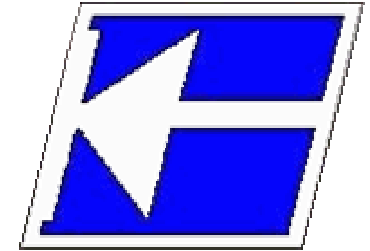


**Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina**  
**Departamento de Eletrônica**



**Retificadores**

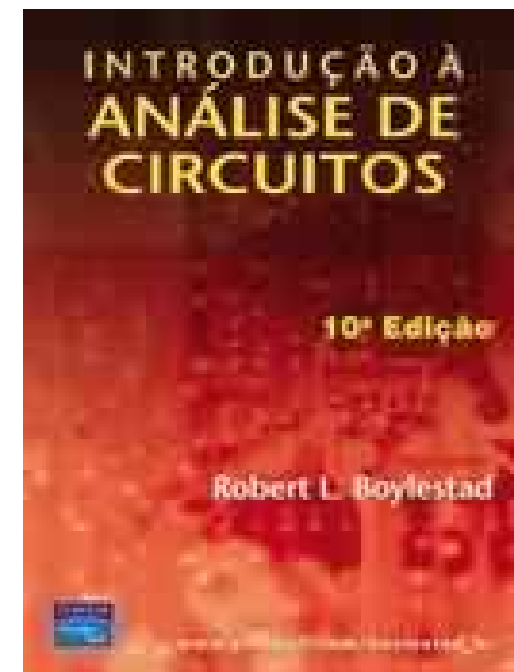


# **Transitórios em Indutores**

**Clóvis Antônio Petry, professor.**

**Florianópolis, março de 2007.**

# Bibliografia para esta aula



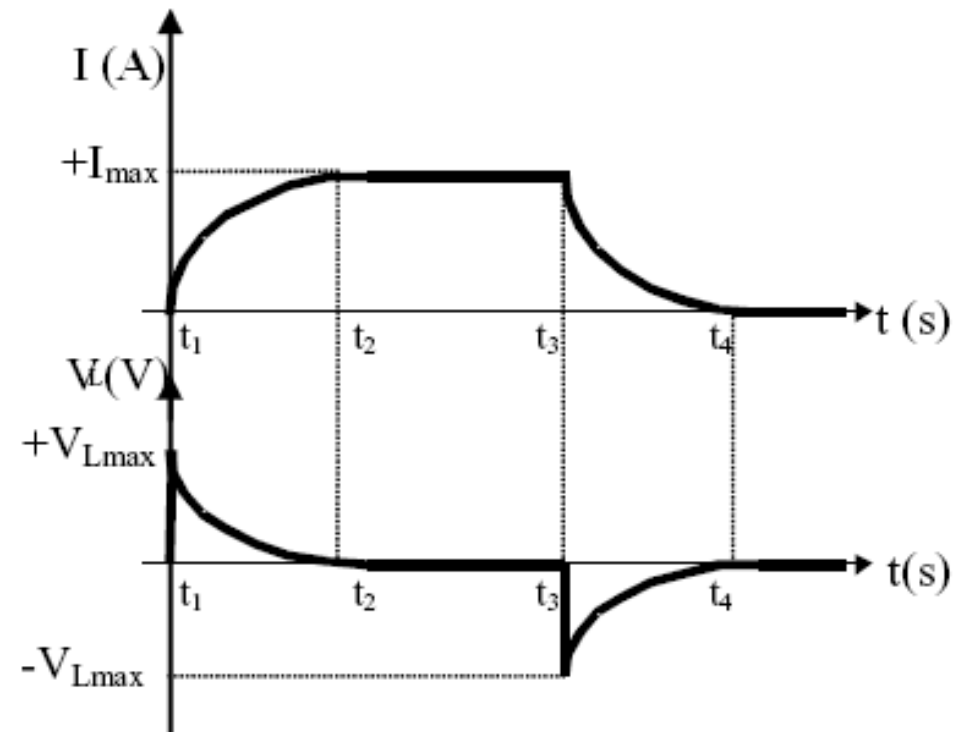
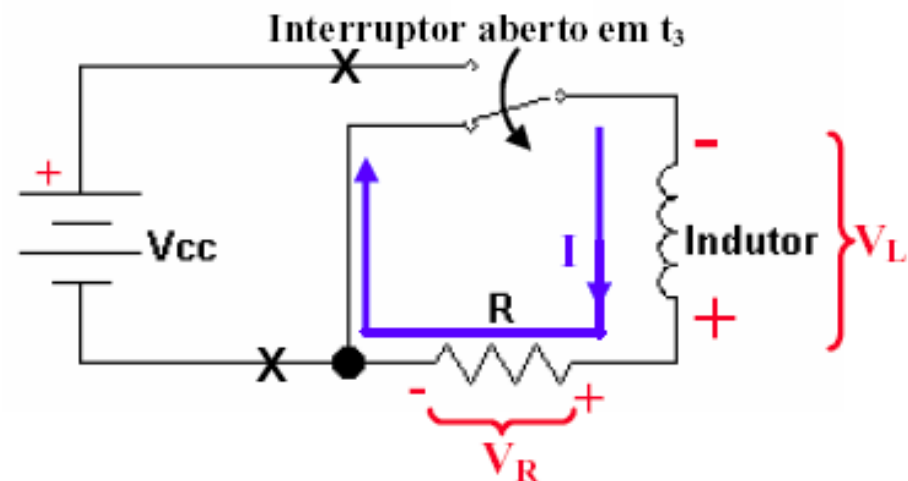
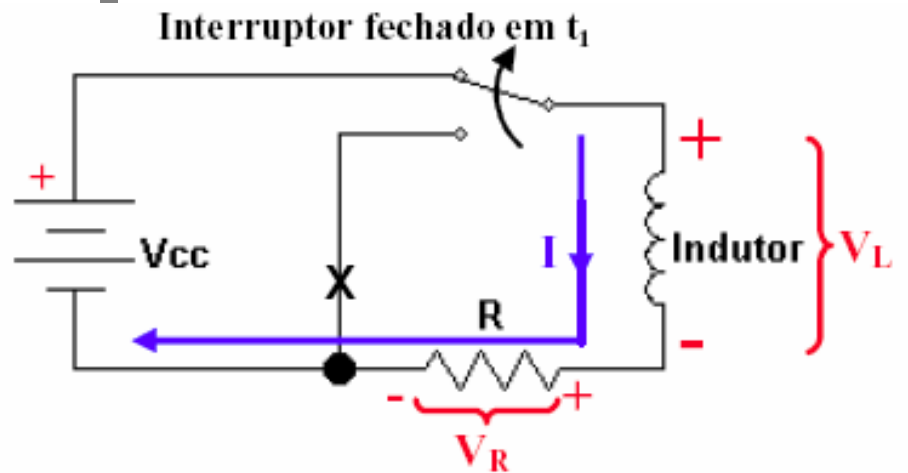
## **Nesta aula**

---

### **Seqüência de conteúdos:**

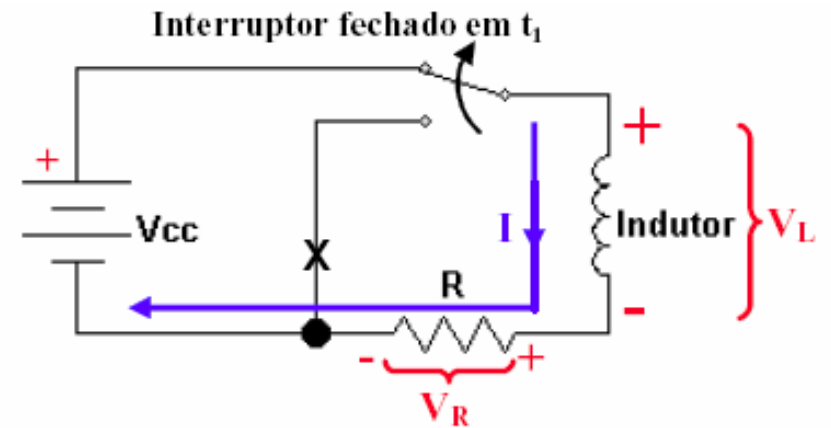
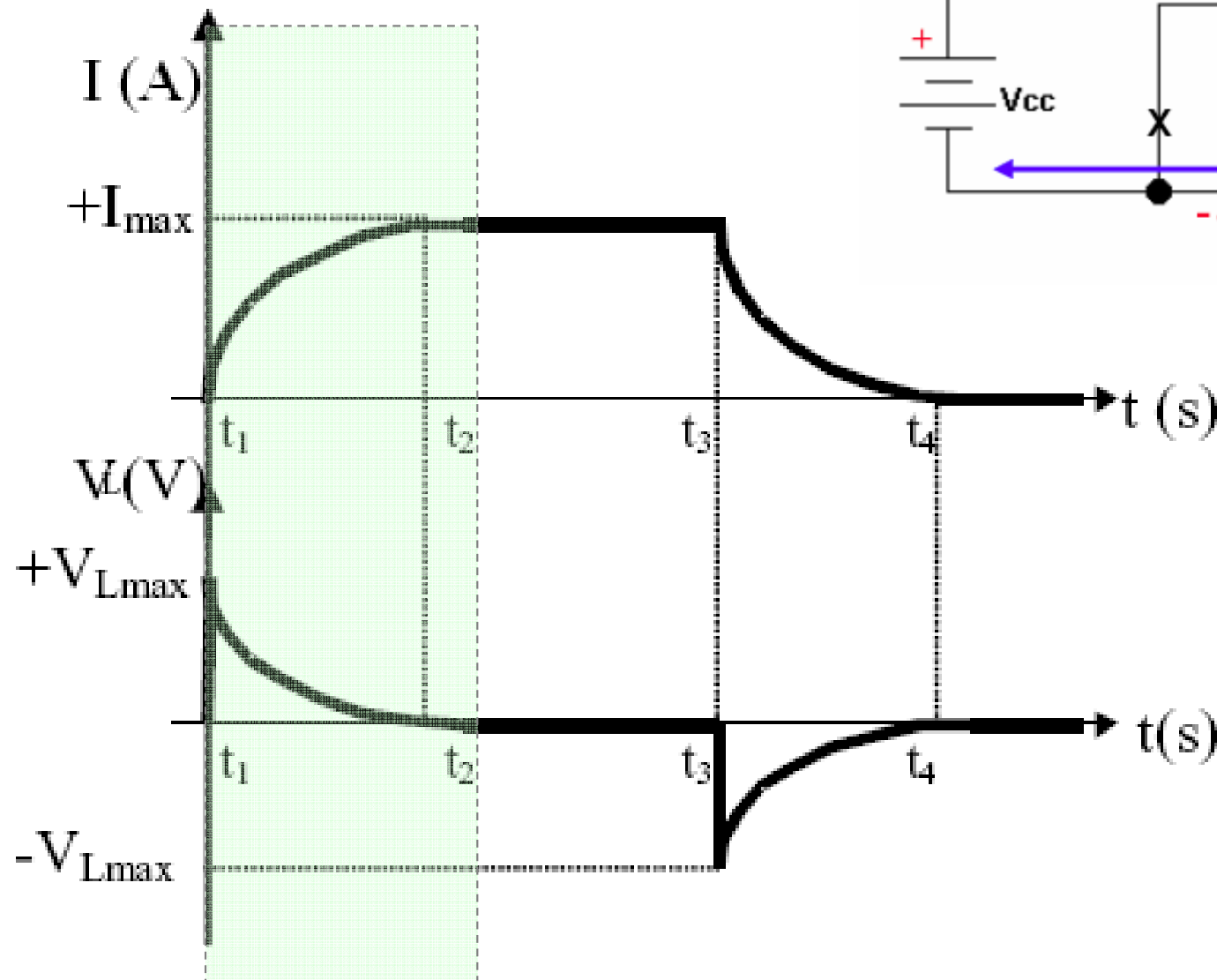
1. Transitórios em indutores.

# Transitório de carga e descarga de um indutor



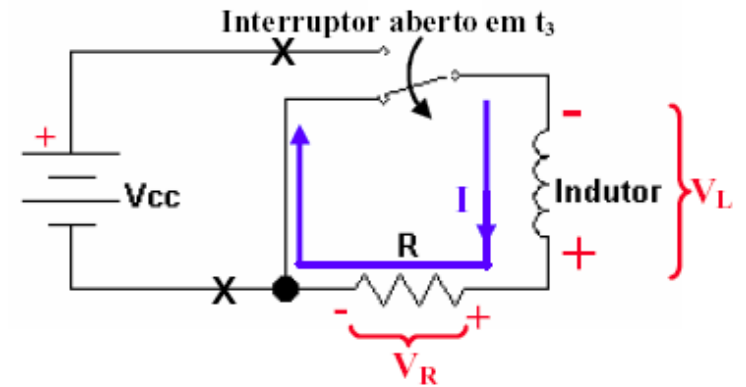
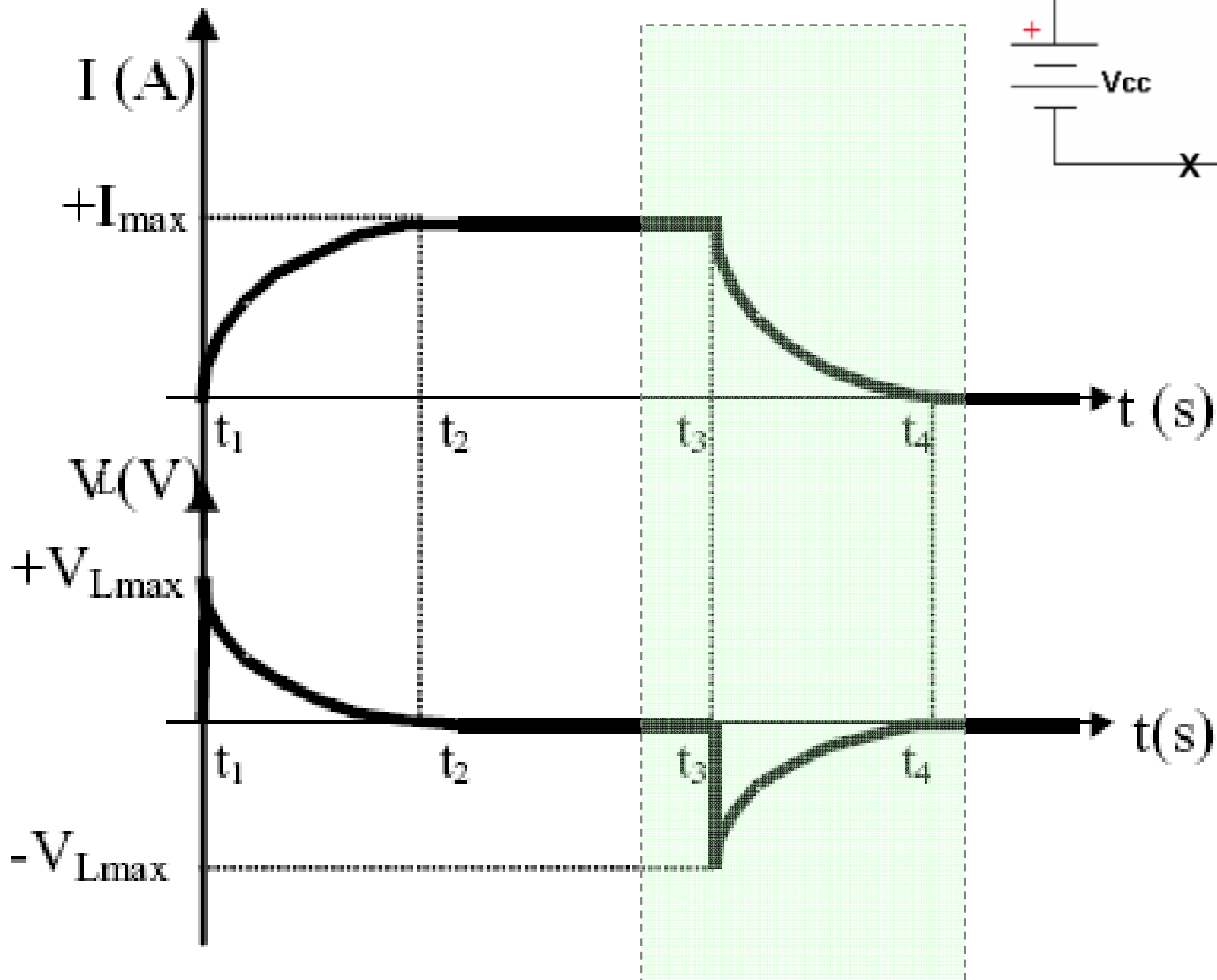
# Transitório de carga e descarga de um indutor

Carga:



# Transitório de carga e descarga de um indutor

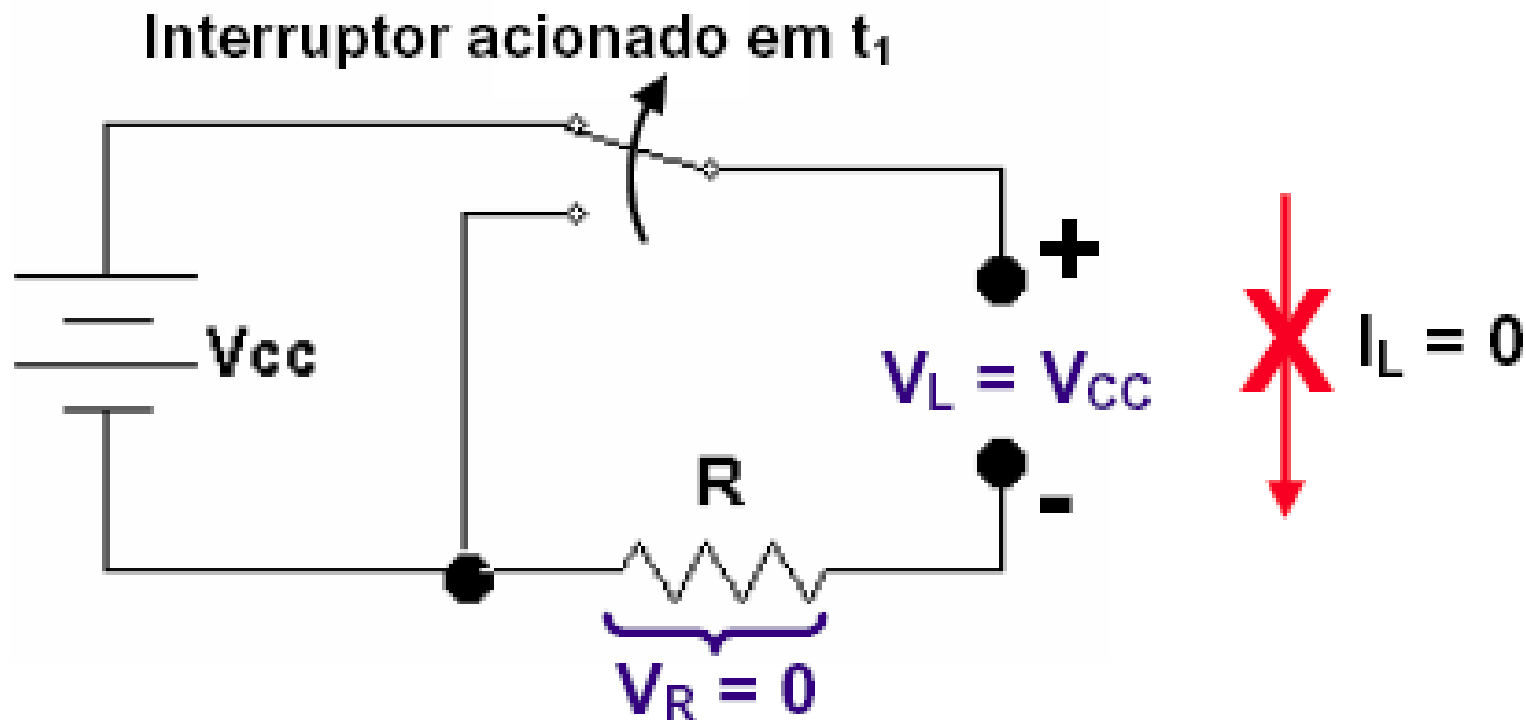
Descarga:



# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Carga:

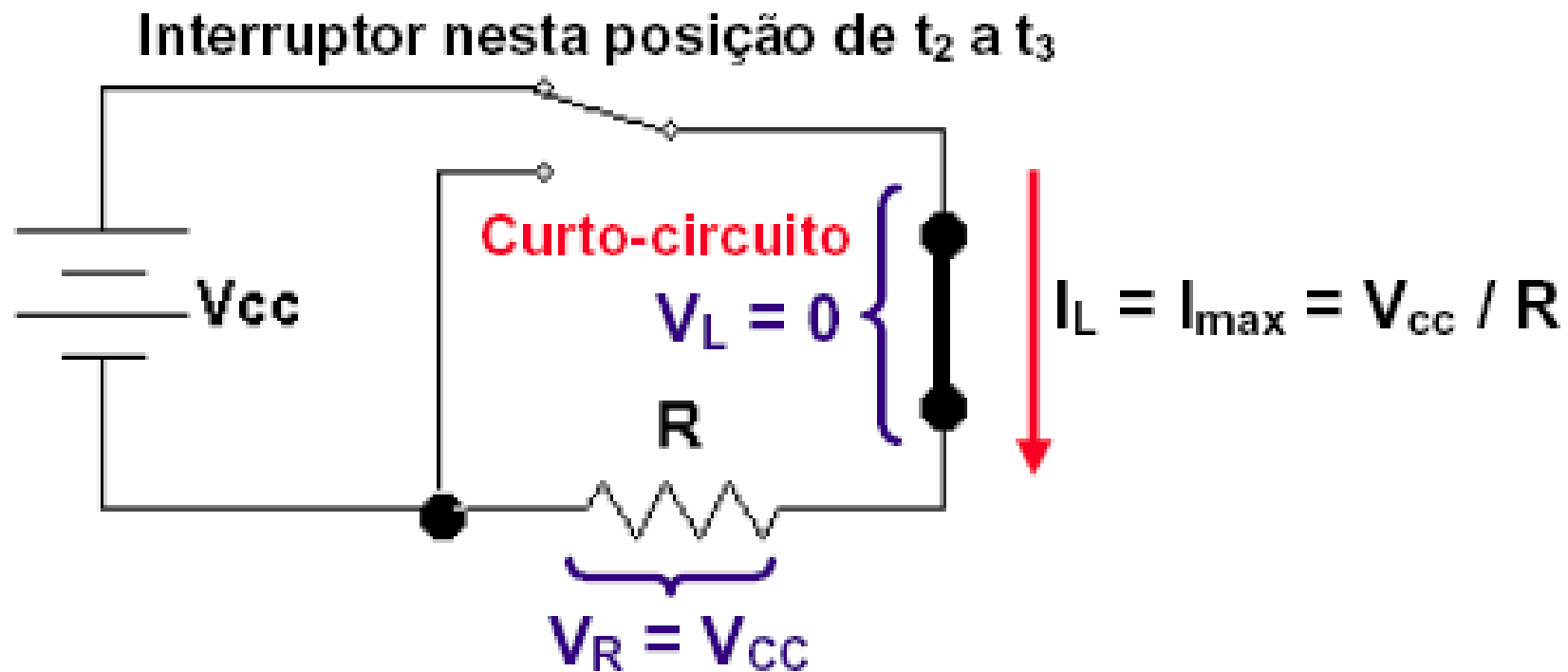
- Instante inicial do transitório de carga: indutor ideal é um circuito aberto.



# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Regime permanente:

- Regime permanente em corrente contínua: indutor ideal é um curto-circuito.

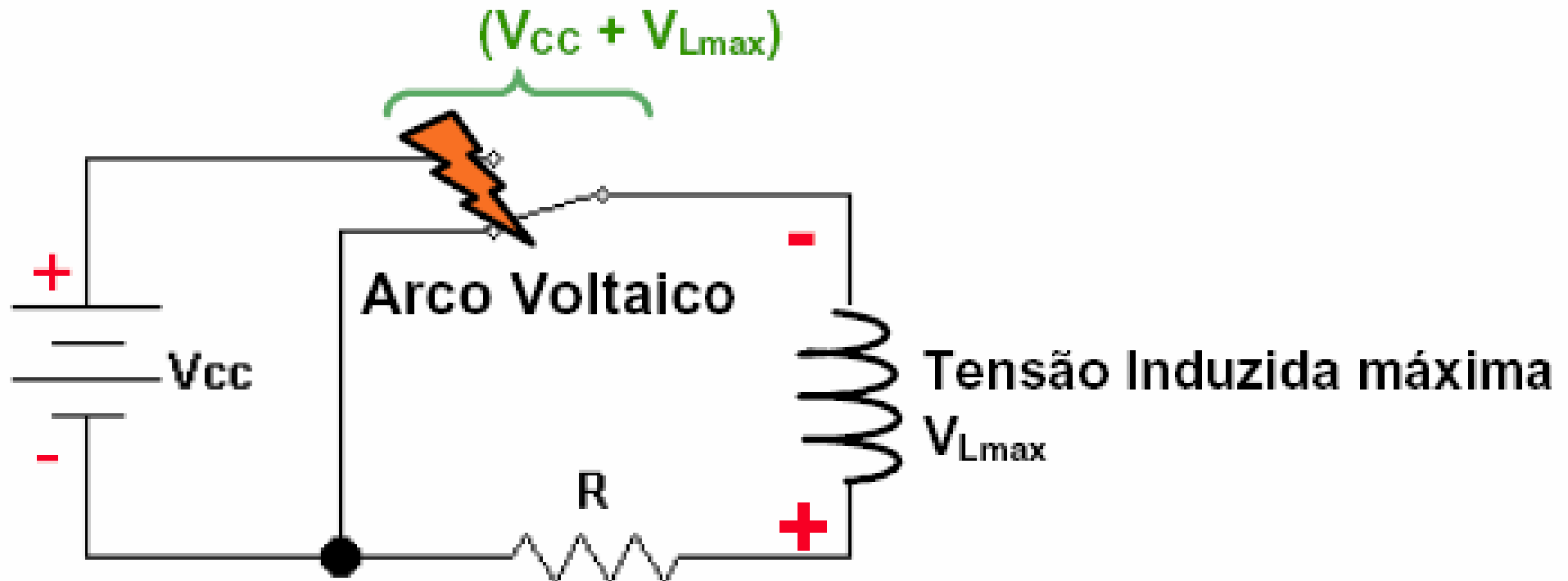


# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Descarga:

- Produção do arco voltaico no instante de abertura de um circuito indutivo.

Sobretensão ao abrir o interruptor em  $t_3$



# Análise matemática do transitório do indutor

Equações do transitório de carga do indutor:

$$v_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$



$$dI_L = \frac{v_L \cdot dt}{L}$$



$$\int dI_L = \int \left( \frac{v_L \cdot dt}{L} \right)$$



$$I_L = \frac{1}{L} \cdot \int_0^t v_L \cdot dt + I_{L0}$$

# Análise matemática do transitório do indutor

**Equações do transitório de carga do indutor:**

$$I_L = \frac{1}{L} \cdot \int_0^t v_L \cdot dt + I_{L0}$$

$I_L$  - corrente no indutor, [Ampère, A]

$v_L$  - tensão (fem) auto-induzida no indutor, [Volt, V];

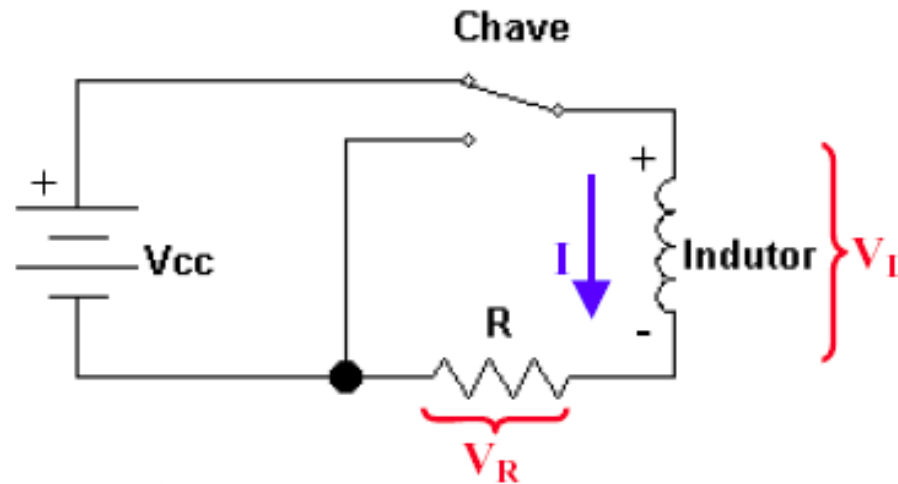
$L$  - indutância, [Henry, H];

$I_{L0}$  - corrente inicial no indutor no instante  $t=0$ , [Ampère, A];

$t$  - instante de tempo, [segundo, s]

# Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:



$$V_L(t) + V_R(t) = V_{CC}$$

$$i(t) = \frac{V_R(t)}{R}$$

$$V_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = V_{CC}$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} = V_{CC} - R \cdot i(t)$$

$$\frac{di(t)}{V_{CC} - R \cdot i(t)} = \frac{dt}{L}$$

# Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:

$$i(t)=i(0)=0 \quad \text{e} \quad i(t)=I$$

$$\int_{I=0}^I \frac{di(t)}{V_{CC} - R \cdot i(t)} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$
$$-\frac{1}{R} \cdot \ln\left(\frac{V_{CC} - R \cdot i(t)}{V_{CC}}\right) = \frac{t}{L}$$

$$i(t) = \frac{V_{CC}}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R \cdot t}{L}}\right)$$

$$i_L(t) = I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-t \cdot \frac{R}{L}}\right)$$

$$I_{\max} = \frac{V_{CC}}{R} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$i_L(t) = I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Análise do circuito de carga do indutor:

Corrente no indutor → 
$$i_L(t) = I_{\max} \cdot \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$i_L(t)$  - corrente instantânea no indutor, [Ampère, A];

$I_{\max}$  - máxima corrente em regime permanente, [Ampère, A];

$t$  - instante de tempo, [segundo, s]

$\tau$  - constante de tempo [segundo, s]

# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Análise do circuito de carga do indutor:

No resistor:

$$i_R(t) = i_L(t) = I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v_R(t) = R \cdot i_R(t)$$

$$v_R(t) = R \cdot I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$V_{CC} - v_L(t) - v_R(t) = 0$$

$$v_R(t) = V_{CC} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v_L(t) = V_{CC} - v_R(t) = V_{CC} - \left[ V_{CC} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \right] = V_{CC} - V_{CC} + V_{CC} \cdot e^{-t/\tau}$$

# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Análise do circuito de carga do indutor:

No resistor:

$$v_L(t) = V_{CC} \cdot e^{-t/\tau}$$

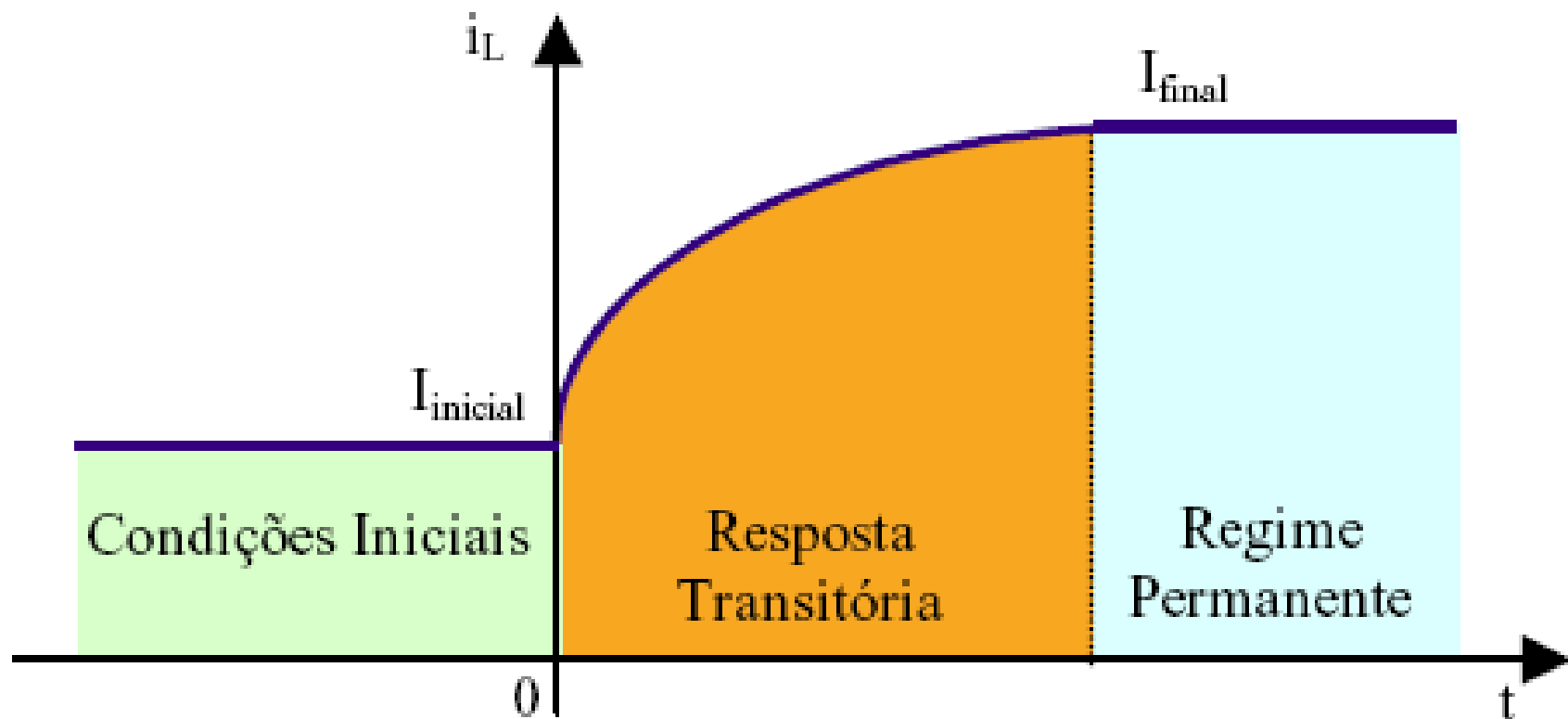
$$i_R(\tau) = i_L(\tau) = I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-1}\right) = I_{\max} \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$
$$i_R(\tau) = i_L(\tau) = 0,63 \cdot I_{\max}$$

Se houverem condições iniciais:

$$i_L(t) = I_i + (I_f - I_i) \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

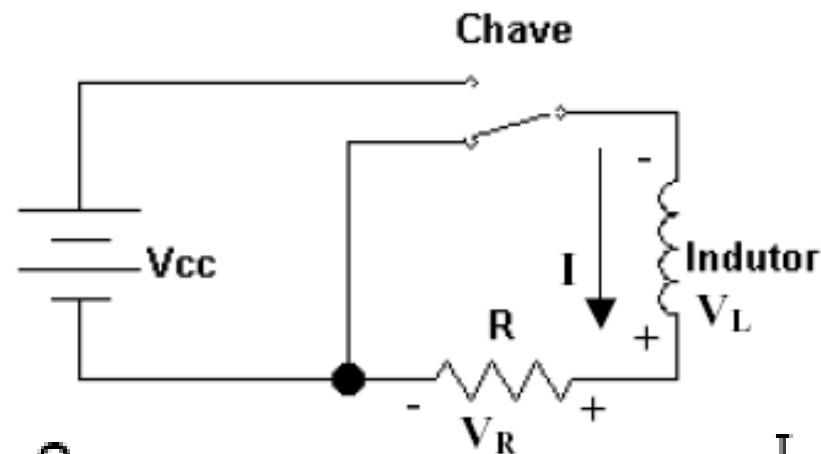
# Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de carga do indutor:



# Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de descarga do indutor:



$$i(t) = I_{\max}$$

$$t = 0$$

$$i(t) = I$$

$$V_L(t) - V_R(t) = 0$$

$$-L \cdot \frac{di(t)}{dt} - R \cdot i(t) = 0$$

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} = -R \cdot i(t)$$

$$\int_{I_{\max}}^I L \cdot \frac{di(t)}{dt} = - \int_0^t R \cdot i(t)$$

$$\int_{I_{\max}}^I \frac{di(t)}{i(t)} = - \frac{R}{L} \cdot \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_{\max}}\right) = - \frac{R}{L} \cdot t$$

# Transitório de carga e descarga de um indutor

Análise do circuito de descarga do indutor:

$$\left( \frac{I}{I_{\max}} \right) = e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$I = I_{\max} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = i(t)$$

$$i_L(t) = I_{\max} \cdot e^{-t/\tau'}$$

$$\tau' = \frac{L}{R_{\text{desc}}}$$

$$i_R(t) = i_L(t)$$

$$v_R(t) = R \cdot I_{\max} \cdot e^{-t/\tau'} = V_{CC} \cdot e^{-t/\tau'}$$

$$v_L(t) = -v_R(t)$$

$$v_L(t) = -V_{CC} \cdot e^{-t/\tau'}$$

# Transitório de carga e descarga de um indutor

## Constante de tempo:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$\tau$  - constante de tempo do circuito, em segundos (s)

L - indutância, em Henrys (H).

R - resistência da malha em análise, em Ohms ( $\Omega$ ).

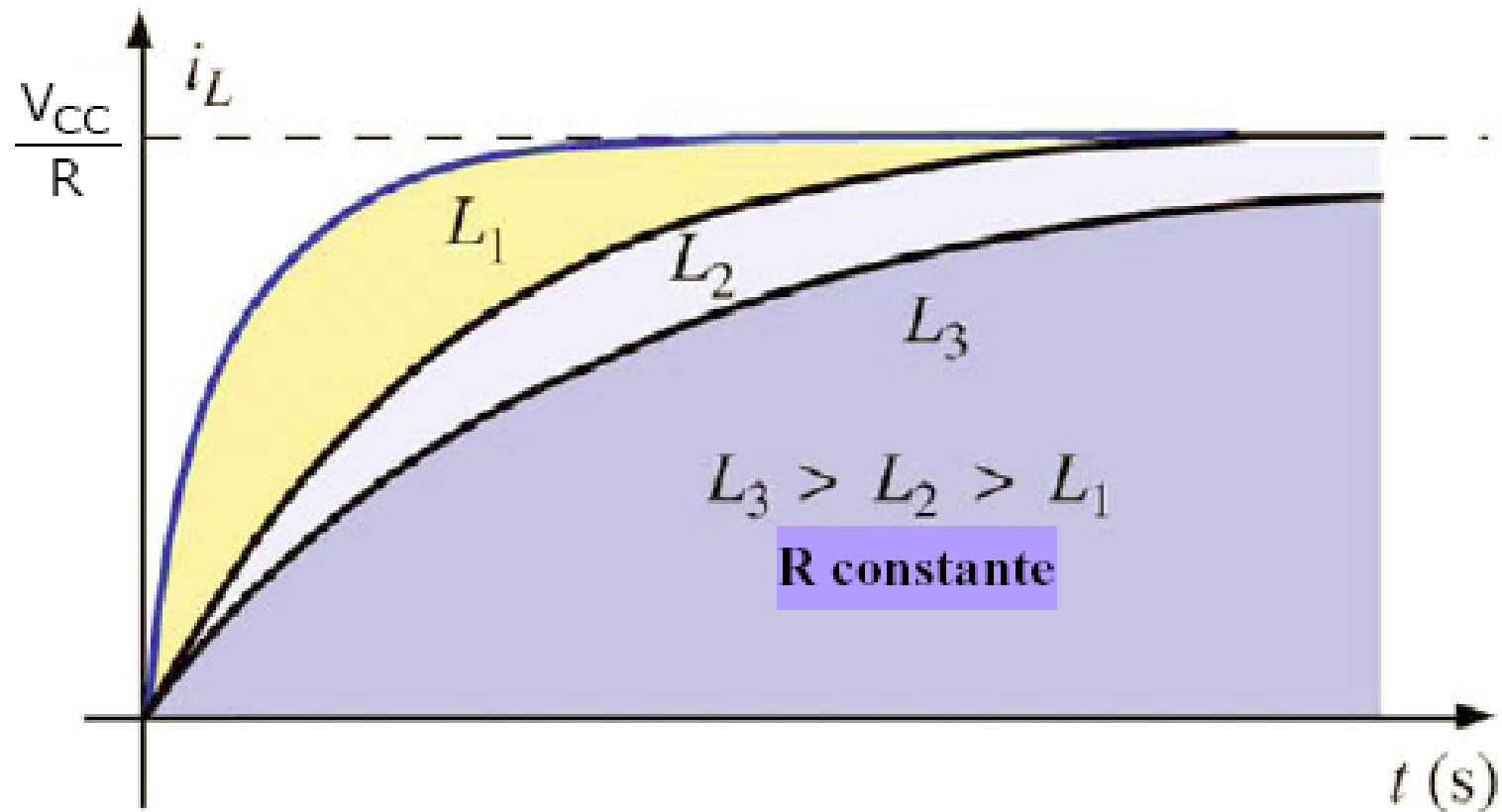
$$v_L = L \cdot \frac{dI}{dt} \longrightarrow$$

$$L = \frac{v_L}{dI/dt}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\frac{v_L}{dI/dt}}{R} = \frac{v_L}{\frac{dI}{dt} \cdot R} \Rightarrow \frac{V}{\frac{A \cdot \Omega}{s}} = \frac{V}{V} \cdot s = s$$

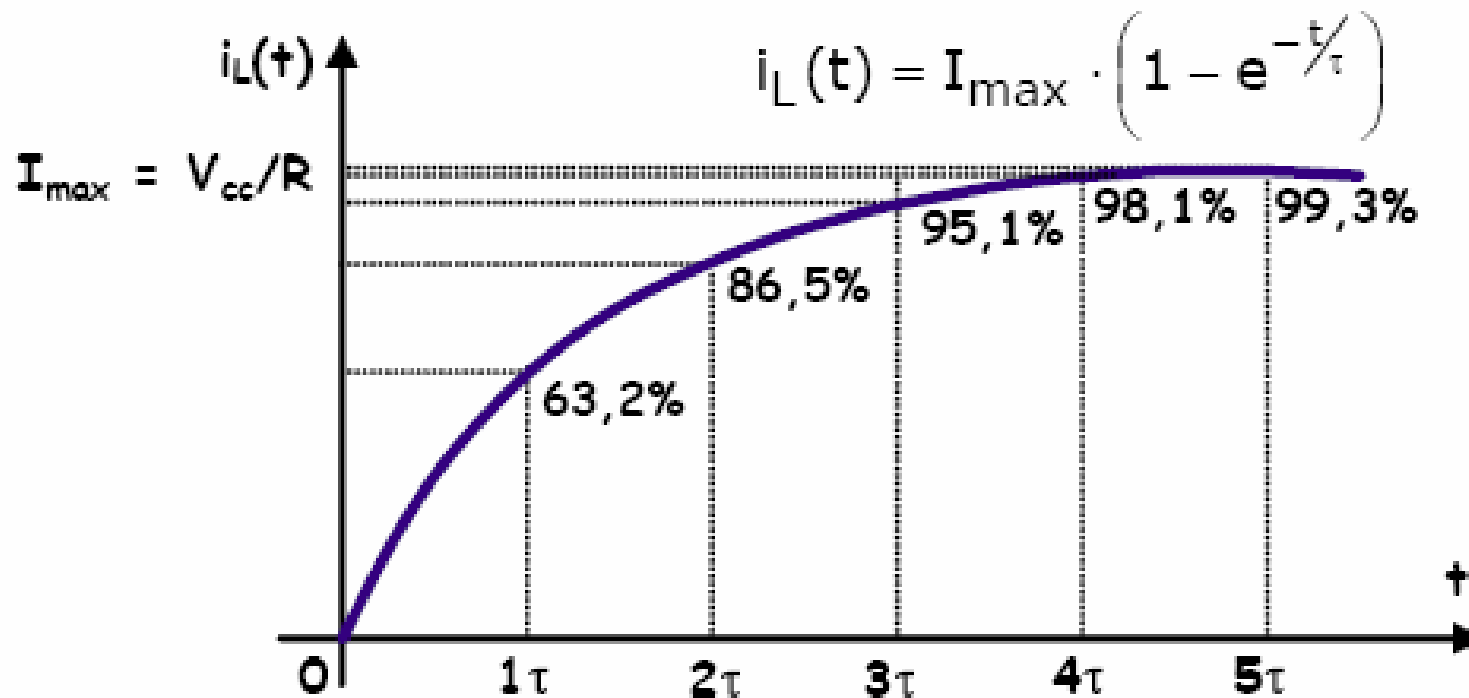
# Transitório de carga e descarga de um indutor

Comportamento do indutor:



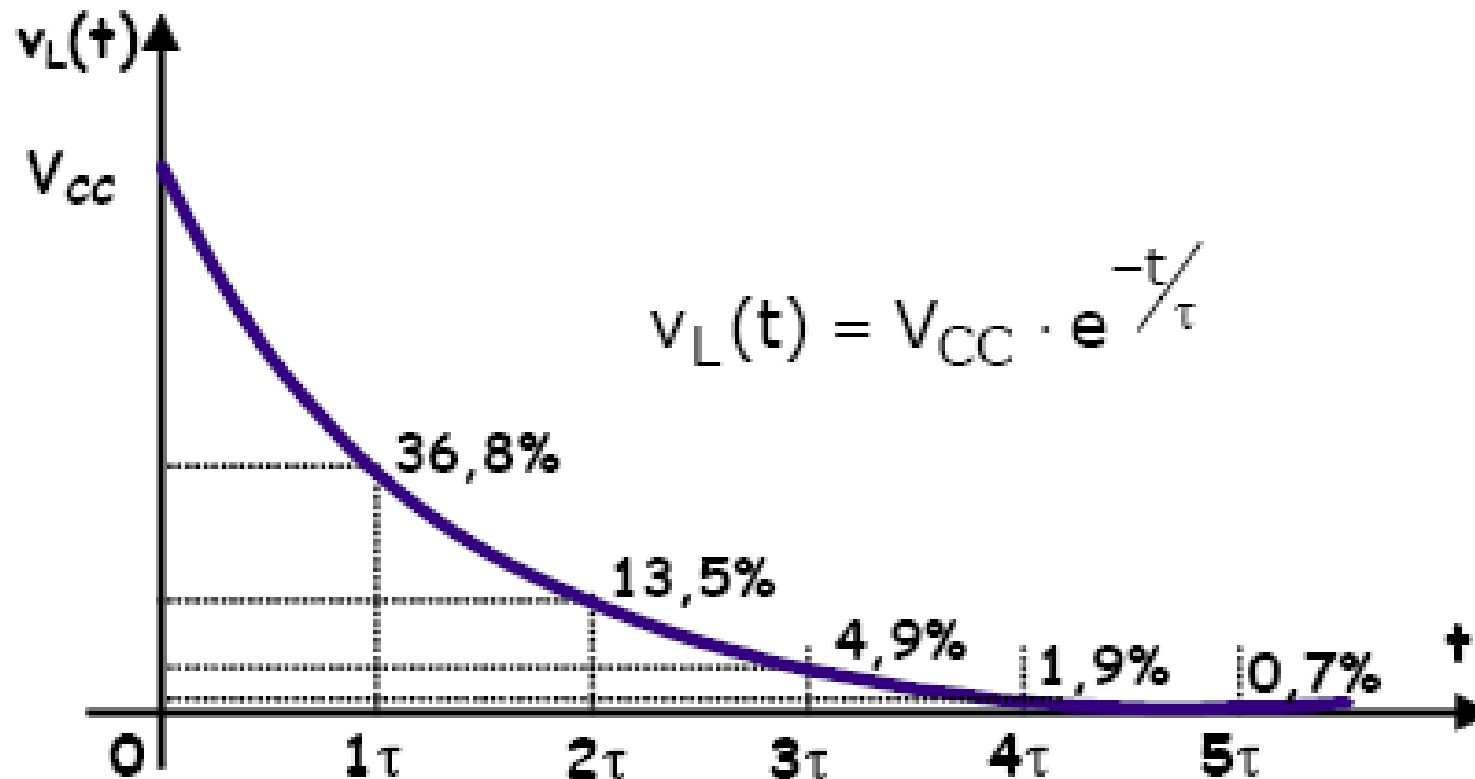
# Transitório de carga e descarga de um indutor

Comportamento do indutor:



# Transitório de carga e descarga de um indutor

Comportamento do indutor:



# Transitório de carga e descarga de um indutor

Energia armazenada no campo magnético:

$$P = I \cdot V = I \cdot \left( L \cdot \frac{dI}{dt} \right)$$

$$E_n = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

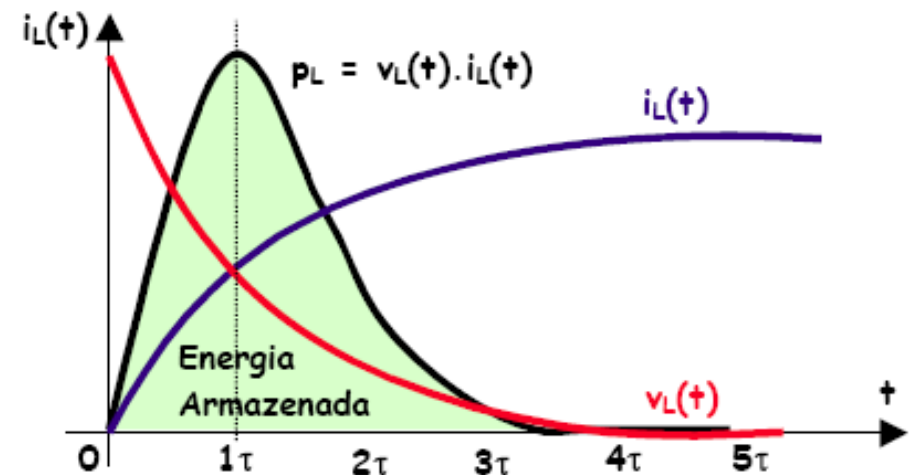
$$d\omega = P \cdot dt = I \cdot \left( L \cdot \frac{dI}{dt} \right) \cdot dt$$

$$d\omega = L \cdot I \cdot dI$$

$$\omega = \int_0^I L \cdot I \cdot dI = L \cdot \int_0^I I \cdot dI$$

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = E_n$$

$E_n$  - energia armazenada no campo magnético do indutor, [Joule, J];  
 $L$  - indutância da bobina indutora, [Henry, H].  
 $I$  - intensidade da corrente elétrica na bobina, [Ampère, A].



# Na próxima aula

---

## **Seqüência de conteúdos:**

1. Transitórios em indutores;
2. Simulação de circuitos (PSIM).