, do ponto de vista da análise de circuitos, é preferível a resolução de circuitos simples ao invés de circuitos complexos com muitos componentes.

Assim, os Teoremas de Thévenin e de Norton permitem obter circuitos simples a partir de circuitos complexos, levando em conta que o circuito terá dois pontos considerados como saída ou onde se conectará a carga ou o componente de interesse do circuito.

A seguir será apresentado o Teorema de Thévenin e sua aplicação em diferentes circuitos.

2.2 Teorema de Thévenin

O Teorema de Thévenin determina que:

- Qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de tensão e de um resistor em série.

Assim, na Figura 1 pode-se notar que o circuito equivalente de Thévenin, representado pela fonte de tensão (V_{Th}) e pelo resistor série (R_{Th}) tem como saída os terminais “a” e “b” do circuito, nos quais é conectada a carga, representada pelo resistor R_L . Importante destacar que o resistor de carga (R_L) não faz parte do circuito equivalente de Thévenin. Deste modo, o circuito equivalente de Thévenin é representado por:

- Fonte de tensão de Thévenin (V_{Th}) – representa a tensão equivalente ou resultante, vista dos terminais de saída (a e b) do circuito;
- Resistência de Thévenin (R_{Th}) – representa a resistência total ou equivalente, vista dos terminais de saída (a e b) do circuito, quando as fontes deste circuito forem anuladas.

O objetivo de se utilizar o Teorema de Thévenin para obter um circuito equivalente de Thévenin é simplificar circuitos complexos, representando os mesmos por apenas uma fonte em série com um resistor, como mostrado na Figura 2. Assim, circuitos formados por fontes de tensão, fontes de corrente, resistores, em qualquer número, poderão ser substituídos por circuitos

equivalentes, representados por uma fonte de tensão e um resistor em série. Assim, do ponto de vista da carga do circuito, conectada entre os pontos “a” e “b”, a tensão e corrente será a mesma, ou seja, para a carga, não há alteração se o circuito onde a mesma está conectada possui inúmeros componentes e alta complexidade ou se possui apenas uma fonte de tensão em série com um resistor, pois a tensão na carga e sua corrente serão as mesmas para os dois casos.

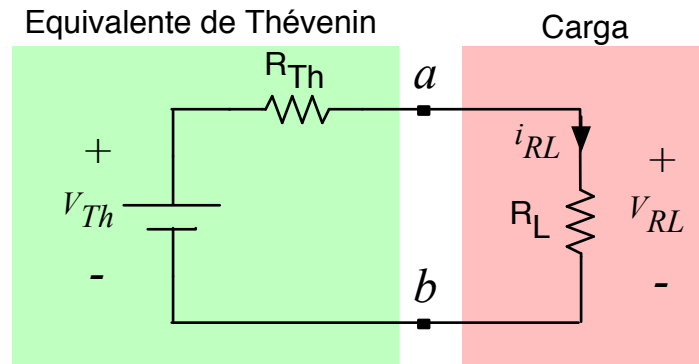


Figura 1 – Circuito equivalente de Thévenin.

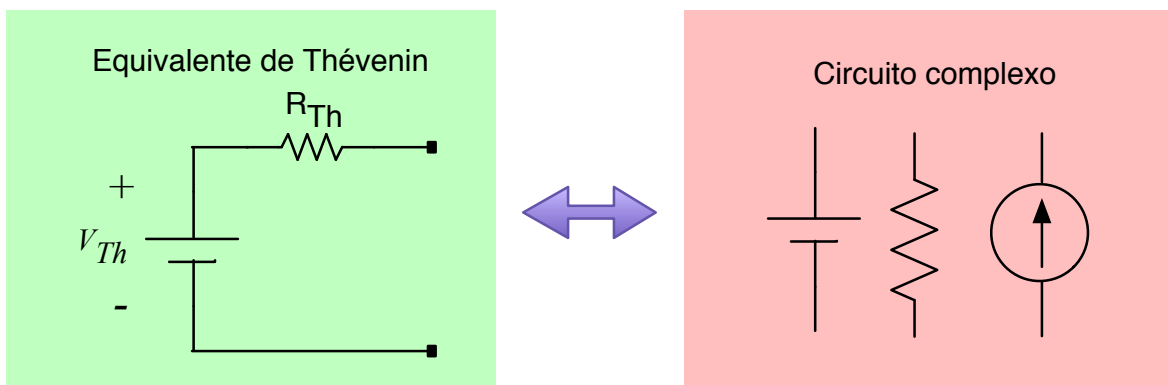


Figura 2 – Simplificação de circuitos utilizando o Teorema de Thévenin.

Os passos para se aplicar o Teorema de Thévenin, obtendo-se o circuito equivalente de Thévenin são:

1. Identificar os terminais de interesse, a partir dos quais se deseja obter o circuito equivalente de Thévenin;
2. Anular as fontes do circuito (curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente), para obter a resistência de Thévenin;
3. Calcular a tensão resultante entre os terminais de interesse, mantendo apenas o circuito que estiver sendo simplificado, ou seja, desligando-se a carga ou os componentes que não fazem parte do circuito equivalente de Thévenin;
4. Redesenhar o circuito original pelo equivalente de Thévenin.

3 Aplicação do Teorema de Thévenin

3.1 Introdução

A seguir será aplicado o Teorema de Thévenin para simplificação de circuitos e obtenção do seu equivalente de Thévenin.

3.2 Circuito com Fonte de Tensão

O circuito da Figura 3 possui uma fonte de tensão (V_1) e dois resistores (R_1 e R_2) e um resistor de carga (R_L). A análise a ser realizada consistirá em obter o circuito equivalente de Thévenin envolvendo a fonte V_1 e os resistores R_1 e R_2 , isto é, será obtido o equivalente de Thévenin visto dos pontos “a” e “b”. É comum se dizer que o circuito equivalente de Thévenin é o circuito resultante visto a partir dos pontos “a” e “b”, como mostrado pelo olho da Figura 3.

A aplicação do Teorema de Thévenin no circuito da Figura 3 consistirá em determinar a tensão e a resistência resultantes entre os pontos “a” e “b” com a desconexão da carga (R_L), conforme mostrado na Figura 4.

Assim, para se obter a resistência de Thévenin deve-se anular as fontes de alimentação (tensão e corrente) do circuito, portanto, o circuito resultante será aquele da Figura 5. Note que a resistência equivalente vista dos pontos “a” e “b” será:

$$R_{Th} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Já a tensão resultante entre os pontos “a” e “b” será obtida aplicando a regra do divisor de tensão ao circuito da Figura 3:

$$V_{Th} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

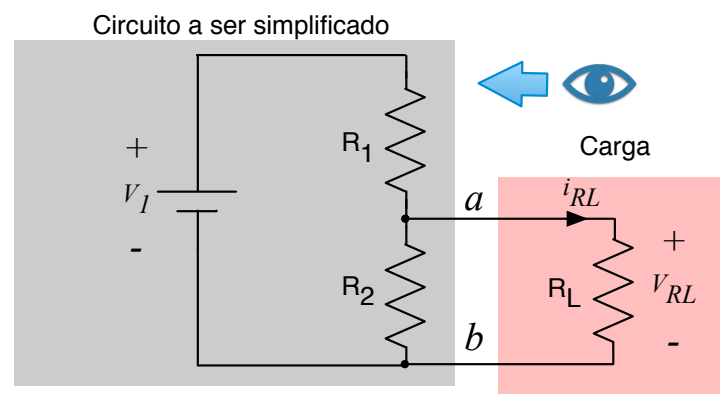


Figura 3 – Circuito com fonte de tensão para obtenção do equivalente de Thévenin.

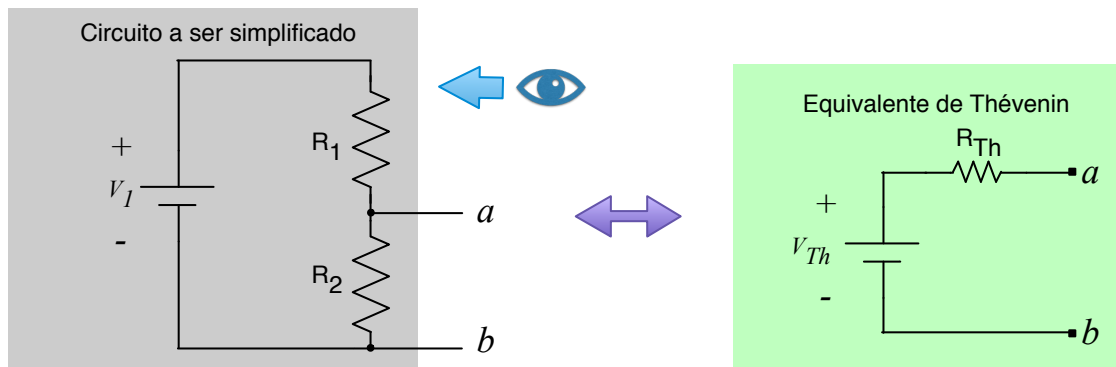


Figura 4 – Circuito equivalente de Thévenin para o circuito da Figura 3.

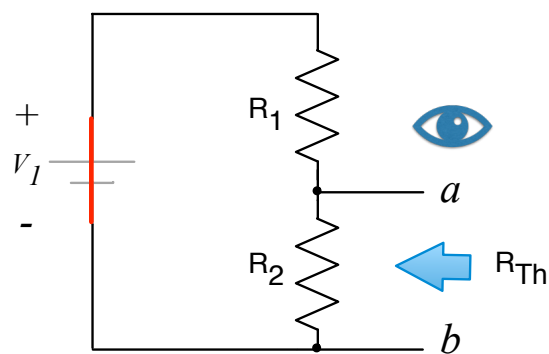


Figura 5 – Circuito com a fonte de tensão curto-circuitada (zerada), para obtenção da resistência de Thévenin vista entre os pontos “a” e “b”.

Exemplo 1:

O circuito da Figura 3 possui uma fonte de tensão de 12 V e os resistores R_1 e R_2 são de 10 Ω e 5 Ω , respectivamente. Determine o circuito equivalente de Thévenin para este circuito.

A resistência de Thévenin será:

$$R_{Th} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} = 3,33 \Omega$$

Por sua vez, a tensão de Thévenin será dada por:

$$V_{Th} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{5}{10 + 5} = 4V$$

3.3 Circuito com Fonte de Corrente

O circuito da Figura 6 possui uma fonte de corrente (I_1) e dois resistores (R_1 e R_2) e um resistor de carga (R_L). A análise a ser realizada consistirá em obter o circuito equivalente de Thévenin envolvendo a fonte I_1 e os resistores R_1 e R_2 , isto é, será obtido o equivalente de Thévenin

visto dos pontos “a” e “b”.

A aplicação do Teorema de Thévenin no circuito da Figura 6 consistirá em determinar a tensão e a resistência resultantes entre os pontos “a” e “b” com a desconexão da carga (R_L), conforme mostrado na Figura 7.

Assim, para se obter a resistência de Thévenin deve-se anular as fontes de alimentação (tensão e corrente) do circuito, portanto, o circuito resultante será aquele da Figura 8. Deste modo a resistência equivalente vista dos pontos “a” e “b” será:

$$R_{Th} = R_1 + R_2$$

Já a tensão resultante entre os pontos “a” e “b” será obtida considerando que toda a corrente da fonte I_1 estará circulando pelo resistor R_1 , assim:

$$V_{Th} = V_{R_1} = R_1 \cdot I_1$$

A queda de tensão no resistor R_2 será nula, pois pelo mesmo não está circulando corrente:

$$V_{R_2} = 0$$

$$V_{Th} = V_{R_1} - V_{R_2} = V_{R_1} - 0 = V_{R_1}$$

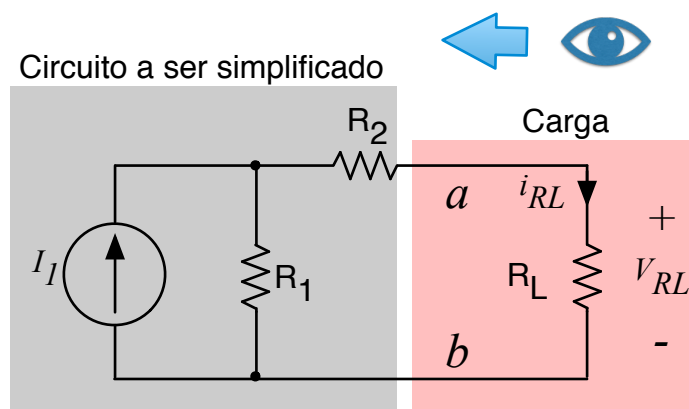


Figura 6 – Circuito com fonte de corrente para obtenção do equivalente de Thévenin.

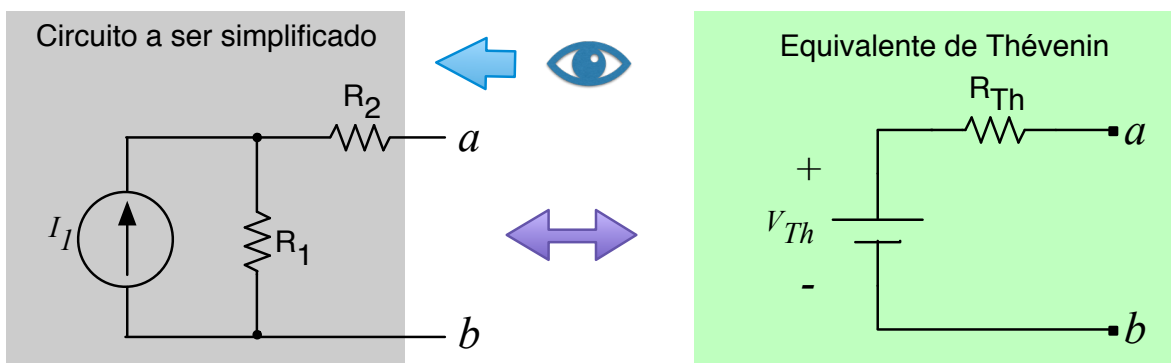


Figura 7 – Circuito equivalente de Thévenin para o circuito da Figura 6.

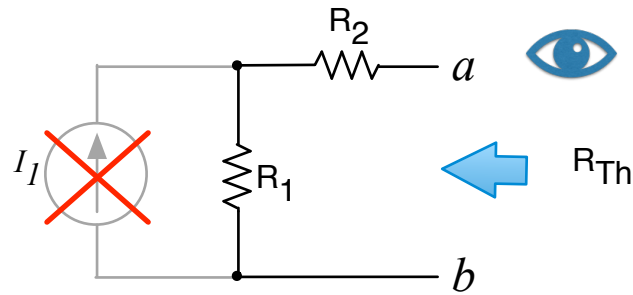


Figura 8 – Circuito com a fonte de corrente aberta (zerada), para obtenção da resistência de Thévenin vista entre os pontos “a” e “b”.

Exemplo 2:

O circuito da Figura 6 possui uma fonte de corrente de 3 A e os resistores R_1 e R_2 são de 10 Ω e 5 Ω , respectivamente. Determine o circuito equivalente de Thévenin para este circuito.

A resistência de Thévenin será:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 10 + 5 = 15\Omega$$

Por sua vez, a tensão de Thévenin será dada por:

$$V_{Th} = V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 3 = 30V$$

3.4 Circuito com Fontes de Tensão e de Corrente

O circuito da Figura 9 possui uma fonte de tensão (V_1) e uma fonte de corrente (I_1) e dois resistores (R_1 e R_2). Neste caso, o objetivo será determinar o circuito equivalente de Thévenin considerando o resistor R_1 como a carga ou saída do circuito; ficando este fora dos elementos que irão compor o circuito resultante, conforme mostrado na Figura 10.

A resistência de Thévenin será obtida anulando (zerando) as fontes de alimentação (tensão e corrente) do circuito. Assim, o circuito resultante será aquele da Figura 11, obtendo-se:

$$R_{Th} = R_2$$

Já a tensão resultante entre os pontos “a” e “b” será obtida considerando que toda a corrente da fonte I_1 estará circulando pelo resistor R_2 e pela fonte de tensão V_1 , assim:

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

Aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Tensões na malha englobando os pontos “a” e “b”, o resistor R_2 e a fonte V_2 se tem:

$$-V_{ab} + V_{R2} + V_1 = 0$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = V_{R_2} + V_1$$

Mas a tensão V_{ab} é igual a própria tensão de Thévenin:

$$V_{Th} = V_{ab} = V_a - V_b = V_{R_2} + V_1$$

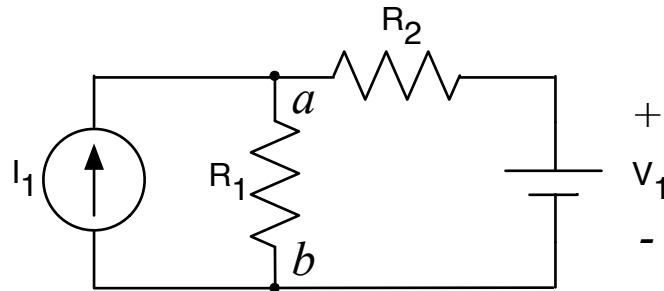


Figura 9 – Circuito com fontes de tensão e de corrente para obtenção do equivalente de Thévenin.

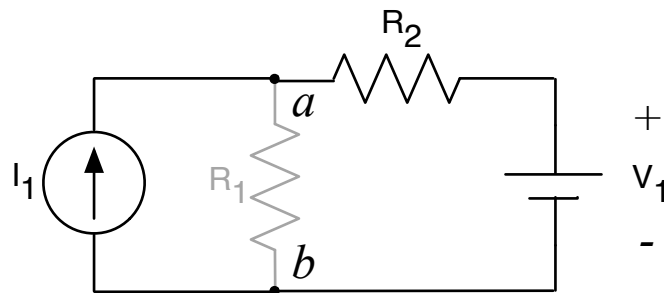


Figura 10 – Elementos resultantes para obtenção do equivalente de Thévenin.

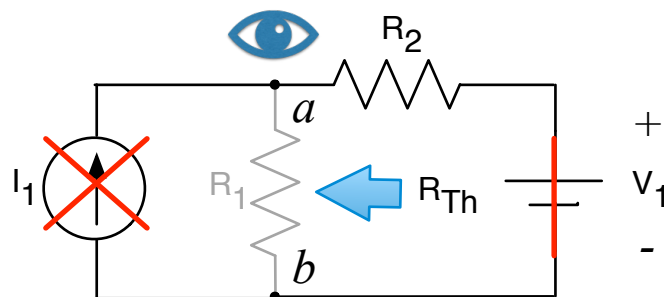


Figura 11 – Circuito com a fonte de corrente aberta (zerada) e a fonte de tensão curto-circuitada (zerada), para obtenção da resistência de Thévenin vista entre os pontos “a” e “b”.

Exemplo 3:

O circuito da Figura 9 possui uma fonte de tensão de 12 V e uma fonte de corrente de 3 A e os resistores R_1 e R_2 são de 10 Ω e 5 Ω , respectivamente. Determine o circuito equivalente de Thévenin, considerando que o resistor R_1 seja o resistor de carga do circuito.

A resistência de Thévenin será:

$$R_{Th} = R_2 = 5\Omega$$

Por sua vez, a tensão de Thévenin será dada por:

$$V_{R_2} = R_2 \cdot I_1 = 5 \cdot 3 = 15V$$

$$V_{Th} = V_{ab} = V_a - V_b = V_{R_2} + V_1 = 15 + 12 = 27V$$

Exemplo 4:

O circuito da Figura 9 possui uma fonte de tensão de 12 V e uma fonte de corrente de 3 A e os resistores R_1 e R_2 são de 10 Ω e 5 Ω , respectivamente. Determine o circuito equivalente de Thévenin, considerando todos os componentes no equivalente de Thévenin.

Como todos os componentes fazem parte do equivalente de Thévenin, então para se obter a resistência de Thévenin se terá o circuito da Figura 12.

Assim, a resistência de Thévenin será:

$$R_{Th} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} = 3,33\Omega$$

Já a tensão de Thévenin, vista dos terminais “a” e “b” poderá ser obtida fazendo-se a transformação da fonte de tensão em fonte de corrente, conforme mostrado na Figura 13.

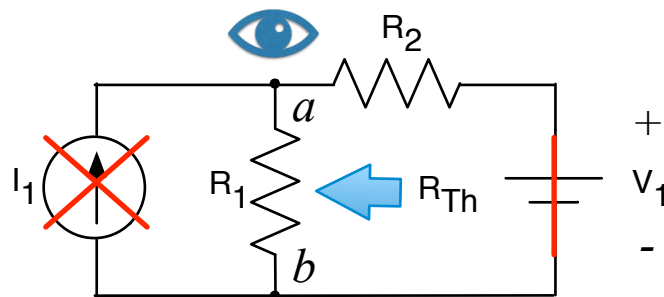


Figura 12 – Circuito com a fonte de corrente aberta (zerada) e a fonte de tensão curto-circuitada (zerada), para obtenção da resistência de Thévenin vista entre os pontos “a” e “b”.

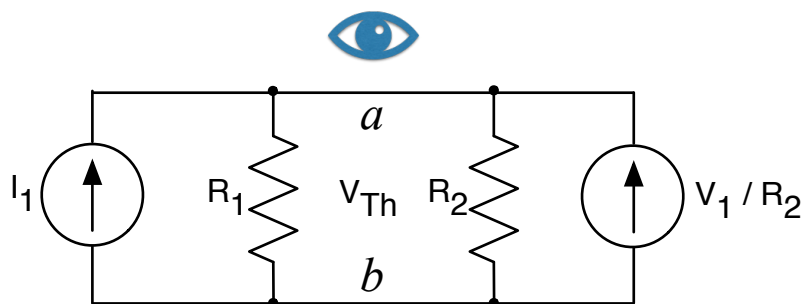


Figura 13 – Circuito com a transformação de fontes para obtenção da tensão de Thévenin.

A tensão de Thévenin poderá ser obtida considerando o ponto “b” como o nó zero e considerando a Lei de Kirchhoff das Correntes no nó “a”, tendo-se então:

$$-I_1 - \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} = 0 \rightarrow V_{ab} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1 + \frac{V_1}{R_2}$$

$$V_{Th} = V_{ab} = \frac{I_1 + \frac{V_1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{3 + \frac{12}{5}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{5}} = 18V$$

4 Teorema de Norton

4.1 Introdução

O Teorema de Norton é o dual em termos de circuitos elétricos do Teorema de Thévenin, isto é, enquanto no Teorema de Thévenin se representa o circuito equivalente por uma fonte de tensão em série com um resistor, no Teorema de Norton se representa o circuito equivalente por uma fonte de corrente em paralelo com um resistor.

4.2 Teorema de Norton

O Teorema de Norton determina que:

- Qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de corrente e de um resistor em paralelo.

Assim, na pode-se notar que o circuito equivalente de Norton, representado pela fonte de corrente (I_N) e pelo resistor paralelo (R_N) tem como saída os terminais “a” e “b” do circuito, nos quais é conectada a carga, representada pelo resistor R_L . Importante destacar que o resistor de carga (R_L) não faz parte do circuito equivalente de Norton. Deste modo, o circuito equivalente de Norton é representado por:

- Fonte de corrente de Norton (I_N) – representa a corrente de curto-circuito, entre os terminais de saída (a e b) do circuito;
- Resistência de Norton (R_N) – representa a resistência total ou equivalente, vista dos terminais de saída (a e b) do circuito, quando as fontes deste circuito forem anuladas.

O objetivo de se utilizar o Teorema de Thévenin para obter um circuito equivalente de Thévenin é simplificar circuitos complexos, representando os mesmos por apenas uma fonte em série com um resistor, como mostrado na Figura 2. De maneira equivalente, o objetivo de se utilizar o Teorema de Norton para obter um circuito equivalente de Norton é simplificar circuitos complexos, representando os mesmos por apenas uma fonte em paralelo com um resistor, como mostrado na Figura 14. Assim, circuitos formados por fontes de tensão, fontes de corrente, resistores, em qualquer número, poderão ser substituídos por circuitos equivalentes, representados por uma fonte de tensão e um resistor em série ou uma fonte de corrente e um resistor em paralelo. Assim, do ponto de vista da carga do circuito, conectada entre os pontos “a” e “b”, a tensão e corrente será a mesma, ou seja, para a carga, não há alteração se o circuito onde a mesma está conectada possui inúmeros componentes e alta complexidade ou se possui apenas uma fonte de tensão em série com um resistor, pois a tensão na carga e sua corrente serão as mesmas para os dois casos.

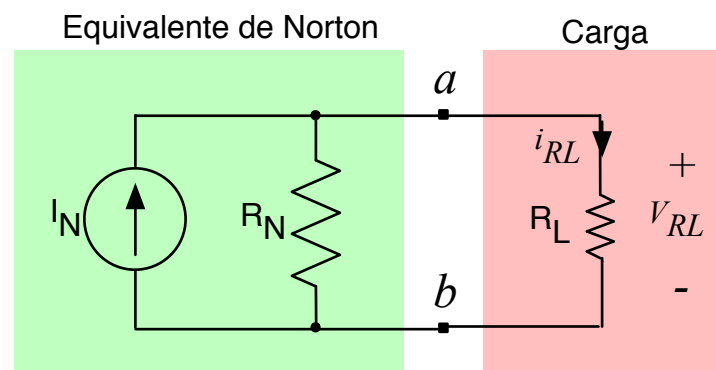


Figura 14 – Circuito equivalente de Norton.

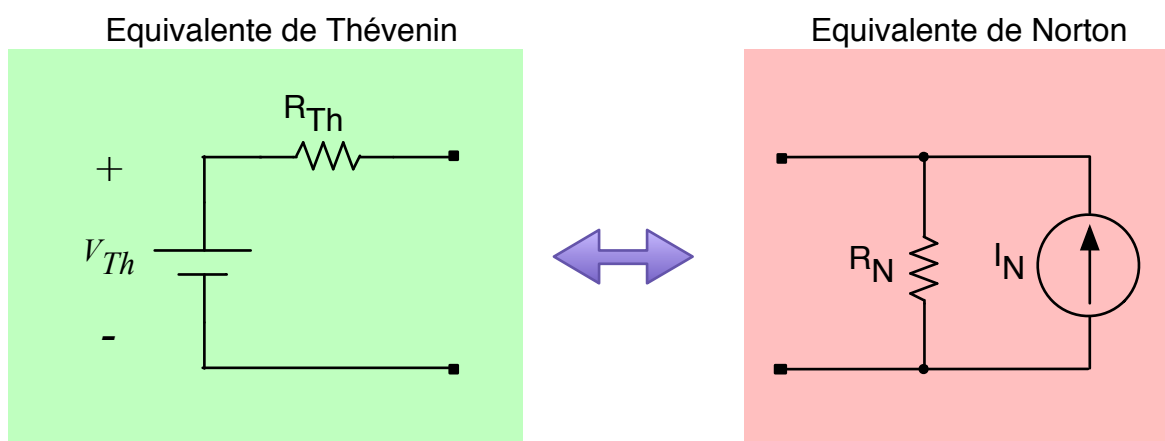


Figura 15 – Equivalência entre o equivalente de Norton e o equivalente de Thévenin.

A equivalência entre o resultado obtido aplicando o Teorema de Thévenin e o resultado obtido aplicando o Teorema de Norton pode ser facilmente demonstrada pela equivalência de fontes de tensão com resistência em série e fonte de corrente com resistência em paralelo, como foi realizado na aula sobre transformação de fontes.

Assim, a transformação do circuito equivalente de Thévenin para o circuito equivalente de Norton será:

$$R_N = R_{Th}$$

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

Por sua vez, a transformação do circuito equivalente de Norton para o circuito equivalente de Thévenin será:

$$R_{Th} = R_N$$

$$V_{Th} = R_N \cdot I_N$$

Os passos para se aplicar o Teorema de Norton, obtendo-se o circuito equivalente de Norton são:

1. Identificar os terminais de interesse, a partir dos quais se deseja obter o circuito equivalente de Norton;
2. Anular as fontes do circuito (curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente), para obter a resistência de Norton;
3. Calcular a corrente de curto-circuito entre os terminais de interesse do equivalente de Norton;
4. Redesenhar o circuito original pelo equivalente de Norton.

5 Medição dos Elementos do Circuito Equivalente de Thévenin e de Norton

5.1 Introdução

A obtenção dos elementos que compõem o circuito resultante de Thévenin ou de Norton pode ser realizada em laboratório, medindo-se resistências, tensões e correntes.

A seguir, de maneira breve, se apresenta como devem ser medidos os elementos para

obtenção dos circuitos equivalentes de Thévenin e de Norton.

5.2 Medição dos Elementos para o Circuito Equivalente de Thévenin

Os elementos do circuito equivalente de Thévenin são obtidos realizando o seguinte procedimento:

- Tornar nulas todas as fontes do circuito, medindo a resistência resultante nos terminais de interesse, será obtida a resistência de Thévenin;
- Medindo a tensão nos terminais de interesse com as fontes do circuito ligadas, será obtida a tensão de Thévenin.

5.3 Medição dos Elementos para o Circuito Equivalente de Norton

Os elementos do circuito equivalente de Norton são obtidos realizando o seguinte procedimento:

- Tornar nulas todas as fontes do circuito, medindo a resistência resultante nos terminais de interesse, será obtida a resistência de Norton;
- Medindo a corrente de curto-circuito nos terminais de interesse com as fontes do circuito ligadas, será obtida a corrente de Norton.

6 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é o circuito equivalente de Thévenin.

O circuito equivalente de Thévenin é o resultado da aplicação do Teorema de Thévenin, que define que circuitos em corrente contínua podem ser substituídos por equivalentes, representados por uma fonte de tensão em série com uma resistência.

ER 02. Explique o que é o circuito equivalente de Norton.

O circuito equivalente de Norton é o resultado da aplicação do Teorema de Norton, que define que circuitos em corrente contínua podem ser substituídos por equivalentes, representados por uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência.

ER 03. Qual a utilidade dos Teoremas de Thévenin e de Norton.

A simplificação de circuitos, convertendo-se circuitos complexos em circuitos simples com dois

elementos apenas.

ER 04. Explique como obter a resistência de Thévenin em um circuito qualquer.

A resistência de Thévenin é obtida tornando-se nulas as fontes do circuito, isto é, curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente, e medindo-se a resistência resultante entre os pontos de interesse (pontos “a” e “b”).

ER 05. Explique como obter a tensão de Thévenin em um circuito qualquer.

A tensão de Thévenin deve ser calculada com todas as fontes do circuito ligadas (presentes, isto é, não zeradas), obtendo-se a tensão resultante nos terminais de interesse (entre os pontos “a” e “b”).

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é o Teorema de Thévenin?

EP 02. Explique com suas palavras o que é o Teorema de Norton?

EP 03. Quais elementos do circuito devem ser levados em conta e quais devem ser excluídos para obtenção do circuito equivalente de Thévenin?

EP 04. Explique com suas palavras como fazer a conversão de um circuito equivalente de Thévenin em um circuito equivalente de Norton.

EP 05. Explique como se pode medir em laboratório a tensão de Thévenin em um circuito qualquer.

7 Atividade Avaliativa

7.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Considere o circuito da Figura 16, onde $V_1 = 12\text{ V}$, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ e $R_4 = 20\ \Omega$. Determine a resistência de Thévenin do circuito.

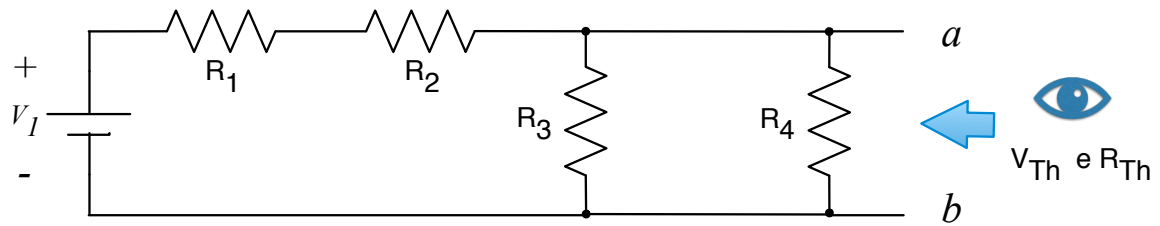


Figura 16 – Circuito para análise.

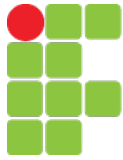
AA 02. Determine a tensão de Thévenin do circuito da Figura 16.

AA 03. Determine a resistência de Norton do circuito da Figura 16.

AA 04. Determine a corrente de Norton do circuito da Figura 16.

AA 05. Qual seria a resistência de carga a ser conectada no circuito da Figura 16 para se obter a máxima transferência de potência?

AA 01. A resistência de Thévenin será: $R_{Th} = (R_1 + R_2) // R_3 // R_4 = (5 + 5) // 20 // 20 = 5 \Omega$.
 AA 02. A tensão de Thévenin será: $V_{Th} = V_1 \times (R_3 // R_4) / (R_1 + R_2 + R_3 // R_4) = 12 \times (20 // 20) / (5 + 5 + 20 // 20) = 6 \text{ V}$.
 AA 03. A resistência de Norton é igual a resistência de Thévenin, sendo 5Ω .
 AA 04. A corrente de Norton pode ser obtida a partir da tensão de Thévenin, dividindo-se a mesma pela resistência de Thévenin. Assim: $I_N = V_{Th} / R_{Th} = 6 / 5 = 1,2 \text{ A}$.
 AA 05. A resistência de carga deve ser igual a resistência de Thévenin, sendo então de 5Ω .



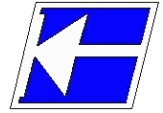
INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, outubro de 2020 (*revisado em março de 2021*).

TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar o Teorema da Superposição no estudo de circuitos elétricos.

Objetivos parciais

- Conhecer o Teorema da Superposição;
- Aplicar o Teorema da Superposição na análise de circuitos;
- Resolver circuitos elétricos.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 09 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 14 relacionado aos Teoremas de Thévenin e Norton.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar capacitores e análise de circuitos capacitivos.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 09);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 09).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

1 Introdução

As aulas anteriores abordaram os Teoremas de Thévenin e Norton e sua aplicação na análise de circuitos elétricos. Esta aula irá abordar o Teorema da Superposição, que é uma técnica muito utilizada na análise de circuitos com a presença de várias fontes de alimentação.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Teorema da Superposição;
- Aplicação do Teorema da Superposição na análise de circuitos.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é o Teorema da Superposição;
- Aplicar o Teorema da Superposição na resolução de circuitos elétricos.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por diversos componentes e solicitar que sejam aplicado o Teorema da Superposição para a resolução do mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é o Teorema da Superposição;
2. Aplique o Teorema da Superposição no circuito dado;
3. Faça a análise do circuito apresentado utilizando o Teorema da Superposição.

2 Teorema da Superposição

2.1 Introdução

A análise de circuitos complexos é possível utilizando as técnicas anteriormente estudadas, por exemplo análise de malhas, análise dos nós e Teoremas de Thévenin e Norton. No entanto, sempre que for possível realizar simplificações nos circuitos elétricos, do ponto de vista da análise de circuitos, é preferível a resolução de circuitos simples ao invés de circuitos complexos com muitos componentes.

Assim, em circuitos com a presença de várias fontes de alimentação, pode-se fazer a análise do circuito considerando uma fonte por vez, empregando o Teorema da Superposição. Em geral, a aplicação do Teorema da Superposição resulta em circuitos mais simples, que serão resolvidos sequencialmente, conforme o número de fontes de alimentação presentes no sistema.

A seguir será apresentado o Teorema da Superposição e sua aplicação em diferentes circuitos.

2.2 Teorema da Superposição

O Teorema da Superposição determina que:

- A corrente, ou tensão, através de qualquer elemento é igual à soma algébrica das correntes ou tensões produzidas independentemente por cada fonte.

O circuito da Figura 1 apresenta um circuito exemplo com a presença de duas fontes de alimentação, uma de corrente (I_1) e uma de tensão (V_1). O objetivo deste exemplo será determinar a tensão V_x , sobre o resistor R_1 .

A aplicação do Teorema da Superposição será determinar os efeitos de cada fonte individualmente sobre a tensão V_x , somando-se a seguir estes efeitos para obter o resultado final.

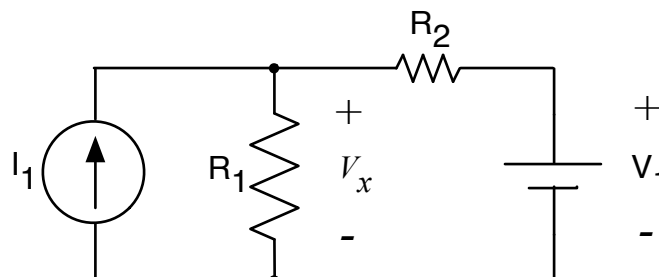


Figura 1 – Circuito exemplo para aplicação o Teorema da Superposição.

Assim, na Figura 2 mostra-se o circuito equivalente quando se considerar a tensão $V_1 = 0$, ou seja, excluindo-se esta fonte do circuito, para se obter a tensão V_x em função da corrente I_1 .

Por sua vez, a Figura 3 mostra-se o circuito equivalente quando se considerar a corrente $I_1 = 0$, ou seja, excluindo-se esta fonte do circuito, para se obter a tensão V_x em função da tensão V_1 .

Atente que para zerar (anular) uma fonte de tensão deve-se curto-circuitar a mesma, enquanto uma fonte de corrente deve ser aberta.

Em termos matemáticos, aplicar o Teorema da Superposição consiste em somar os efeitos de cada fonte de alimentação na variável de interesse do circuito em estudo. Assim, para o exemplo que estamos apresentando:

$$V_x = f(I_1, V_1)$$

$$V_{x1} = V_x(I_1)$$

$$V_{x2} = V_x(V_1)$$

$$V_x = V_{x1} + V_{x2}$$

A sequência apresentada deve ser repetida conforme o número de fontes de alimentação presentes no circuito, lembrando que para analisar os circuitos resultantes, as demais técnicas de análise de circuitos estudadas podem ser aplicadas.

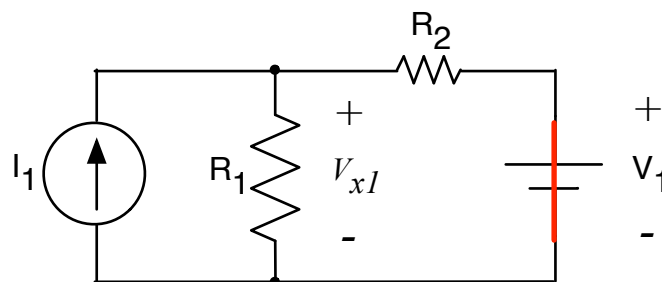


Figura 2 – Circuito para determinar o efeito de I_1 em V_x , considerando $V_1 = 0$.

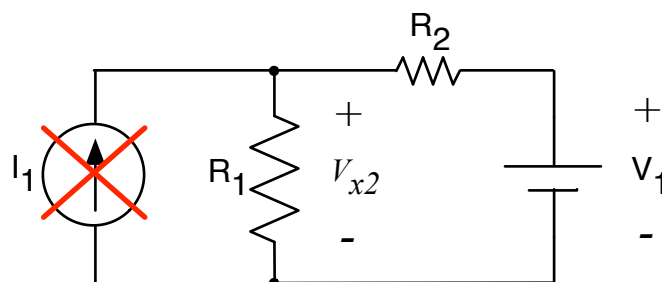


Figura 3 – Circuito para determinar o efeito de V_1 em V_x , considerando $I_1 = 0$

Os passos para se aplicar o Teorema da Superposição são:

1. Identificar as variáveis de interesse, que se deseja determinar;
2. Anular as fontes do circuito (curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente), sequencialmente, para obter o efeito de cada uma sobre a variável de interesse;
3. Somar os efeitos individuais de cada fonte na variável de interesse, obtendo-se o efeito total.

3 Aplicação do Teorema da Superposição

3.1 Introdução

A seguir será aplicado o Teorema da Superposição na análise de alguns circuitos que possuem diversas fontes de alimentação em sua composição.

3.2 Circuito com Fontes de Tensão

O circuito da Figura 4 possui duas fontes de tensão (V_1 e V_2) e três resistores (R_1 , R_2 e R_3). A seguir será aplicado o Teorema da Superposição na análise deste circuito. O objetivo da análise a ser realizada é determinar a tensão entre os nós 1 e 0 do circuito.

Inicialmente será obtido o efeito da tensão V_1 sobre a tensão entre os nós 1 e 0, que é $V_{10} = V_1 - V_0 = V_1$. Para tal, a tensão da fonte V_2 será considerada igual a zero ($V_2 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 5.

Note que no circuito da Figura 4, os resistores R_2 e R_3 resultam em paralelo, ficando estes em série com R_1 . Assim, a tensão entre os nós 1 e 0 pode ser obtida aplicando-se a regra do divisor de tensão. Deste modo:

$$V_{10 \rightarrow V_2=0} = V_1 \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3}$$

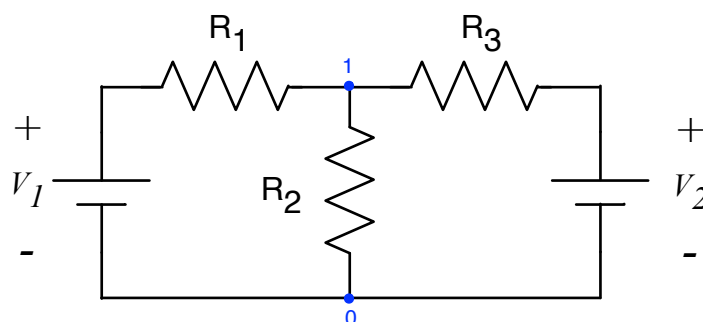


Figura 4 – Circuito com fontes de tensão.

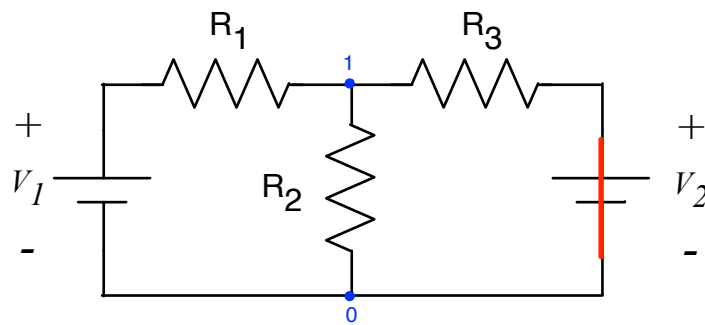


Figura 5 – Circuito resultante considerando $V_2 = 0$.

Na sequência será obtido o efeito da tensão V_2 sobre a tensão entre os nós 1 e 0. Para tal, a tensão da fonte V_1 será considerada igual a zero ($V_1 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 6.

Note que no circuito da Figura 5, os resistores R_1 e R_2 resultam em paralelo, ficando estes em série com R_3 . Assim, a tensão entre os nós 1 e 0 pode ser obtida aplicando-se a regra do divisor de tensão. Deste modo:

$$V_{10 \rightarrow V_1=0} = V_2 \cdot \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3}$$

Finalmente, a tensão resultante entre os pontos 1 e 0, será:

$$V_{10} = V_{10 \rightarrow V_2=0} + V_{10 \rightarrow V_1=0}$$

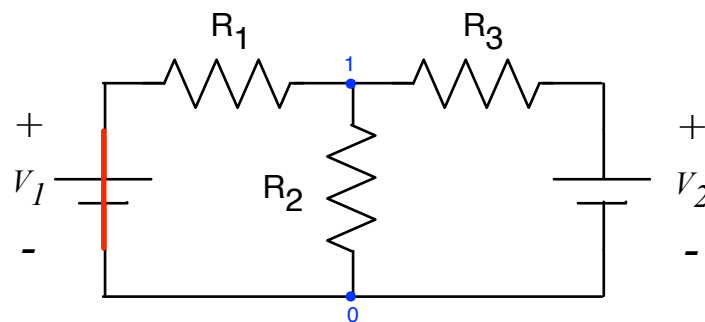


Figura 6 – Circuito resultante considerando $V_1 = 0$.

Exemplo 1:

O circuito da Figura 4 possui duas fontes de tensão, sendo $V_1 = 12 \text{ V}$ e $V_2 = 6 \text{ V}$, e os resistores R_1 , R_2 e R_3 são de 10Ω , 5Ω e 10Ω , respectivamente. Determine a tensão resultante entre os nós 1 e 0 do circuito.

O efeito da fonte de tensão V_1 sobre a tensão entre os nós 1 e 0 será:

$$V_{10 \rightarrow V_2=0} = V_1 \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} = 12 \cdot \frac{5 // 10}{10 + 5 // 10} \cong 3,0V$$

Já o efeito da fonte de tensão V_2 sobre a tensão entre os nós 1 e 0 será:

$$V_{10 \rightarrow V_1=0} = V_2 \cdot \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3} = 6 \cdot \frac{10 // 5}{10 // 5 + 10} \cong 1,5V$$

Assim, a tensão resultante entre os nós 1 e 0 em função dos efeitos de V_1 e V_2 será:

$$V_{10} = V_{10 \rightarrow V_2=0} + V_{10 \rightarrow V_1=0} = 3,0 + 1,5 = 4,5V$$

3.3 Circuito com Fonte de Tensão e Fonte de Corrente

O circuito da Figura 7 possui duas fontes de alimentação, sendo uma de corrente (I_1) e uma de tensão (V_1) e dois resistores (R_1 e R_2). A seguir será aplicado o Teorema da Superposição na análise deste circuito. O objetivo da análise a ser realizada é determinar a corrente no resistor R_1 , ou seja, I_{R1} .

Inicialmente será obtido o efeito da corrente I_1 sobre a corrente no resistor R_1 . Para tal, a tensão da fonte V_1 será considerada igual a zero ($V_1 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 8, onde se nota que os resistores R_1 e R_2 resultam em paralelo. Assim, a corrente no resistor R_1 pode ser obtida aplicando-se a regra do divisor de corrente. Deste modo:

$$I_{R1 \rightarrow V_1=0} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

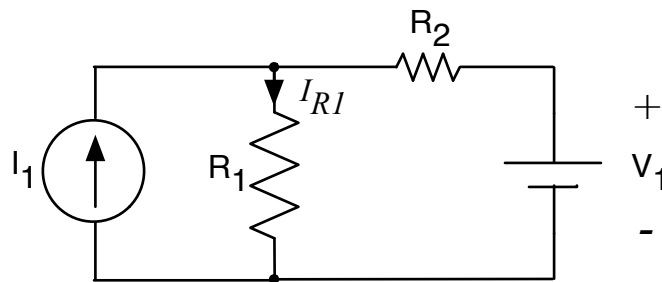


Figura 7 – Circuito com fonte de tensão e fonte de corrente.

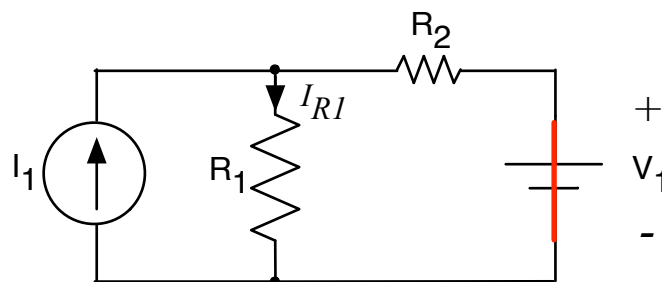


Figura 8 – Circuito resultante considerando $V_1 = 0$.

A seguir será obtido o efeito da tensão V_1 sobre a corrente no resistor R_1 . Para tal, a corrente da fonte I_1 será considerada igual a zero ($I_1 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 9, onde se nota que os resistores R_1 e R_2 resultam em série. Assim, a corrente no resistor R_1 pode ser obtida calculando-se a corrente total do circuito, visto o mesmo resultar em uma malha apenas. Deste modo:

$$I_{R1 \rightarrow I_1=0} = I_{T \rightarrow I_1=0} = \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$

Finalmente, a corrente resultante no resistor R_1 , será:

$$I_{R1} = I_{R1 \rightarrow V_1=0} + I_{R1 \rightarrow I_1=0}$$

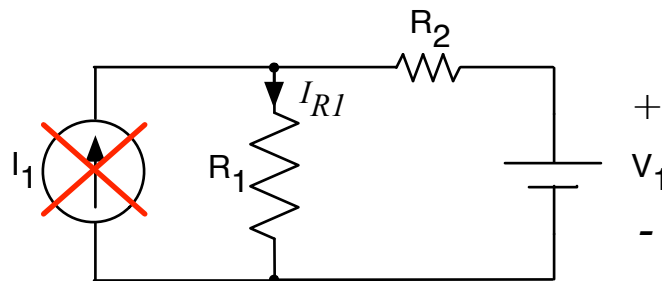


Figura 9 – Circuito resultante considerando $I_1 = 0$.

Exemplo 2:

O circuito da Figura 7 possui duas fontes de alimentação, sendo $I_1 = 3 \text{ A}$ e $V_1 = 10 \text{ V}$, e os resistores R_1 e R_2 são de 10Ω e 5Ω , respectivamente. Determine a corrente resultante no resistor R_1 .

O efeito da fonte de corrente I_1 sobre a corrente no resistor R_1 será:

$$I_{R1 \rightarrow V_1=0} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3 \cdot \frac{5}{10 + 5} = 1 \text{ A}$$

O efeito da fonte de tensão V_1 sobre a corrente no resistor R_1 será:

$$I_{R1 \rightarrow I_1=0} = I_{T \rightarrow I_1=0} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{10}{10 + 5} = 0,67 \text{ A}$$

Assim, a corrente resultante no resistor R_1 em função dos efeitos de I_1 e V_1 será:

$$I_{R1} = I_{R1 \rightarrow V_1=0} + I_{R1 \rightarrow I_1=0} = 1 + 0,67 = 1,67 \text{ A}$$

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é o Teorema da Superposição.

O Teorema da Superposição define que a soma dos efeitos das diferentes fontes de alimentação de um circuito eletrônico resulta no efeito total em uma variável do circuito elétrico.

ER 02. O Teorema da Superposição pode ser aplicado em um circuito com apenas uma fonte de alimentação.

Em circuitos com apenas uma fonte de alimentação, o cálculo da variável de interesse já representa o efeito desta fonte de alimentação, não sendo necessário aplicar o Teorema da Superposição.

ER 03. Determine a corrente no resistor R_2 para o exemplo 1.

A tensão no resistor R_2 foi determinada no exemplo 1, então sua corrente será:

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{10}}{R_2} = \frac{4,5}{5} = 0,9 A$$

ER 04. Determine a tensão no resistor R_1 do exemplo 2.

A corrente no resistor R_1 foi determinada no exemplo 2, assim, sua tensão será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = 10 \cdot 1,67 = 16,7V$$

ER 05. Determine a potência no resistor R_1 do exemplo 2.

A potência no resistor R_1 será:

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_{R1}^2 = 10 \cdot 1,67^2 = 27,89W$$

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é o Teorema da Superposição?

EP 02. Em que tipos de circuitos elétricos pode-se empregar o Teorema da Superposição?

EP 03. Explique os passos para se aplicar o Teorema da Superposição.

EP 04. Determine a potência no resistor R_2 do exemplo 1.

EP 05. Determine a energia consumida pelo resistor R_1 do exemplo 2, após uma hora ligado.

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Considere o circuito da Figura 10, onde $I_1 = 2\text{ A}$, $I_2 = 1\text{ A}$, $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 10\ \Omega$. Determine a tensão V_x aplicando o Teorema da Superposição.

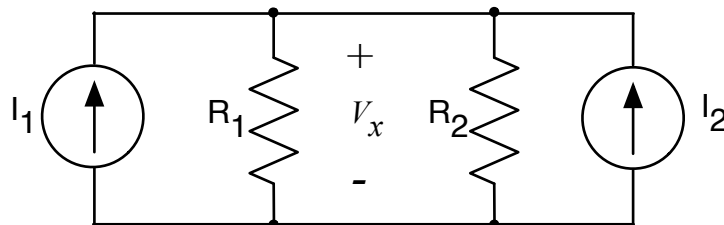


Figura 10 – Circuito para análise.

AA 02. Determine a corrente no resistor R_1 aplicando o Teorema da Superposição.

AA 03. Determine a corrente no resistor R_2 aplicando o Teorema da Superposição.

AA 04. Utilize outras técnicas de análise de circuitos para determinar que o resultado da questão AA 02 está correto.

AA 05. Utilize outras técnicas de análise de circuitos para determinar que o resultado da questão AA 03 está correto?

AA 01. A tensão no ponto x (V_x) será obtida calculando-se o efeito de I_1 e posteriormente de I_2 .
 Abriendo-se a fonte de corrente I_2 , a tensão V_x será: $V_{x1} = (R_1/R_2) \times I_1 = (10/10) \times 2 = 10$ V. Já
 quando se abrir a fonte de corrente I_1 , a tensão V_x será: $V_{x2} = (R_1/R_2) \times I_2 = (10/10) \times 1 = 5$ V. A
 tensão resultante será $V_x = V_{x1} + V_{x2} = 10 + 5 = 15$ V.

AA 02. A corrente no resistor R_1 pode ser obtida usando-se a regra do divisor de corrente.

Abriendo-se a fonte de corrente I_2 , se tem que $I_{R1(1)} = I_1 \times R_2 / (R_1 + R_2) = 2 \times 10 / (10 + 10) = 1$ A.

Abriendo-se a fonte de corrente I_1 , se tem que $I_{R1(2)} = I_2 \times R_2 / (R_1 + R_2) = 1 \times 10 / (10 + 10) = 0,5$ A.

Assim, a corrente no resistor R_1 será $I_{R1} = I_{R1(1)} + I_{R1(2)} = 1 + 0,5 = 1,5$ A.

AA 03. A corrente no resistor R_2 pode ser obtida usando-se a regra do divisor de corrente.

Abriendo-se a fonte de corrente I_2 , se tem que $I_{R2(1)} = I_1 \times R_1 / (R_1 + R_2) = 2 \times 10 / (10 + 10) = 1$ A.

Abriendo-se a fonte de corrente I_1 , se tem que $I_{R2(2)} = I_2 \times R_1 / (R_1 + R_2) = 1 \times 10 / (10 + 10) = 0,5$ A.

Assim, a corrente no resistor R_2 será $I_{R2} = I_{R2(1)} + I_{R2(2)} = 1 + 0,5 = 1,5$ A.

AA 04. Pode-se determinar a tensão V_x aplicando a análise de nós, por exemplo. Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no superior, considerando o nó inferior como a referência: $-I_1 +$

$V_x/R_1 + V_x/R_2 - I_2 = 0$. Então: $V_x = (I_1 + I_2) / (1/R_1 + 1/R_2) = (2 + 1) / (1/10 + 1/10) = 15$ V. Portanto, a corrente no resistor R_1 será: $I_{R1} = V_x / R_1 = 15 / 10 = 1,5$ A.

AA 05. Pode-se determinar a tensão V_x aplicando a análise de nós, por exemplo. Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no superior, considerando o nó inferior como a referência: $-I_1 +$

$V_x/R_1 + V_x/R_2 - I_2 = 0$. Então: $V_x = (I_1 + I_2) / (1/R_1 + 1/R_2) = (2 + 1) / (1/10 + 1/10) = 15$ V. Portanto, a corrente no resistor R_2 será: $I_{R2} = V_x / R_2 = 15 / 10 = 1,5$ A.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CAPACITORES

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, outubro de 2020 *(revisado em março de 2021)*.

CAPACITROES

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer capacitores.

Objetivos parciais

- Conhecer capacitores;
- Conhecer os tipos de capacitores;
- Calcular capacitância total;
- Resolver exercícios envolvendo capacitores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 10 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 15 relacionado ao Teorema da Superposição.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será analisar circuitos com capacitores.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 10);
- Ler os capítulos deste conteúdo no livro (capítulo 10).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - CAPACITORES

1 Introdução

As aulas anteriores focaram no estudo das principais técnicas de análise de circuitos com resistores. Nesta aula estudaremos capacitores, para então na aula seguinte fazermos a análise de circuitos envolvendo capacitores.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Campo elétrico;
- Capacitância;
- Tipos de capacitores;
- Associação de capacitores.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar com suas palavras o que é campo elétrico;
- Explicar o que são capacitores;
- Calcular a capacitância total para associação de capacitores;
- Conhecer os principais tipos de capacitores.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em perguntar ao estudante o que são capacitores e seus principais tipos.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é campo elétrico.
2. Qual a diferença entre capacitores fixos e variáveis?
3. O que são capacitores?
4. Quais fatores influenciam na capacitância dos elementos?
5. Cite alguns tipos de capacitores.

2 Campo Elétrico

2.1 Introdução

O estudo dos elementos de circuitos elétricos está diretamente relacionado com os fenômenos elétricos e eletromagnéticos que aparecem ao se aplicar uma tensão elétrica ou corrente elétrica pelos componentes. Assim, até aqui estudamos o comportamento das grandezas elétricas quando aplicadas em resistores. Agora vamos estudar também o comportamento dos elementos conhecidos por capacitores. Deste modo, a seguir, os aspectos mais importantes que embasam o entendimento do efeito da capacitância serão abordados, especificamente relacionados com o campo elétrico.

2.2 Campo Elétrico

O campo elétrico é uma região do espaço, geralmente na proximidade de cargas elétricas, onde se tem a presença de linhas de campo e onde ocorrem fenômenos elétricos. Assim, campo elétrico é a região de entorno de corpos carregados eletricamente, que é representado por linhas de campo, que indicam sua intensidade e direção.

As linhas de campo tem algumas propriedades, que são:

- Intensidade dependente da carga presente;
- Não se cruzam;
- Saem das cargas positivas e se dirigem para as cargas negativas;
- Apontam do corpo com maior potencial para o corpo com menor potencial elétrico;
- Começam ou terminam perpendicularmente às superfícies carregadas.

A Figura 1 mostra uma carga elétrica positivamente carregada com carga Q , onde as linhas de campo saem da carga e apontam para o espaço ao seu redor. Note que são representadas na figura duas regiões distintas (A_1 e A_2), ambas com o mesmo número de linhas de campo, mas com áreas diferentes. Assim, a região A_1 tem maior densidade de carga elétrica do que a região A_2 , visto se ter o mesmo número de linhas de campo elétrico concentradas em uma área menor, ou seja, as linhas de campo estão mais concentradas na região A_1 .

O campo elétrico é representado pela letra grega ψ (psi). Por sua vez, o fluxo por unidade de área (densidade de fluxo elétrico) é representado pela letra D , sendo:

$$D = \frac{\Psi}{A} [\text{fluxo} / \text{unidade \u00e1rea}]$$

O n\u00famero de linhas de campo el\u00e9trico \u00e9 dependente da quantidade de carga Q. Assim, quanto maior a quantidade de carga, maior o n\u00famero de linhas de campo el\u00e9trico. Pode-se ent\u00e3o igualar campo el\u00e9trico (ψ) e a carga el\u00e9trica (Q):

$$\psi = Q [\text{coulombs}, C]$$

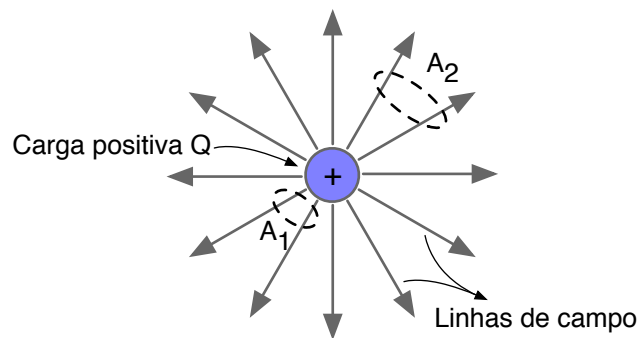


Figura 1 – Linhas de campo em uma carga el\u00e9trica positiva.

A intensidade de campo el\u00e9trico, representada pela letra E, em um ponto do espa\u00e7o, \u00e9 a for\u00e7a que atua em uma carga unit\u00e1ria positiva naquele ponto, portanto:

$$E = \frac{F}{Q} [\text{newtons} / \text{coulomb}, N / C]$$

A Figura 2 mostra duas cargas (Q_1 e Q_2), onde a carga Q_2 \u00e9 unit\u00e1ria, ou seja, tem carga de 1 C, afastadas por uma dist\u00e2ncia de r metros. A for\u00e7a entre as duas cargas \u00e9 encontrada aplicando-se a Lei de Coulomb:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot 1}{r^2} = k \cdot \frac{Q_1}{r^2} = k \cdot \frac{Q}{r^2} [\text{newtons}, N]$$

Assim, para uma carga positiva e unit\u00e1ria se tem:

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r^2}}{1} = k \cdot \frac{Q}{r^2} [\text{newtons} / \text{coulomb}, N / C]$$

Nota-se pela express\u00e3o obtida, que o campo el\u00e9trico \u00e9 mais intenso quanto maior for a carga. Por outro lado, \u00e9 inversamente proporcional a dist\u00e2ncia, ou seja, nas proximidades da carga

o campo é muito intenso, caindo quadraticamente na medida que se afasta da carga elétrica. A constante eletrostática k , para o vácuo, é $9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

A Figura 3 mostra as linhas de campo elétrico para cargas opostas e cargas iguais em regiões próximas do espaço. Note que entre cargas opostas, as linhas de campo apontam da carga positiva para a carga negativa, gerando uma força (F) de atração entre as cargas. Por sua vez, entre cargas iguais se terá uma força de repulsão, visto que as linhas de campo elétrico divergem na região do espaço entre as cargas.

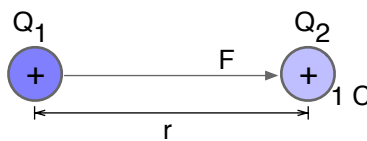


Figura 2 – Força entre duas cargas.

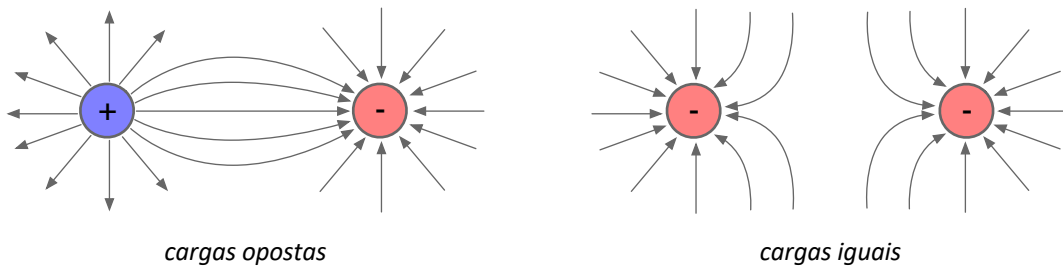


Figura 3 – Linhas de campo para cargas opostas e para cargas iguais.

2.1 Capacitância

A definição de capacitância é:

- A medida da quantidade de carga que o capacitor pode armazenar em suas placas, ou seja, sua capacidade de armazenamento.

Em outras palavras, pode-se definir capacitância como sendo a propriedade dos materiais de armazenarem cargas elétricas. Uma alta capacitância representa uma alta capacidade de armazenamento de cargas elétricas para a mesma tensão aplicada.

A Figura 4 mostra um capacitor de placas paralelas (C_1), isoladas (separadas) entre si, conectado em uma fonte de alimentação (V_i) por intermédio de um resistor série (R_s) e uma chave liga-desliga (S_1).

Enquanto a chave S_1 estiver aberta, a tensão elétrica sobre o capacitor (V_c) será nula, isto é, o balanço de cargas elétricas nas placas condutoras será zero. Não se tem corrente circulando no circuito e o capacitor permanece descarregado.

Quando a chave S_1 for fechada, conforme mostrado na Figura 5, as cargas negativas (elétrons) da placa superior serão atraídas pelo pólo positivo (+) da fonte de alimentação (V_i), resultando em uma carga positiva acumulada nesta placa. Já na placa inferior irá ocorrer o contrário, isto é, elétrons da fonte de alimentação irão circular até esta placa, pois serão atraídos pela carga positiva resultante na placa superior. Assim, ambas as placas ficam carregadas, com tensão elétrica (potencial) igual ao da fonte de alimentação. A corrente elétrica, ou seja, a intensidade de cargas elétricas que irá circular entre a fonte de alimentação e as placas do capacitor será limitada pelo resistor série R_s .

Note que não ocorreu circulação de cargas elétricas pela parte interna do capacitor, pois as placas condutoras estão separadas entre si por algum elemento isolante. Assim, o fluxo de cargas elétricas foi entre a fonte de alimentação e a conexão externa das placas do capacitor C_1 . Observe também que o sentido das cargas elétricas é o verdadeiro, ou seja, do pólo negativo da fonte de alimentação em direção ao pólo positivo, passando pelo circuito externo. Em termos de corrente elétrica, adotamos o sentido convencional, onde a corrente sai do pólo positivo, circula pelo circuito, e entra no pólo negativo da fonte de alimentação.

A análise do circuito para determinar a corrente elétrica, tempo de carga e descarga e demais grandezas elétricas será realizado na próxima aula deste curso.

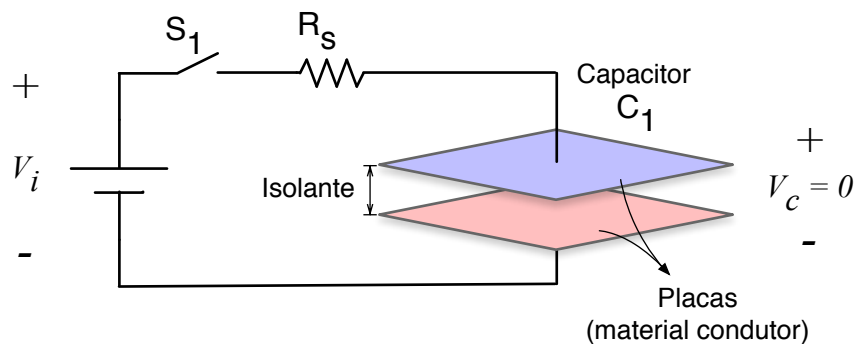


Figura 4 – Circuito com capacitor de placas paralelas.

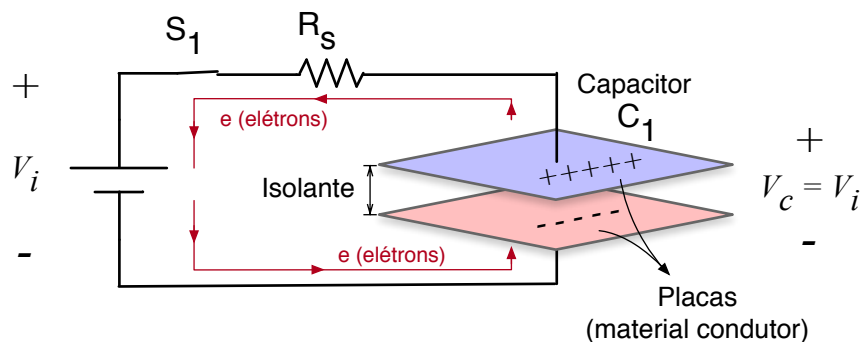


Figura 5 – Capacitor de placas paralelas conectado em uma fonte de alimentação.

A unidade de medida de capacitância é o Farad, em homenagem ao cientista Michael Faraday (1791 - 1867) que estudou os fenômenos relacionados com o acúmulo de cargas nos elementos e suas implicações. Defini-se o Farad como sendo a carga de 1 coulomb ($6,242 \times 10^{18}$ elétrons) armazenada nas placas de um capacitor quando aplicada uma tensão elétrica (diferença de potencial elétrico) de 1 volt.

Em termos práticos, se tem capacitores com capacitâncias que variam desde alguns picofarads ($\text{pF} = 10^{-12} \text{ F}$), microfarads ($\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$), até supercapacitores que possuem dezenas de farads.

A relação entre a carga elétrica armazenada (em coulomb (C)) e a tensão elétrica aplicada (volt (V)) é a capacitância, dada por:

$$C = \frac{Q}{V} [\text{farad}, F]$$

Assim, note que a quantidade de cargas armazenadas é diretamente proporcional a capacitância e a tensão aplicada:

$$Q = C \cdot V [\text{coulomb}, C]$$

O capacitor de placas paralelas mostrado na Figura 4, a título de exemplo, possuía ar entre as placas, constituindo o elemento isolante entre as mesmas. Na região entre as placas, se tem um campo elétrico resultante (E), conforme mostrado na Figura 6, onde as linhas de campo saem da placa carregada positivamente e entram na placa carregada negativamente.

O campo elétrico E na Figura 6 é mostrado uniforme e sem o efeito das bordas, para fins de simplificação. Na prática, nos limites externos das placas, se tem linhas de campo também, que terão concentração distinta da região interna das placas, conforme mostrado na Figura 6.

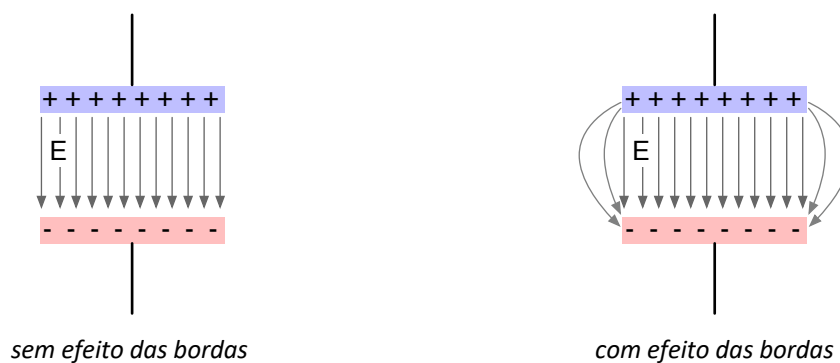


Figura 6 – Campo elétrico em um capacitor de placas paralelas.

A intensidade de campo elétrico entre as placas de um capacitor é dada por:

$$E = \frac{V}{d} [\text{volt / metro}, V / m]$$

Onde:

- E – campo elétrico em V/m;
- V – tensão elétrica em volts;
- d – distância entre as placas em metros.

Conclui-se da expressão anterior que a intensidade de campo elétrico em um capacitor é dependente da tensão aplicada e da distância entre suas placas.

Já em termos de capacitância de um capacitor, o material que é utilizado para prover o isolamento entre as placas condutoras tem um papel preponderante nos resultados obtidos.

Assim, ao se inserir um material isolante (dielétrico) entre as placas de um capacitor, conforme mostrado na Figura 7, se tem a formação de dipolos de cargas elétricas na região entre as placas. Em virtude de o material entre as placas ser isolante, os elétrons não irão circular até as placas condutoras, mas se deslocam no próprio átomo formando os dipolos elétricos com os átomos vizinhos. Note que as cargas dos dipolos irão se cancelar ao longo da parte interna do dielétrico, pois estes estarão alinhados em virtude da presença do campo elétrico no interior do material isolante; com exceção das bordas, onde se terá uma carga resultante com polaridade oposta aquelas das placas condutoras. Assim, o campo elétrico no interior do dielétrico ($E_{\text{dielétrico}}$) é formado no sentido de se opor ao campo elétrico entre as placas condutoras do capacitor, tendo sentido contrário, conforme mostrado na Figura 7.

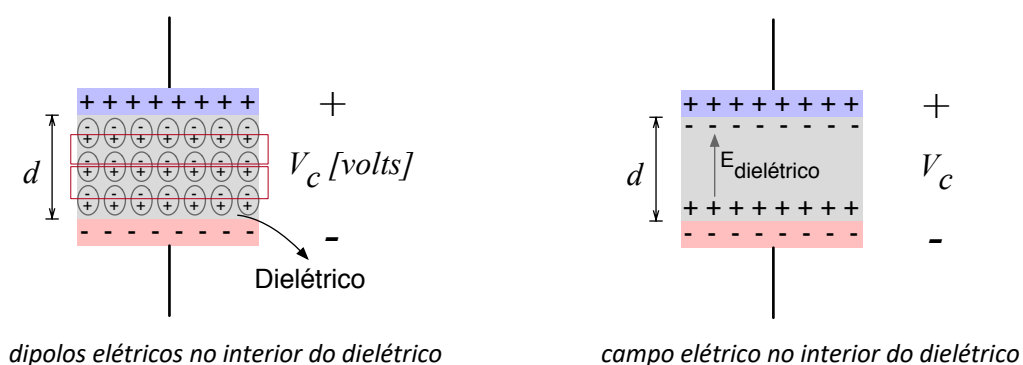


Figura 7 – Efeito do dielétrico no campo elétrico de um capacitor de placas paralelas.

O efeito da inserção de um material dielétrico entre as placas condutoras de um capacitor é mostrado na Figura 8. No capacitor com dielétrico de ar se tem um campo elétrico no interior do

mesmo identificado por E_1 . Por sua vez, se inserirmos um dielétrico de material diferente do ar ou vácuo, como a mica por exemplo, se terá um campo elétrico identificado por E_2 . O campo elétrico gerado no interior do material isolante (a mica) se opõe ao campo elétrico no interior da parte de ar, provocando um efeito de redução no campo elétrico resultante entre as placas do capacitor. No entanto, o campo elétrico no capacitor, conforme visto anteriormente, é determinado pela tensão aplicada e pela distância entre as placas. Deste modo, para se ter um campo elétrico no dielétrico (E_2) será necessário acumular uma quantidade maior de cargas elétricas nas placas condutoras, como mostrado na Figura 8. Assim, o efeito obtido ao se inserir um material isolante entre as placas foi um armazenamento maior de cargas elétricas, e por conseguinte, uma capacitância maior do capacitor construído.

O comportamento dos materiais em termos de campo elétrico e isolamento elétrico é determinado pela permissividade elétrica ou constante dielétrica do material, que representa sua oposição (di) ao campo elétrico (elétrico), tendo como referência o vácuo e sendo representada pela letra ϵ .

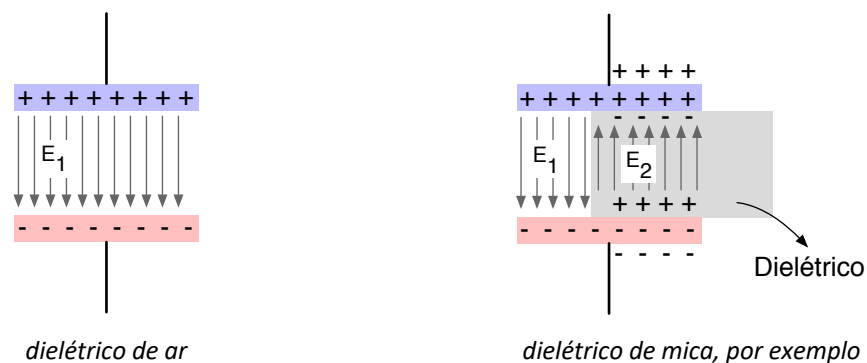


Figura 8 – Efeito do dielétrico no campo elétrico e nas cargas armazenadas por um capacitor.

Os materiais são classificados em termos de permissividade elétrica em relação ao vácuo, como se observa na Tabela 1, onde se nota que um capacitor construído com dielétrico de óxido de tântalo, por exemplo, terá capacitância trinta (30) vezes maior do que se for construído com dielétrico de ar.

A permissividade será obtida em relação a permissividade relativa como sendo:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \epsilon_r \left[\text{farads} / \text{metro}, F / m \right]$$

As pesquisas em termos de materiais elétricos consistem em desenvolver dielétricos com pouca espessura e alta tensão de isolamento, ou seja, alta rigidez dielétrica, podendo então serem utilizados em circuitos com altas tensões de operação.

Tabela 1 - Permissividade relativa de alguns materiais.

| Material | Permissividade relativa (ϵ_r) |
|-------------------------------|--|
| Vácuo | 1,0 |
| Ar | 1,0006 |
| Mica | 5,0 |
| Porcelana | 6,0 |
| Vidro | 7,5 |
| Óxido de tântalo | 30,0 |
| Cerâmica | 20,0 – 7.500,0 |
| Titanato de bário e estrôncio | 7.500,0 |

3 Capacitores

3.1 Introdução

Os capacitores são elementos de circuitos muito utilizados em eletrônica, sendo que praticamente todos os equipamentos eletroeletrônicos os usam com diversas finalidades. Nos capítulos anteriores estudamos resistores, fontes de tensão e fontes de corrente. Agora estamos estudando os componentes capacitores. Neste tópico, estudaremos aspectos construtivos e práticos relacionados aos capacitores.

3.2 Capacitância

Anteriormente vimos que a capacitância é a propriedade dos elementos de armazenarem cargas elétricas; no caso dos capacitores, em suas placas.

A unidade de medida de capacitância é o Farad (F), sendo comum o uso de submúltiplos como o milifarad (mF), microfarad (μF), nanofarad (nF), picofarad (pF), por exemplo.

O elemento de circuito que utilizamos especificamente para inserir capacitância nos circuitos é o capacitor, tendo seus símbolos mostrados na Figura 9.

Na Figura 9 mostram-se os símbolos para o capacitor fixo, variável, polarizado e despolarizado.

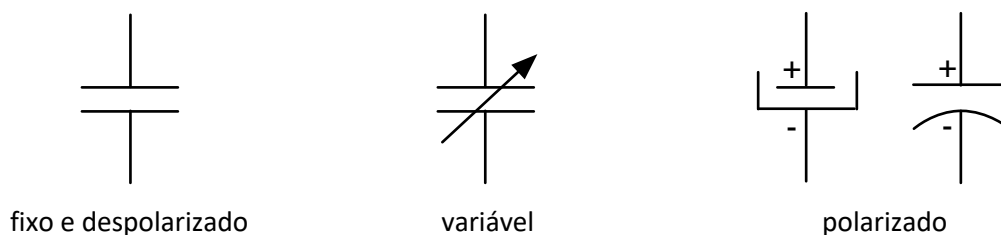


Figura 9 – Símbolos de capacitores.

A capacitância de um capacitor depende de:

- Permissividade do dielétrico;
- Área das placas;
- Distância entre as placas.

Assim, a expressão que permite determinar a capacitância de um elemento é:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} [\text{farad}, F]$$

onde:

- ε é a permissividade do material em F/m;
- A é a área das placas em m²;
- d é a distância entre as placas em m.

Ao substituir a permissividade na expressão anterior se tem:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} = \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} [\text{farad}, F]$$

Por fim, ao se comparar um capacitor com dielétrico de vácuo (ou ar) em relação a um capacitor com dielétrico específico, se tem:

$$\frac{C}{C_o} = \frac{\varepsilon \cdot \frac{A}{d}}{\varepsilon_o \cdot \frac{A}{d}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} = \varepsilon_r \rightarrow C = \varepsilon_r \cdot C_o$$

Deste modo, a capacitância é diretamente dependente da permissividade do material, da área das placas e inversamente proporcional à distância entre as placas.

3.1 Tipos de capacitores

Os capacitores podem ser fixos ou variáveis. A Figura 10 mostra exemplos de capacitores fixos e variáveis. Os capacitores ajustáveis (variáveis) podem ser utilizados com diferentes finalidades em circuitos eletrônicos, por exemplo: ajuste de frequência de oscilação em osciladores, sintonia de receptores de rádio e televisão, etc.

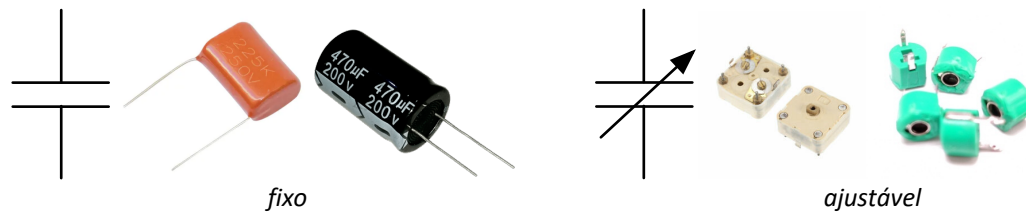
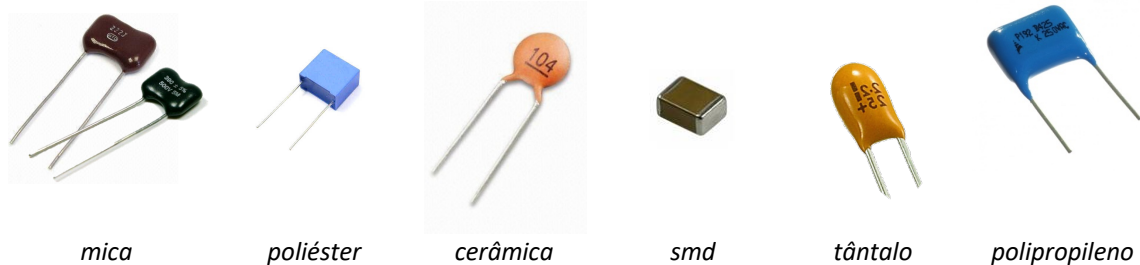


Figura 10 – Capacitores fixos e ajustáveis.

As Figura 11 e Figura 12 mostra diferentes tipos de capacitores, conforme sua tecnologia de construção e forma construtiva. Assim, se tem:

- mica – o dielétrico é do material mica. São capacitores de baixas capacitâncias, utilizados em circuitos de precisão e circuitos de alta frequência;
- poliéster – é formado por várias camadas de poliéster e alumínio, resultando em um componente compacto. Possui capacitâncias até a ordem de alguns microfarads e tensões de centenas de volts;
- cerâmica – é construído na forma de um disco cerâmico, para baixas capacitâncias e usado amplamente em circuitos eletrônicos para diversas finalidades;
- smd – são capacitores para montagem em superfície, com pequenas dimensões e que podem ter diferentes elementos como dielétrico;
- tântalo – são capacitores para capacitâncias maiores que os de cerâmica, poliéster ou mica, utilizados em substituição aos eletrolíticos em algumas aplicações;
- polipropileno – tem capacitâncias até alguns microfarads, para tensões de algumas centenas de volts e possuem baixa resistência interna;
- alumínio e eletrolíticos – são capacitores para altas capacitâncias, desde alguns microfarads até milhares de microfarads, desde baixas tensões até centenas de volts; amplamente utilizados em fontes de alimentação, por exemplo. Em geral, os capacitores eletrolíticos são polarizados;
- óleo e papel – são capacitores para altas tensões, ainda utilizados em aplicações especiais, como por exemplo em sistemas de geração e distribuição de energia. Estão em desuso nos equipamentos eletrônicos convencionais;
- despolarizado (ac) – são capacitores eletrolíticos de alumínio, mas despolarizados, para aplicações em corrente alternada, como partida de motores, correção de fator de potência, dentre outras aplicações;
- supercapacitores – são tecnologias recentes de capacitores, para capacitâncias

da ordem de farads, sendo utilizados como baterias ou fontes de alimentação. Empregados, por exemplo, em veículos elétricos, sistemas de geração de energias alternativas, sistemas de áudio, dentre outras aplicações.



mica

poliéster

cerâmica

smd

tântalo

polipropileno

Figura 11 – Exemplos de diferentes tipos de capacitores.



alumínio

eletrolítico

óleo

Despolarizado (ac)

supercapacitor

Figura 12 – Exemplos de diferentes tipos de capacitores.

3.1 Identificação de Capacitores

Os capacitores, conforme a tecnologia de construção e tamanho, podem ter diferentes formas de identificação, especificamente de sua capacitância e tensão de trabalho.

Assim, capacitores cerâmicos, smd, tântalo, dentre outros, podem utilizar um código parecido ao dos resistores, com a diferença de não se utilizar faixas coloridas, neste caso.

A Figura 13 mostra exemplos de capacitores de cerâmica e smd, onde se utiliza números para identificar a capacitância e para a multiplicação da mesma. Nestes casos, a capacitância é expressa em picofarad (pF). Assim, o primeiro capacitor de cerâmica tem capacitância de 22 pF. Por sua vez, o segundo capacitor de cerâmica tem a inscrição como 103. Neste caso se tem:

- 1º dígito – capacitância = 1;
- 2º dígito – capacitância = 0;
- 3º dígito (multiplicador) – multiplicador da capacitância = $\times 1.000$.

Então o capacitor cerâmico do exemplo 2 terá 10×1.000 pF ou 10 nF.

Por sua vez, o capacitor smd que tem inscrito o valor 106 e tensão de 25 V, terá capacitância dada por: $10 \times 1.000.000 \text{ pF} = 10 \mu\text{F} \times 25 \text{ V}$.

Note que a conversão de picofarad para microfarad foi feita assim:

$$10 \times 1.000.000 = 10.000.000 \text{ pF} = 10 \times 10^6 \text{ pF} = 10 \times 10^6 \times 10^{-12} \text{ F} = 10 \times 10^{-6} \text{ F} = 10 \mu\text{F}.$$

A Tabela 2 mostra os multiplicadores para os principais valores utilizados em capacitores.

Em alguns casos também se identifica a tolerância do capacitor, isto é, o percentual em que sua capacitância pode variar em função do processo de fabricação, por exemplo. Nestes casos se utilizam letras para a expressão da tolerância, conforme mostrado pela Tabela 3.

Pode-se identificar os capacitores de diferentes maneiras e também expressando sua variação com a temperatura, mas em geral o método apresentado aqui atende ao uso mais comum em eletrônica.



cerâmica – Ex. 1

cerâmica – Ex. 2

smd

Figura 13 – Capacitores de cerâmica e smd.

Tabela 2 – Multiplicadores para identificação de capacitores.

| Valor | Multiplicador |
|-------|---------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 10 |
| 2 | 100 |
| 3 | 1.000 |
| 4 | 10.000 |
| 5 | 100.000 |
| 6 | 1.000.000 |

Tabela 3 – Tolerância de capacitores.

| Letra | Tolerância |
|-------|--------------|
| B | $\pm 0,1\%$ |
| C | $\pm 0,25\%$ |
| D | $\pm 0,5\%$ |
| E | $\pm 0,5\%$ |
| F | $\pm 1\%$ |
| G | $\pm 2\%$ |
| H | $\pm 3\%$ |
| J | $\pm 5\%$ |
| K | $\pm 10\%$ |
| M | $\pm 20\%$ |
| N | $\pm 0,05\%$ |
| P | + 100%, - 0% |
| Z | + 80%, - 20% |

4 Associação de Capacitores

4.1 Introdução

Os capacitores podem ser associados em configurações série, paralela ou mista, assim como foi feito com os resistores. A seguir iremos apresentar de maneira breve o cálculo da capacitância total para associações série, paralela e mista de capacitores.

4.2 Associação Série

A Figura 14 apresenta dois exemplos para associação série de capacitores, sendo o primeiro deles para um número genérico (n) de capacitores e o segundo para uma associação específica de dois capacitores.

As principais características da associação série de capacitores são:

- A capacitância total será menor do que a menor capacitância;
- A tensão total será a soma das tensões individuais de cada capacitor do conjunto.

Assim, a associação série pode ser utilizada para se obter capacitores para altas tensões, a partir de tensões menores. Por exemplo, dois capacitores de 250 V ligados em série, podem suportar uma tensão total de 500 V.

A capacitância total da associação série de capacitores é calculada por:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Quando se tem apenas dois capacitores, resulta em:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Note que as expressões para cálculo da capacitância total de circuitos em série de capacitores são semelhantes aquelas de circuitos com resistores, com a diferença de que aqui (para capacitores), a expressão do circuito série, lá (para resistores) é aplicada no circuito paralelo.

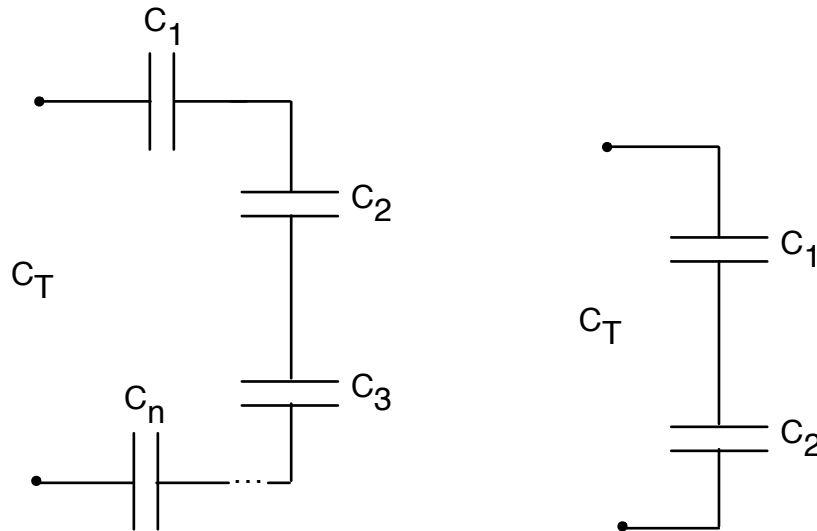


Figura 14 – Circuito série de capacitores.

Exemplo 1:

Um capacitor de $100 \mu\text{F}$ é associado em série com outro capacitor de $100 \mu\text{F}$. Qual a capacitância resultante?

Neste caso, como a capacitância de ambos os capacitores é igual, o resultado será a metade, ou seja, $50 \mu\text{F}$.

Exemplo 2:

Três capacitores de $330 \mu\text{F}$ são conectados em série. Qual a capacitância resultante?

A capacitância do conjunto será dada por:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{330\mu} + \frac{1}{330\mu} + \frac{1}{330\mu}} = \frac{1}{\frac{3}{330\mu}} = \frac{330\mu}{3} = 110\mu\text{F}$$

Note que se os capacitores forem iguais, a capacitância total será:

$$C_T = \frac{C}{n}$$

Exemplo 3:

Dois capacitores que suportam 50 V são ligados em série. Qual a tensão suportada pela associação destes capacitores?

A tensão resultante é a soma das tensões individuais, ou seja $50 + 50 = 100 \text{ V}$.

4.3 Associação Paralela

A Figura 15 apresenta dois exemplos para associação paralela de capacitores, sendo o primeiro deles para um número genérico (n) de capacitores e o segundo para uma associação específica de dois capacitores.

As principais características da associação paralela de capacitores são:

- A capacitância total será a soma das capacitâncias individuais dos capacitores;
- A tensão total será igual a tensão individual do capacitor que terá a menor tensão de operação.

Na associação em paralelo de capacitores se tem o efeito do aumento da área das placas, por isso a capacitância resultante é a soma das capacitâncias individuais.

A capacitância total da associação paralela de capacitores é calculada por:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

Quando se tem apenas dois capacitores, resulta em:

$$C_T = C_1 + C_2$$

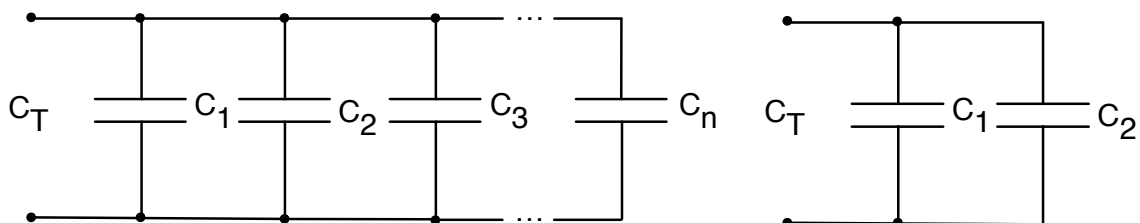


Figura 15 – Circuito paralelo de capacitores.

Exemplo 4:

Um capacitor de $100 \mu\text{F}$ é associado em paralelo com outro capacitor de $100 \mu\text{F}$. Qual a capacitância resultante?

Neste caso, como a capacitância será a soma das capacitâncias individuais, ou seja, $100\mu + 100\mu = 200 \mu\text{F}$.

Exemplo 5:

Três capacitores de $330 \mu\text{F}$ são conectados em paralelo. Qual a capacitância resultante?

A capacitância do conjunto será dada por:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 = 330\mu + 330\mu + 330\mu = 3 \cdot 330\mu = 990\mu F$$

Note que se os capacitores forem iguais, a capacitância total será:

$$C_T = n \cdot C$$

Exemplo 6:

Dois capacitores que suportam 50 V são ligados em paralelo. Qual a tensão suportada pela associação destes capacitores?

A tensão resultante é igual a tensão individual dos capacitores, ou seja 50 V.

4.1 Associação Série-Paralela

A associação série-paralela, isto é, mista, de capacitores, incorpora as características tanto da associação em série como da associação em paralelo. Assim, considerando que as associações de resistores foram estudadas individualmente para fins de compreensão e domínio do conteúdo, aqui não se abordará detalhadamente a associação mista de capacitores, por não ser comumente utilizada em circuitos simples e práticos de eletrônica.

De todo modo, o procedimento para se obter a capacitância total consiste em determinar as capacitâncias individuais dos diferentes conjuntos de capacitores conectados em série ou em paralelo.

5 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é um capacitor?

Um capacitor é um elemento de circuito que tem a propriedade de armazenar cargas elétricas.

ER 02. O que é campo elétrico?

Campo elétrico é a região do espaço no entorno das cargas elétricas onde se tem a presença de linhas de campo elétrico, ou seja, fenômenos elétricos.

ER 03. A capacitância de um capacitor depende de que elementos construtivos?

A capacitância depende da permissividade do material dielétrico, da área das placas e da distância entre as placas.

ER 04. Cite dois exemplos de capacitores construídos com materiais diferentes?

Capacitores eletrolíticos e capacitores cerâmicos.

ER 05. Em qual associação de capacitores a capacitância individual é somada?

Na associação em paralelo de capacitores.

Exercícios Propostos

EP 01. O que é capacitância?

EP 02. Explique o que é um dielétrico?

EP 03. Cite dois tipos de capacitores?

EP 04. Na associação série de capacitores, a tensão resultante é maior ou menor que a tensão individual dos capacitores?

EP 05. A associação em paralelo de 3 capacitores de 100 μF resulta em uma capacitância total de?

6 Atividade Avaliativa

6.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. O que é capacitância?

AA 02. Como um dielétrico influencia na capacitância de um capacitor?

AA 03. Cite três exemplos de capacitores, de acordo com suas características construtivas?

AA 04. O que são supercapacitores?

AA 05 Uma associação em paralelo de dois capacitores de 1000 μF resulta em uma capacitância total de?

AA 01. Capacitância é a propriedade dos elementos de armazenar cargas elétricas.
AA 02. A presença do dielétrico aumenta a intensidade do campo elétrico entre as placas, implicando em um aumento na quantidade de cargas armazenadas, ou seja, da capacitância do capacitor.
AA 03. São exemplos materiais utilizados como dielétricos para a construção de capacitores: cerâmica, mica, polipropileno.
AA 04. Supercapacitores são capacitores que utilizam materiais modernos como dielétrico e que possuem elevadas capacitâncias, da ordem de dezenas ou centenas de farads.
AA 05. Dois capacitores de 1000 μF conectados em paralelo resultam em uma capacitância total de 2000 μF .



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE DE CIRCUITOS COM CAPACITORES

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, outubro de 2020 *(revisado em março de 2021)*.

ANÁLISE DE CIRCUITOS COM CAPACITORES

Objetivo de Aprendizagem

Analisar circuitos com capacitores.

Objetivos parciais

- Conhecer o comportamento transitório de capacitores;
- Analisar circuitos simples de carga e descarga de capacitores;
- Resolver exercícios envolvendo capacitores.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 10 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 16 sobre capacitores.

Continuidade dos Estudos

Os objetivos de aprendizagem da disciplina de Circuitos Elétricos I findam neste capítulo.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/2. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12ª ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 10);
- Ler os capítulos deste conteúdo no livro (capítulo 10).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
ANÁLISE DE CIRCUITOS COM CAPACITORES

1 Introdução

A aula anterior teve como objetivo apresentar os componentes capacitores, seu princípio de funcionamento, tipos e outros aspectos relevantes destes elementos. Nesta aula será realizada a análise de circuitos envolvendo capacitores.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Comportamento transitório de capacitores;
- Análise do processo de carga de capacitores;
- Análise do processo de descarga de capacitores.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar com suas palavras o que é o transitório de carga de um capacitor;
- Explicar com suas palavras o que é o transitório de descarga de um capacitor;
- Calcular as principais grandezas durante os transitórios de carga e descarga de capacitores.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao estudante um circuito com capacitor e solicitar que sejam realizados cálculos básicos relacionados ao mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que são os transitórios de carga e descarga de capacitores.
2. Quais parâmetros influenciam no tempo de carga e descarga de um capacitor?
3. O que é a constante de tempo de circuito resistivo-capacitivo?
4. Calcule as principais grandezas durante a carga de um capacitor.
5. Calcule as principais grandezas durante a descarga de um capacitor.

2 Transitório de Carga de Capacitores

2.1 Introdução

A carga de capacitores é realizada usando-se resistores ou outros elementos de circuito em série com os mesmos, caso sejam conectados em fontes de tensão. Isso é feito para se limitar a corrente de carga nos capacitores. Por outro lado, caso os capacitores sejam conectados em fontes de corrente, então a própria fonte pode ser especificada para limitar a corrente de carga no capacitor.

A seguir serão apresentados os processos de carga de capacitores conectados em fontes de corrente ou fontes de tensão, neste último caso empregando resistores para limitar a corrente de carga que irá circular pelo circuito.

2.2 Transitório de Carga de Capacitores com Fontes de Corrente

A Figura 1 mostra um circuito com um capacitor (C_1) conectado em uma fonte de corrente (I_1). Neste caso, a corrente do circuito é imposta pela fonte de corrente, e a tensão do circuito será dada pelo estado de carga do capacitor. Assim:

$$i_{C_1}(t) = I_1$$

$$v_{C_1}(t) = v_1(t)$$

Note que as variáveis variam no tempo, ou seja, a tensão no capacitor será variável na medida que o mesmo for sendo carregado pela fonte de corrente.

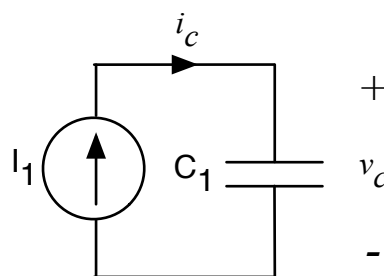


Figura 1 – Capacitor conectado em uma fonte de corrente.

Lembrando da aula anterior, que a tensão no capacitor é a relação entre a quantidade de cargas armazenadas nas placas do mesmo e de sua capacitância:

$$V = \frac{Q}{C} \rightarrow v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1}$$

A capacitância é considerada constante, mas a quantidade de cargas acumuladas nas placas pode variar conforme o capacitor estiver mais ou menos carregado. Por isso, a tensão no capacitor e sua carga serão dependentes do tempo.

A corrente elétrica é definida em função do fluxo de cargas elétricas no tempo:

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t \rightarrow q_{C1}(t) = \int i_{C1}(t) \cdot dt = I_1 \cdot t$$

Assim, a tensão resultante no capacitor será:

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{I_1 \cdot t}{C_1} = \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

Nota-se então que:

- A tensão no capacitor irá crescer linearmente no tempo;
- A razão de crescimento da tensão é dada pela relação entre a amplitude da corrente pela capacitância;
- O valor final da tensão no capacitor tende a infinito, na medida que o tempo tender a infinito.

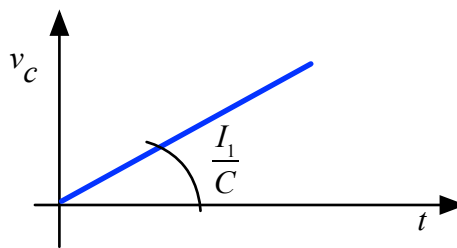


Figura 2 – Comportamento da tensão em um capacitor conectado em uma fonte de corrente.

Se o capacitor tiver uma carga inicial, então o comportamento da tensão será:

$$v_{C1}(t) = v_{C1}(t=0) + \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

$$v_{C1}(t) = v_{C1}(0) + \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

Considera-se zero o instante em que irá iniciar o transitório de carga no capacitor, ou seja, o tempo começa a decorrer quando se inicia a análise do circuito, considerando como condições iniciais o que transcorreu anteriormente.

Exemplo 1:

Um capacitor de $100 \mu\text{F}$ é conectado em uma fonte de corrente de 100 mA . A carga inicial do capacitor é nula. Determine a tensão no capacitor após decorridos 1 segundo e 1 minuto .

A tensão no capacitor será:

$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{I_1}{C} \cdot t = 0 + \frac{I_1}{C} \cdot t = \frac{I_1}{C} \cdot t$$

Assim, para 1 segundo e para 1 minuto se terá:

$$v_c(1\text{s}) = \frac{100\text{mA}}{100\mu\text{F}} \cdot 1 = 1000\text{V} = 1\text{kV}$$

$$v_c(1\text{min}) = \frac{100\text{mA}}{100\mu\text{F}} \cdot 1 \cdot 60 = 60000\text{V} = 60\text{kV}$$

2.3 Transitório de Carga de Capacitores com Fontes de Tensão

A Figura 2 mostra um circuito com um capacitor (C_1) conectado em uma fonte de tensão (V_1) por intermédio de um resistor em série (R_1) e uma chave liga-desliga (S_1). O resistor em série é necessário para se atender a Lei de Kirchhoff das Tensões, pois quando a chave S_1 for fechada, o capacitor estaria em paralelo com a fonte de alimentação, e os dois elementos teriam que ter, necessariamente, a mesma tensão. Assim, o resistor R_1 permite que a tensão no capacitor seja diferente da tensão da fonte de alimentação, além de limitar a corrente de carga, fazendo com que a corrente e tensão no circuito variem de maneira controlada no tempo.

As condições iniciais para a corrente e tensão no circuito serão consideradas nulas, e também se considera que a chave S_1 está aberta. Assim:

$$i_{C_1}(0) = 0$$

$$v_{C_1}(0) = 0$$

Note que o circuito tem apenas uma malha, portanto, a corrente em todos os elementos será igual:

$$i_{V_1}(0) = i_{S_1}(0) = i_{R_1}(0) = i_{C_1}(t)$$

Assim, para fins de simplificação, a corrente do circuito será considerada aquela do

capacitor C_1 .

As variáveis do circuito (tensões e correntes) são dependentes do tempo, ou seja, podem variar ao longo do tempo; com exceção para a amplitude da fonte de tensão ($V_1 = \text{constante}$) e os valores do resistor e do capacitor ($R_1 = \text{constante}$ e $C_1 = \text{constante}$). A chave S_1 é considerada ideal, ou seja, não apresenta resistência interna, não influenciando no funcionamento do circuito.

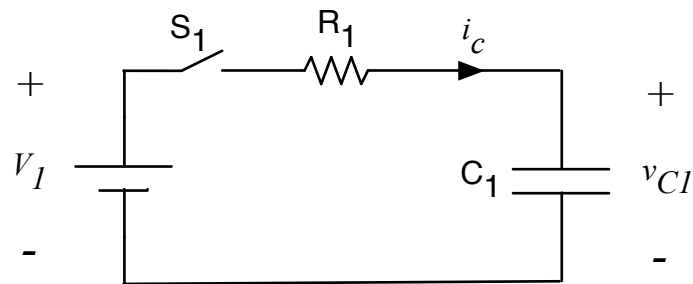


Figura 3 – Capacitor conectado em uma fonte de tensão.

No instante em que a chave S_1 for fechada, o circuito da Figura 3 será modificado conforme mostrado na Figura 4. Agora se tem corrente circulando no circuito, limitada pelo resistor R_1 , e o capacitor C_1 iniciará seu processo de carga.

A corrente de carga do capacitor C_1 deve ser determinada, do mesmo modo que sua tensão, além da tensão sobre o resistor R_1 .

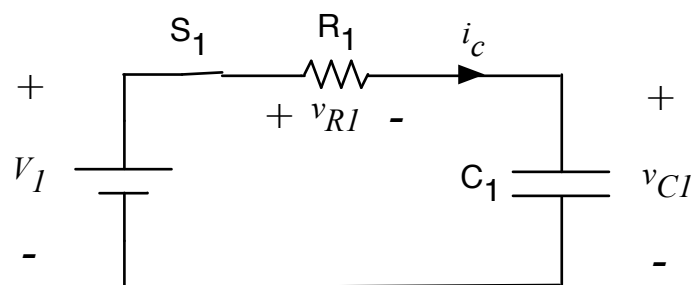


Figura 4 – Circuito equivalente com a chave S_1 fechada.

Como as correntes no resistor e no capacitor devem ser iguais, então:

$$i_{C1}(t) = i_{R1}(t)$$

A corrente no resistor pode ser obtida aplicando a Lei de Ohm no mesmo, levando em conta a tensão resultante sobre este componente:

$$i_{R1}(t) = \frac{v_{R1}(t)}{R_1} = \frac{V_1 - v_{C1}(t)}{R_1}$$

Assim:

$$i_{C1}(t) = \frac{V_1 - v_{C1}(t)}{R_1}$$

Já a tensão no capacitor, como mostrado no item anterior, é a relação entre sua carga acumulada ao longo do tempo e sua capacitância, assim:

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1}$$

$$q_{C1}(t) = \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{\int i_{C1}(t) \cdot dt}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

Por outro lado, a corrente no capacitor será:

$$i_{C1}(t) = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$$

Substituindo na expressão da corrente obtida anteriormente:

$$i_{C1}(t) = \frac{V_1 - v_{C1}(t)}{R_1} = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$$

$$C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt} + \frac{v_{C1}(t)}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

A solução desta equação diferencial linear é:

$$v_{C1}(t) = V_1 - V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 \cdot C_1}}$$

O produto da resistência pela capacitância será denominado de constante de tempo do circuito e identificada pela letra τ (tal):

$$\tau = R_1 \cdot C_1$$

Assim:

$$v_{C1}(t) = V_1 - V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Por sua vez, a corrente no circuito pode ser obtida por:

$$i_{C1}(t) = i_{R1}(t) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A corrente e a tensão no capacitor e no circuito tem o comportamento de uma função exponencial, conforme mostra a Figura 5, onde se nota que enquanto a tensão aumenta, a corrente diminui, restando ao final a corrente igual a zero e a tensão igual a da fonte de alimentação.

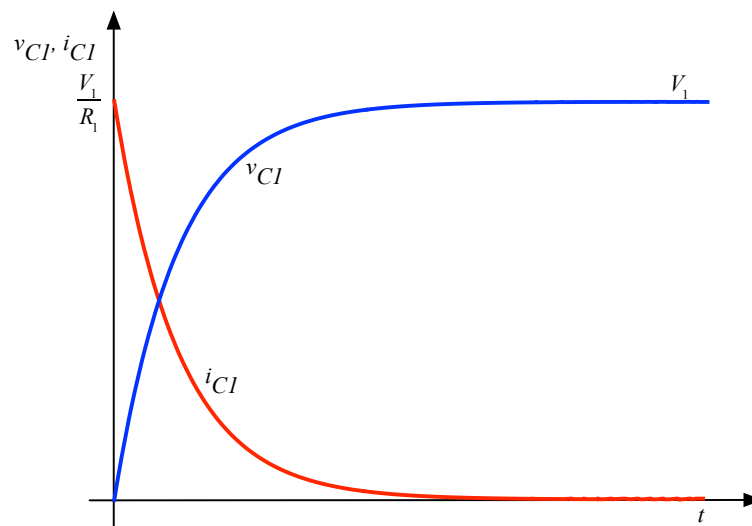


Figura 5 – Comportamento da corrente e da tensão de carga do capacitor.

Da expressão obtida para corrente no capacitor, pode-se verificar que no instante de tempo zero, ou seja, exatamente quando a chave S_1 for fechada, a corrente será:

$$i_{C1}(t) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow i_{C1}(t=0) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = \frac{V_1}{R_1} \cdot 1 = \frac{V_1}{R_1}$$

Assim, a corrente máxima inicial é determinada pela relação entre a tensão da fonte de alimentação (V_1) e o resistor série (R_1).

Este resultado tem sentido, pois a tensão inicial no capacitor é zero, então:

$$v_{R1}(t=0) + v_{C1}(t=0) = V_1 \rightarrow v_{R1}(t=0) + 0 = V_1 \rightarrow v_{R1}(t=0) = V_1$$

Assim:

$$i_{R1}(t=0) = \frac{v_{R1}(t=0)}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Quando o tempo tender a infinito, a corrente no circuito será:

$$i_{C1}(t \rightarrow \infty) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}} = \frac{V_1}{R_1} \cdot 0 = 0$$

Note que os resultados obtidos para a corrente inicial e a corrente final, ou seja, a corrente no instante zero e a corrente para o tempo tendendo a infinito, são compatíveis com a curva mostrada na Figura 5.

Do mesmo modo, pode-se obter a tensão inicial e final no capacitor, como sendo:

$$v_{C1}(t) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \rightarrow v_{C1}(t=0) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1-1) = 0$$

$$v_{C1}(t) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \rightarrow v_{C1}(t \rightarrow \infty) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1-0) = V_1$$

Vamos considerar agora que a tensão seja calculada para diferentes instantes de tempo. Assim, se na expressão da tensão no capacitor considerarmos o tempo com o valor de uma constante de tempo, teremos:

$$v_{C1}(t \rightarrow \tau) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow \tau}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1 - e^{-1}) = V_1 \cdot (1 - 0,37) = 0,63 \cdot V_1$$

Assim, após transcorrer o tempo equivalente a uma constante de tempo ($t = 1\tau$), a tensão terá aumentado para 63% de seu valor final.

Ao considerarmos três e cinco constantes de tempo teremos:

$$v_{C1}(t \rightarrow 3\tau) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow 3\tau}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1 - e^{-3}) = V_1 \cdot (1 - 0,05) = 0,95 \cdot V_1$$

$$v_{C1}(t \rightarrow 5\tau) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow 5\tau}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1 - e^{-5}) = V_1 \cdot (1 - 0,0067) = 0,993 \cdot V_1$$

Assim, se considera que após cinco constantes de tempo, o transitório está concluído e o

circuito estará operando em regime permanente.

A Figura 6 mostra curva de carga da tensão no capacitor com os diversos pontos calculados anteriormente.

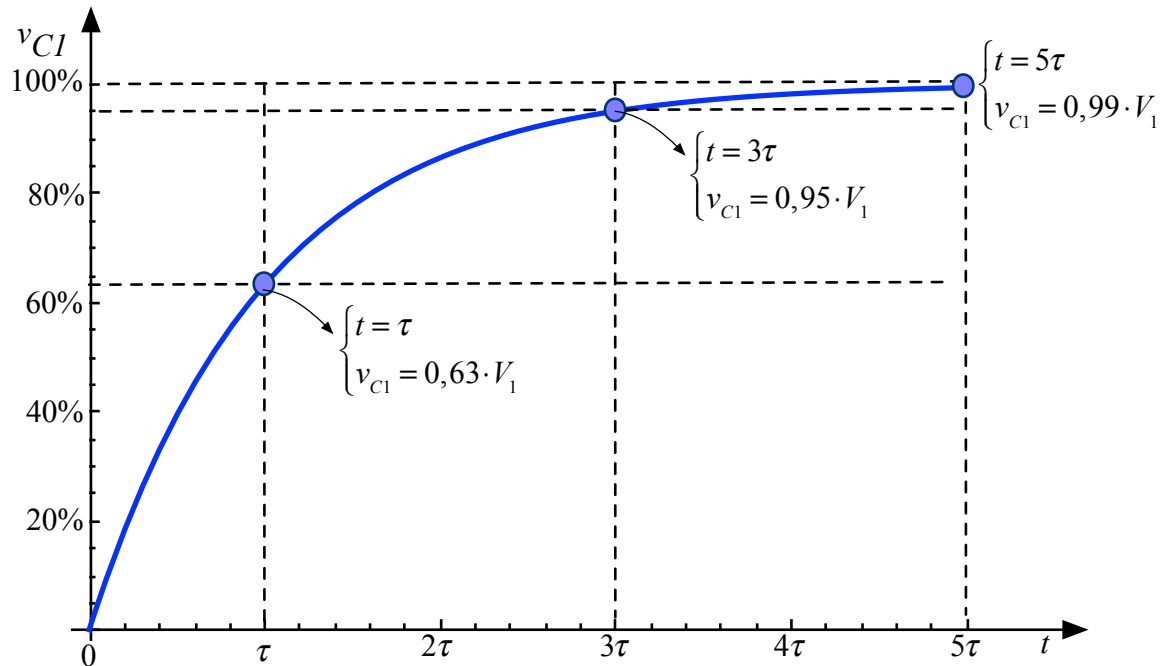


Figura 6 – Comportamento da tensão no capacitor durante sua carga.

Exemplo 2:

Um capacitor de $100 \mu\text{F}$ é conectado em uma fonte de tensão de 12 V por intermédio de um resistor de $1 \text{ k}\Omega$. Determine a constante de tempo do circuito e o tempo necessário para o capacitor carregar completamente.

A constante do circuito será:

$$\tau = R_1 \cdot C_1 = 1\text{k} \cdot 100\text{u} = 0,1\text{s}$$

O tempo para estar em regime permanente, ou seja, para o capacitor estar totalmente carregado é de cinco constante de tempo, então:

$$t = 5\tau = 5 \cdot R_1 \cdot C_1 = 5 \cdot 1\text{k} \cdot 100\text{u} = 0,5\text{s}$$

Exemplo 3:

Um capacitor de $1.000 \mu\text{F}$ é conectado em uma fonte de tensão de 12 V por intermédio de um resistor de $10 \text{ k}\Omega$. Determine a corrente máxima no circuito, a tensão final do capacitor e a tensão no instante 5 s .

A corrente máxima é a corrente inicial e será:

$$i_{C1}(t=0) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t=0}{\tau}} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{10k} = 1,2mA$$

A tensão final no capacitor é igual a da fonte de alimentação, ou seja, 12 V.

A tensão no instante 5 s será:

$$v_{C1}(t=5s) = 12 \cdot \left(1 - e^{-\frac{5}{10k \cdot 1000\mu}} \right) = 12 \cdot (1 - e^{-0,5}) = 4,72V$$

3 Transitório de Descarga de Capacitores

3.1 Introdução

A descarga de capacitores pode ser realizada transferindo-se a energia acumulada nos mesmos para resistores, por exemplo, ou para fontes de alimentação.

A seguir serão apresentados os processos de descarga de capacitores conectados em fontes de corrente ou resistores, este último caso sendo o mais comum na literatura de análise e circuitos.

3.2 Transitório de Descarga de Capacitores com Fontes de Corrente

A Figura 7 mostra um circuito com um capacitor (C_1) conectado em uma fonte de corrente (I_1) para prover a descarga do mesmo. Neste caso, a corrente do circuito e por conseguinte de descarga é imposta pela fonte de corrente, e a tensão do circuito será dada pelo estado de carga do capacitor. Assim:

$$i_{C1}(t) = I_1$$

$$v_{C1}(t) = v_1(t)$$

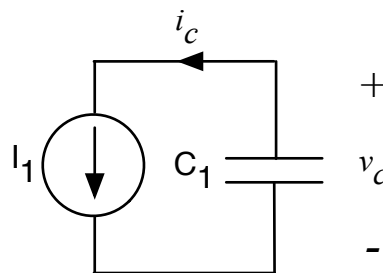


Figura 7 – Capacitor conectado em uma fonte de corrente.

As relações estudadas para a carga do capacitor são válidas aqui, com os devidos ajustes. Também deve-se considerar que agora o capacitor está carregado, ou seja, tem uma tensão inicial. Deste modo:

$$v_{C1}(0) \neq 0 \rightarrow v_{C1}(0) = v_c(\text{inicial})$$

Assim, a tensão resultante no capacitor será:

$$v_{C1}(t) = v_{C1}(t=0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t \rightarrow v_{C1}(t) = v_{C1}(0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

Nota-se então que:

- A tensão no capacitor irá decrescer linearmente no tempo;
- A razão de decrescimento da tensão é dada pela relação entre a amplitude da corrente pela capacitância;
- O valor final da tensão no capacitor tende a infinito negativamente, na medida que o tempo tender a infinito.

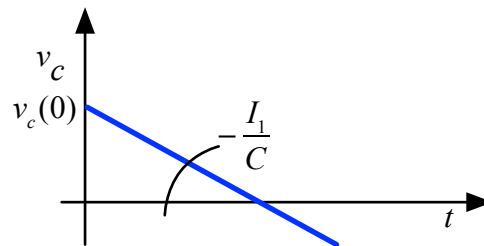


Figura 8 – Comportamento da tensão em um capacitor conectado em uma fonte de corrente.

Considera-se zero o instante em que irá iniciar o transitório de descarga no capacitor, ou seja, o tempo começa a decorrer quando se inicia a análise do circuito, considerando como condições iniciais o que transcorreu anteriormente para prover a carga no capacitor.

Exemplo 4:

Um capacitor de $100 \mu\text{F}$ é conectado em uma fonte de corrente de 100 mA . A carga inicial do capacitor é de 12 V . Determine o tempo necessário para o capacitor ser descarregado completamente.

O tempo necessário será obtido quando a tensão for zero, assim:

$$v_{C1}(t) = v_{C1}(0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t = 0 \rightarrow t = \frac{v_{C1}(0) \cdot C_1}{I_1} = \frac{12 \cdot 100 \mu}{100 \text{ m}} = 12 \text{ ms}$$

3.3 Transitório de Descarga de Capacitores Resistores

A Figura 9 mostra um circuito com um capacitor (C_1) conectado em uma fonte de tensão (V_1) por intermédio um resistor (R_1) e uma chave comutável (S_1). O resistor (R_1) juntamente com a fonte de alimentação (V_1) irão prover a carga do capacitor (C_1), quando a chave (S_1) estiver fechada na posição c (carrega). Por outro lado, quando a chave (S_1) estiver na posição d (descarrega), o resistor R_1 proverá a descarga do capacitor C_1 .

A carga do capacitor será realizada pelo tempo suficiente, com a chave na posição c (carrega), conforme o circuito mostrado na Figura 10. A tensão no capacitor será igual a tensão da fonte de alimentação, então:

$$v_{C1}(0) = V_1$$

Após carregado, a corrente no capacitor e no circuito será nula:

$$i_{C1}(0) = 0$$

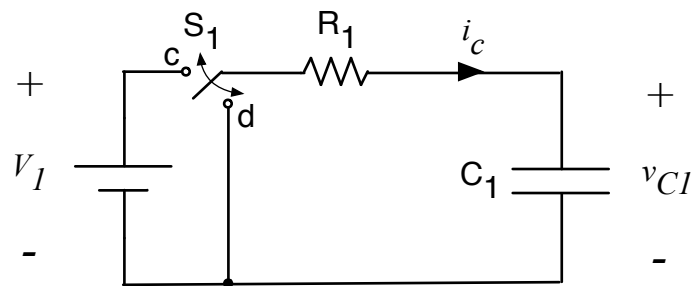


Figura 9 – Capacitor conectado em fonte de tensão e resistor.

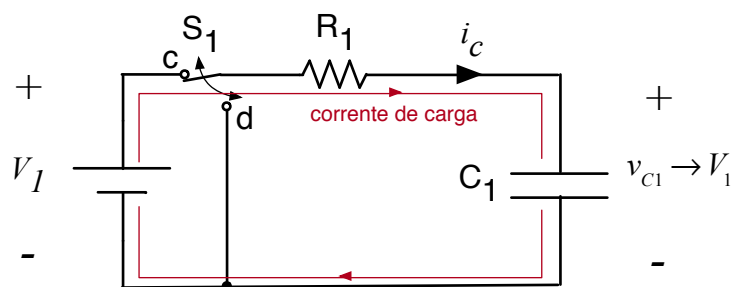


Figura 10 – Circuito equivalente com a chave S_1 na posição c (carrega).

Após decorrer tempo suficiente (com sobra) para a carga completa do capacitor, a chave S_1 será comutada para a posição d (descarrega), obtendo-se o circuito resultante mostrado na Figura 11. Note que a corrente de descarga tem sentido contrário ao da corrente de carga, isto é, ao ocorrer a descarga do capacitor, a corrente sai do mesmo e circula pelo circuito.

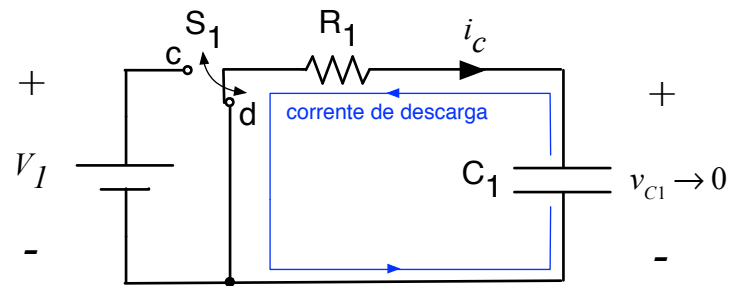


Figura 11 – Circuito equivalente com a chave S_1 na posição d (descarga).

Como as correntes no resistor e no capacitor devem ser iguais, então:

$$i_{C1}(t) = -i_{R1}(t)$$

As tensões no resistor e capacitor também são iguais, portanto:

$$v_{C1}(t) = v_{R1}(t)$$

A corrente no resistor pode ser obtida aplicando a Lei de Ohm no mesmo, levando em conta a tensão resultante sobre este componente e o sentido invertido da corrente:

$$i_{R1}(t) = \frac{v_{R1}(t)}{R_1} = \frac{v_{C1}(t)}{R_1}$$

Assim:

$$i_{C1}(t) = -i_{R1}(t) = -\frac{v_{C1}(t)}{R_1}$$

Já a tensão no capacitor, como mostrado no item anterior, é a relação entre sua carga acumulada ao longo do tempo e sua capacitância, conforme feito anteriormente, então:

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1}$$

$$q_{C1}(t) = \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{\int i_{C1}(t) \cdot dt}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

Por outro lado, a corrente no capacitor será:

$$i_{C_1}(t) = C_1 \cdot \frac{dv_{C_1}(t)}{dt}$$

Substituindo na expressão da corrente obtida anteriormente:

$$i_{C_1}(t) = -i_{R_1}(t) \rightarrow C_1 \cdot \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = -\frac{v_{C_1}(t)}{R_1}$$

$$-C_1 \cdot \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} - \frac{v_{C_1}(t)}{R_1} = 0 \rightarrow C_1 \cdot \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} + \frac{v_{C_1}(t)}{R_1} = 0$$

A solução desta equação diferencial linear é:

$$v_{C_1}(t) = V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 \cdot C_1}}$$

O produto da resistência pela capacitância, conforme no processo de carga, é denominado de constante de tempo do circuito e identificada pela letra τ (tal):

$$\tau = R_1 \cdot C_1$$

Assim:

$$v_{C_1}(t) = V_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Por sua vez, a corrente no circuito pode ser obtida por:

$$i_{C_1}(t) = i_{R_1}(t) = -\frac{v_{R_1}(t)}{R_1} = -\frac{v_{C_1}(t)}{R_1} = -\frac{V_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}{R_1} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A corrente e a tensão no capacitor e no circuito tem o comportamento de uma função exponencial, conforme mostra a Figura 12, onde se nota que tanto a tensão como a corrente terminam com valores nulos. A diferença é que a tensão começa com um valor positivo e cai até zero, enquanto a corrente começa negativa e cai até zero. Isso se dá porque a corrente de descarga do capacitor sai do mesmo, ou seja, é negativa em relação ao sentido convencional da corrente neste elemento.

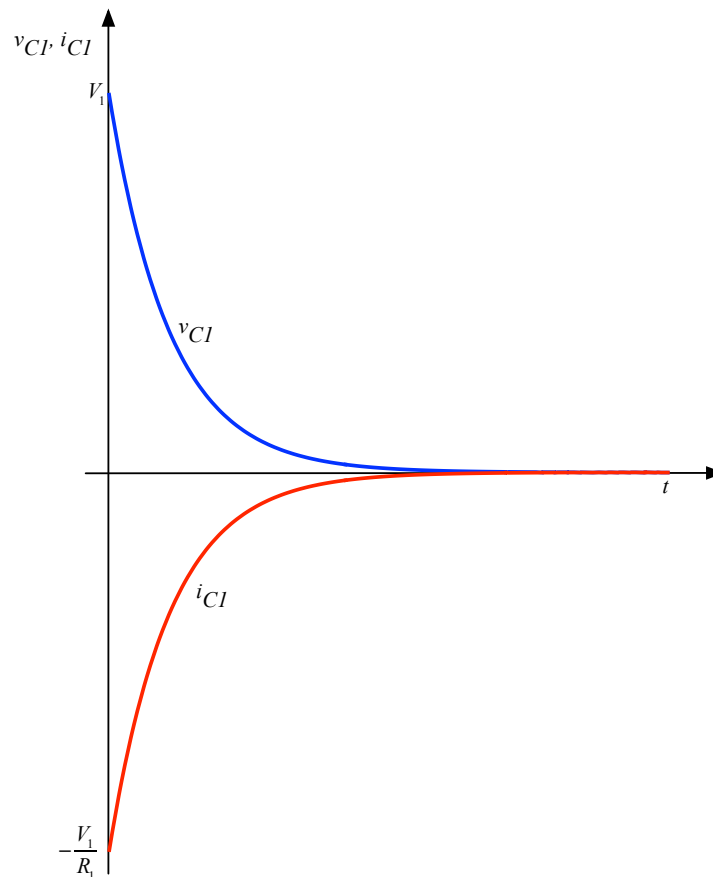


Figura 12 – Comportamento da corrente e tensão de descarga do capacitor.

A tensão inicial e final do capacitor podem ser calculadas por:

$$v_{C1}(t=0) = V_1 \cdot e^{-\frac{t=0}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-0} = V_1 \cdot 1 = V_1$$

$$v_{C1}(t \rightarrow \infty) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-\infty} = V_1 \cdot 0 = 0$$

Do mesmo modo, pode-se obter a corrente inicial e final no capacitor, como sendo:

$$i_{C1}(t=0) = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t=0}{\tau}} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-0} = -\frac{V_1}{R_1}$$

$$i_{C1}(t \rightarrow \infty) = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\infty} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot 0 = 0$$

Vamos considerar agora que a tensão seja calculada para diferentes instantes de tempo do mesmo modo que foi feito no processo de carga do capacitor. Assim, se na expressão da tensão no capacitor considerarmos o tempo com o valor de uma constante de tempo, teremos:

$$v_{CI}(t \rightarrow \tau) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \tau}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-1} = 0,37 \cdot V_1$$

Assim, após transcorrer o tempo equivalente a uma constante de tempo ($t = 1\tau$), a tensão terá caído para 37% de seu valor inicial.

Ao considerarmos três e cinco constantes de tempo teremos:

$$v_{CI}(t \rightarrow 3\tau) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow 3\tau}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-3} = 0,05 \cdot V_1$$

$$v_{CI}(t \rightarrow 5\tau) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow 5\tau}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-5} = 0,0067 \cdot V_1 \cong 0$$

Assim, se considera que após cinco constantes de tempo, o transitório está concluído e o circuito estará operando em regime permanente.

A Figura 13 mostra curva de descarga da tensão no capacitor com os diversos pontos calculados anteriormente.

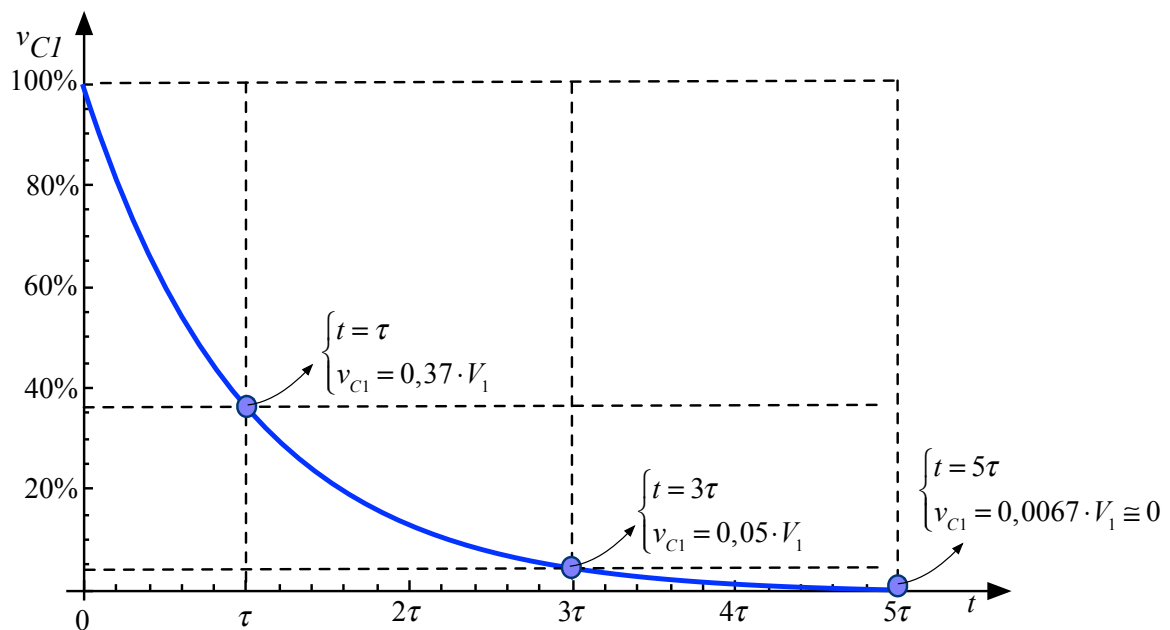


Figura 13 – Comportamento da tensão no capacitor durante sua descarga.

Exemplo 5:

Um capacitor de $2.200 \mu\text{F}$ foi conectado em uma fonte de tensão de 12 V por intermédio de um resistor de $1 \text{ k}\Omega$ e carregado completamente. Após muito tempo, o capacitor foi desconectado da fonte de alimentação e será descarregado pelo mesmo resistor. Determine a constante de tempo do circuito e o tempo necessário para o capacitor descarregar completamente.

A constante do circuito será:

$$t = R_1 \cdot C_1 = 1k \cdot 2200\mu = 2,2s$$

O tempo para estar em regime permanente, ou seja, para o capacitor estar totalmente descarregado é de cinco constante de tempo, então:

$$t = 5\tau = 5 \cdot R_1 \cdot C_1 = 5 \cdot 1k \cdot 2200\mu = 11s$$

Exemplo 6:

A tensão inicial de um capacitor de 1.000 μF é de 12 V, sendo que o mesmo será descarregado por intermédio de um resistor de 100 Ω . Determine a corrente máxima no circuito, a tensão final do capacitor e a tensão no instante 0,5 s.

A corrente máxima é a corrente inicial e será:

$$i_{C1}(t=0) = -\frac{v_{C1}(t=0)}{R_1} = -\frac{12}{100} = -0,12A$$

A tensão final no capacitor é igual a zero.

A tensão no instante 100 ms será:

$$v_{C1}(t=100ms) = v_{C1}(t=0) \cdot e^{-\frac{t \rightarrow 100m}{\tau}} = 12 \cdot e^{-\frac{100m}{100 \cdot 1000\mu}} = 12 \cdot e^{-1} = 4,41V$$

4 Energia Armazenada em Capacitores

4.1 Introdução

A aula anterior apresentou os capacitores, tipos e aspectos construtivos relacionados a estes componentes. Também se estudou como determinar a capacitância total em circuitos com capacitores em série ou em paralelo. Neste tópico será apresentado o cálculo da energia acumulada em um capacitor.

4.2 Energia Armazenada em Capacitores

A energia armazenada em capacitores dependerá de sua capacitância e da tensão aplicada.

A potência em um capacitor será o produto de sua tensão por sua corrente:

$$p_c(t) = v_c(t) \cdot i_c(t)$$

Note que as variáveis no capacitor são dependentes do tempo, ou seja, consideram-se os transitórios para a tensão e corrente no capacitor.

A energia é a potência ao longo do tempo, então integrando-se a expressão da potência no capacitor, se obterá:

$$W_c = \int p_c(t) = \int v_c(t) \cdot i_c(t)$$

$$W_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_i^2$$

Onde:

- C – capacitância do capacitor;
- V_i – tensão armazenada no capacitor, geralmente igual a tensão da fonte de alimentação do circuito.

A energia acumulada no capacitor é área sob a curva da potência no mesmo, conforme mostra a Figura 14 para o transitório de carga.

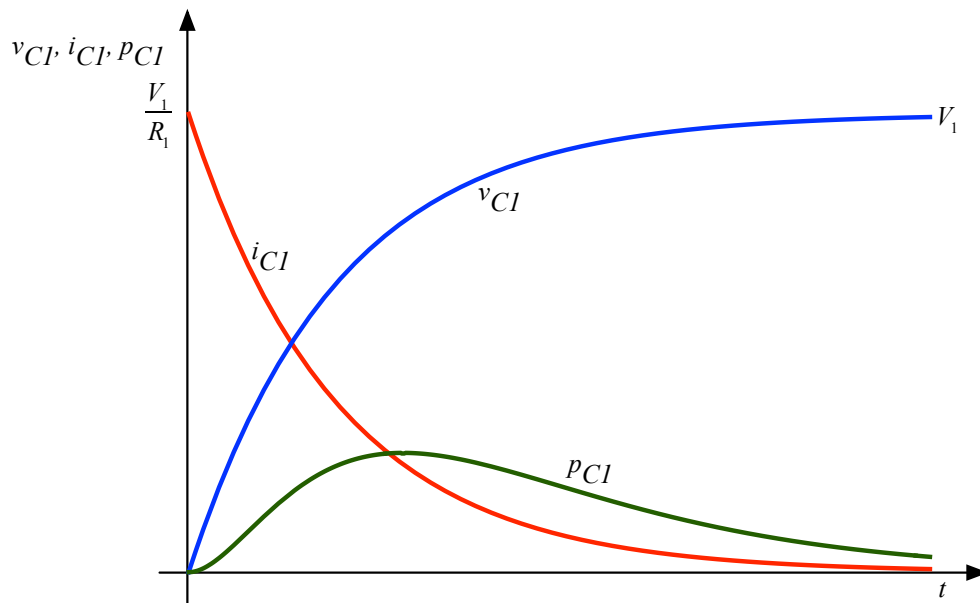


Figura 14 – Curvas das grandezas em um capacitor durante o transitório de carga.

Exemplo 7:

Um capacitor de $100 \mu\text{F}$ é carregado com uma tensão de 12 V . Qual a energia acumulada no capacitor após o mesmo estar completamente carregado?

Considerar o capacitor completamente carregado significa dizer que a tensão está

estabilizada no valor de 12 V, que é a tensão da fonte de alimentação. Assim, a energia armazenada será:

$$W_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 100\mu \cdot 12^2 = 7,2mJ$$

4.3 Variação da Energia Armazenada em Capacitores

A energia armazenada em capacitores pode variar conforme seu estado de carga. Assim, se um capacitor estiver carregado com determinada quantidade de cargas elétricas e for descarregado parcialmente, se terá uma energia inicial e uma energia final. Assim:

$$W_{c(i)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{c(i)}^2$$

$$W_{c(f)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{c(f)}^2$$

$$\Delta W_c = W_{c(f)} - W_{c(i)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{c(f)}^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{c(i)}^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (V_{c(f)}^2 - V_{c(i)}^2)$$

Portanto, quando se tem variação na tensão de capacitores, pode-se calcular a energia levando em conta a tensão inicial e final neste elemento, tendo-se então:

$$W_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (V_f^2 - V_i^2)$$

Exemplo 8:

Um capacitor de 1.000 μF é carregado com uma tensão de 15 V, sendo em seguida descarregado parcialmente, ficando sua tensão em 14 V. Determine a energia inicial, final e a variação de energia no capacitor.

As energias inicial, final e variação são:

$$W_{c(i)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000\mu \cdot 15^2 = 0,1125J$$

$$W_{c(f)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000\mu \cdot 14^2 = 0,098J$$

$$\Delta W_c = W_{c(f)} - W_{c(i)} = 0,1125 - 0,098 = 0,0145J$$

5 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é o transitório de carga de um capacitor?

Transitório de carga é o processo de carregar o capacitor com cargas elétricas, fazendo com que sua tensão aumente.

ER 02. Explique o que é o transitório de descarga de um capacitor?

Transitório de descarga é o processo de descarregar o capacitor, fazendo com que sua tensão diminua, retirando-se a energia armazenada no mesmo.

ER 03. Que parâmetros influenciam o tempo de carga de um capacitor?

O tempo de carga e descarga é dado pela constante de tempo, quando o mesmo é carregado com um resistor em série, este tempo é dado pelo produto da resistência vezes a capacitância.

ER 04. O que significa o tempo de 5 constantes de tempo durante o processo de carga de um capacitor?

Após cinco constantes de tempo considera-se que o capacitor está carregado completamente.

ER 05. Como pode ser descarregado um capacitor?

Um capacitor pode ser descarregado aplicando-se uma corrente negativa no mesmo ou ligando-se um resistor que dissipará a energia armazenada na forma de calor.

Exercícios Propostos

EP 01. Explique como é o formato da tensão em um capacitor carregado por uma fonte de corrente?

EP 02. Explique como é o formato da tensão em um capacitor carregado por uma fonte de tensão em série com um resistor?

EP 03. O que significa o tempo de 5 constantes de tempo durante o processo de descarga de um capacitor?

EP 04. Como um capacitor pode ser carregado?

EP 05. Qual a constante de tempo de um capacitor de $1.000 \mu\text{F}$ ligado em série com um resistor de $100 \text{ k}\Omega$?

6 Atividade Avaliativa

6.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Qual a tensão final de um capacitor que será carregado em uma fonte de tensão de 12 V?

AA 02. Que parâmetros influenciam no tempo de descarga de um capacitor a ser descarregado sobre um resistor?

AA 03. Qual o formato da tensão de carga em um capacitor ligado em uma fonte de tensão em série com um resistor?

AA 04. Quantas constantes de tempo são necessárias para carregar ou descarregar um capacitor?

AA 05 Qual a constante de tempo de um capacitor de 4.700 μF ligado em série com um resistor de 330 $\text{k}\Omega$?

AA 01. A tensão final será igual a da fonte de alimentação, ou seja, 12 V.
 AA 02. O tempo de descarga dependerá da resistência e da capacitância do circuito.
 AA 03. O formato da tensão durante sua carga é de uma exponencial crescente, começando em zero e terminando na amplitude máxima, que é igual a tensão da fonte de alimentação.
 AA 04. São necessárias cinco constantes de tempo para carregar ou descarregar completamente um capacitor.
 AA 05. A constante de tempo será o produto da resistência pela capacitância: $4.700 \mu\text{F} \times 330 \text{ k}\Omega = 1.551$ segundos ou 25,85 minutos.