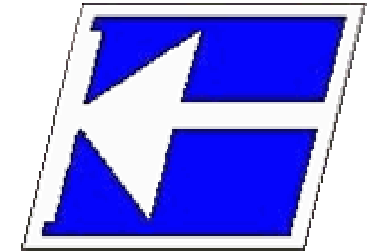


Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina

Departamento de Eletrônica

Retificadores

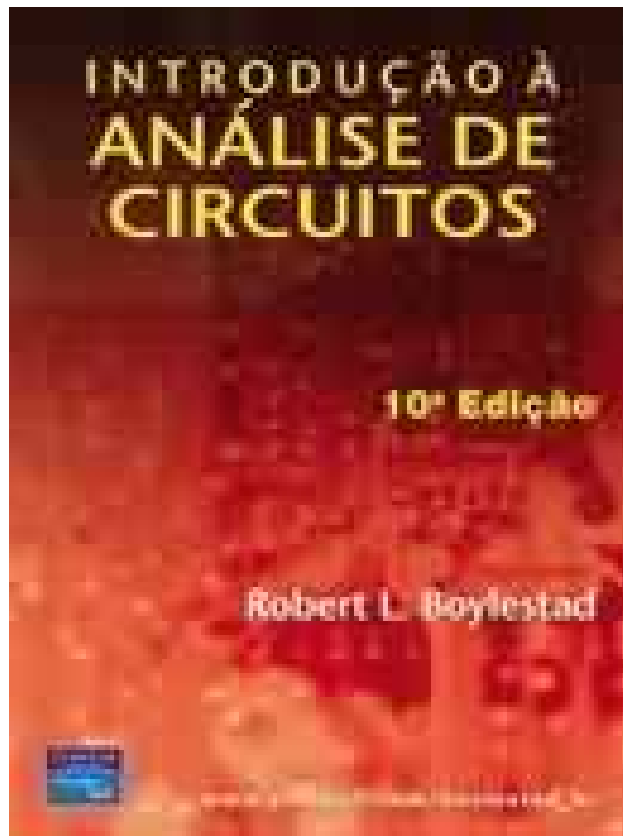


Parâmetros da forma de onda senoidal

Clóvis Antônio Petry, professor.

Florianópolis, abril de 2007.

Bibliografia para esta aula



Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina
Gerência Educacional de Eletrônica



Prof. Fernando Luiz Rosa Mussoi

Terceira Edição

Florianópolis - Março, 2006.

Nesta aula

Seqüência de conteúdos:

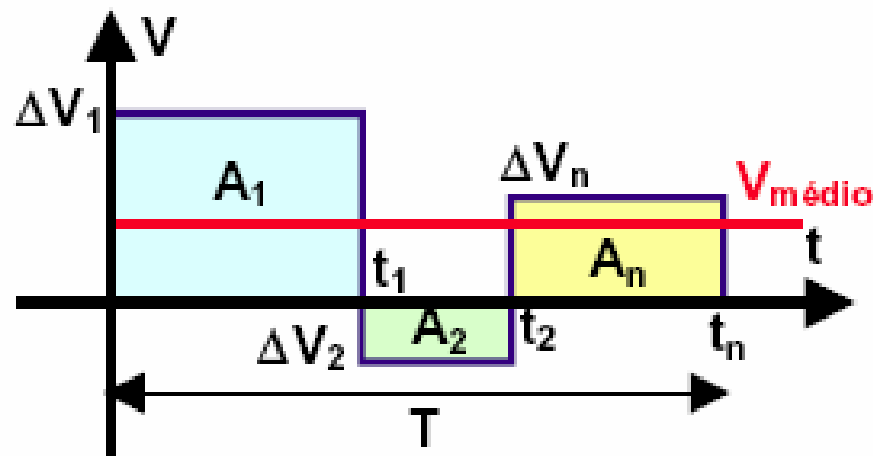
1. Valor médio;
2. Valor eficaz;
3. Fator de forma;
4. Fase inicial e defasagem angular.

Valor médio

Valor médio:

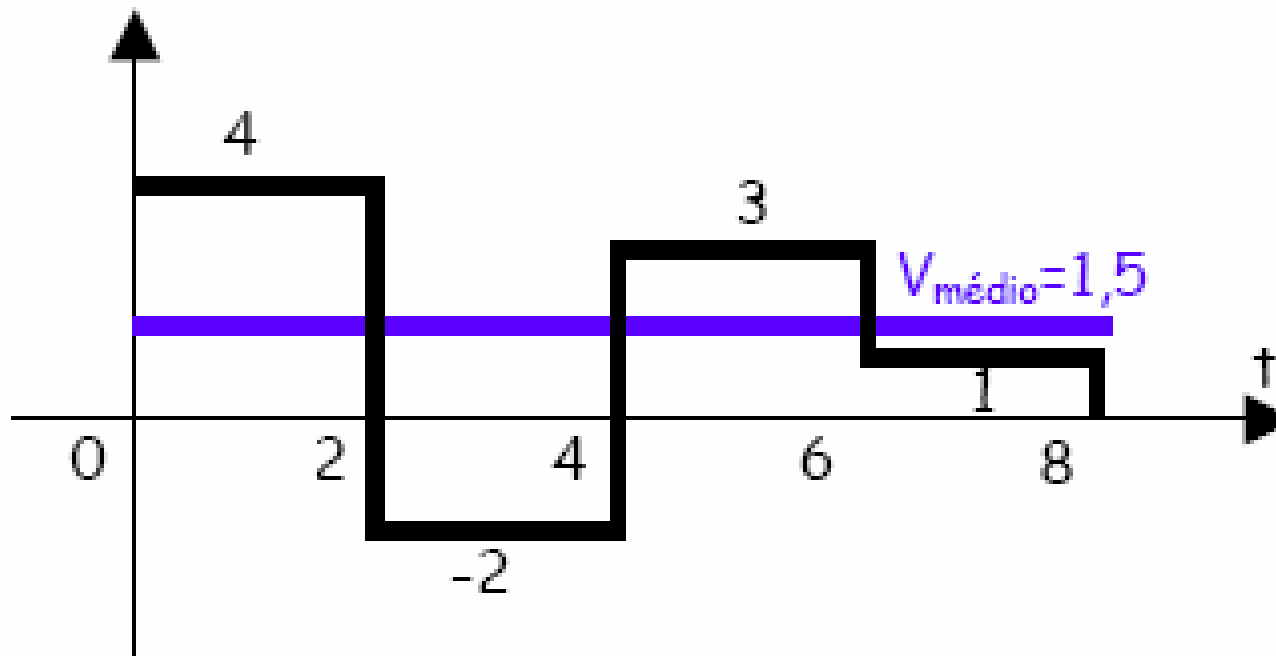
O valor médio de uma função representa o resultado líquido da variação de uma grandeza física como deslocamento, temperatura, tensão, corrente, etc.

$$V_{\text{med}} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n} \quad \longrightarrow \quad V_{\text{med}} = \frac{\sum A}{T} = \frac{\sum (\Delta V_n \cdot \Delta t_n)}{T}$$



Valor médio

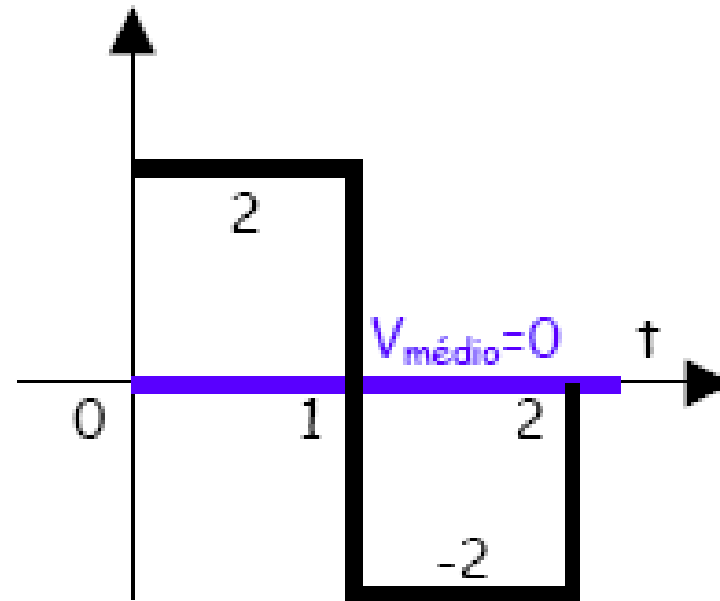
Exemplo:



$$V_{\text{médio}} = \frac{(4 \times 2) + (-2 \times 2) + (3 \times 2) + (1 \times 2)}{8} = \frac{8 - 4 + 6 + 2}{8} = \frac{12}{8} = 1,5$$

Valor médio

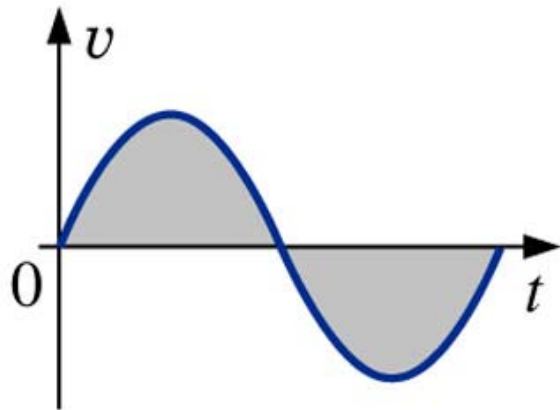
Exemplo:



$$V_{\text{médio}} = \frac{(2 \times 1) + (-2 \times 1)}{2} = \frac{2 - 2}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Valor médio

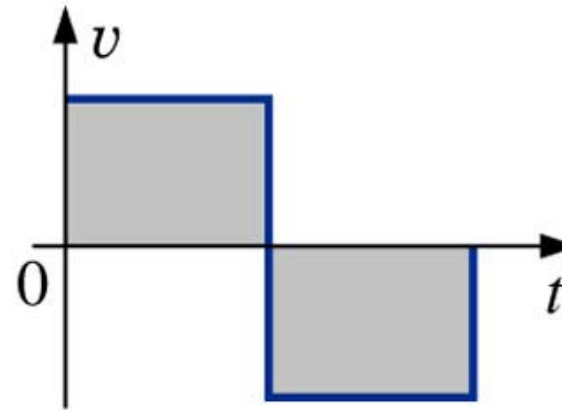
Valor médio para funções contínuas:



Sinusoidal



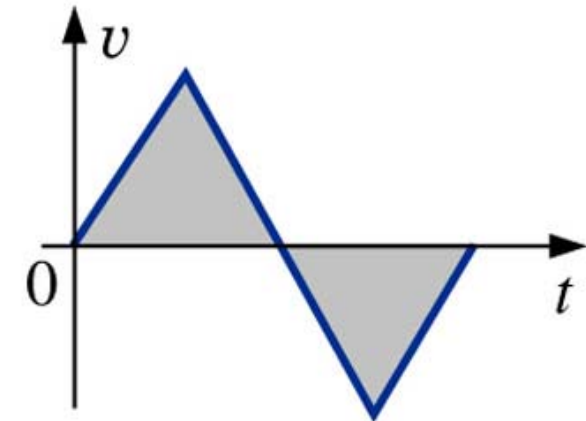
Contínua



Square wave



Descontínua



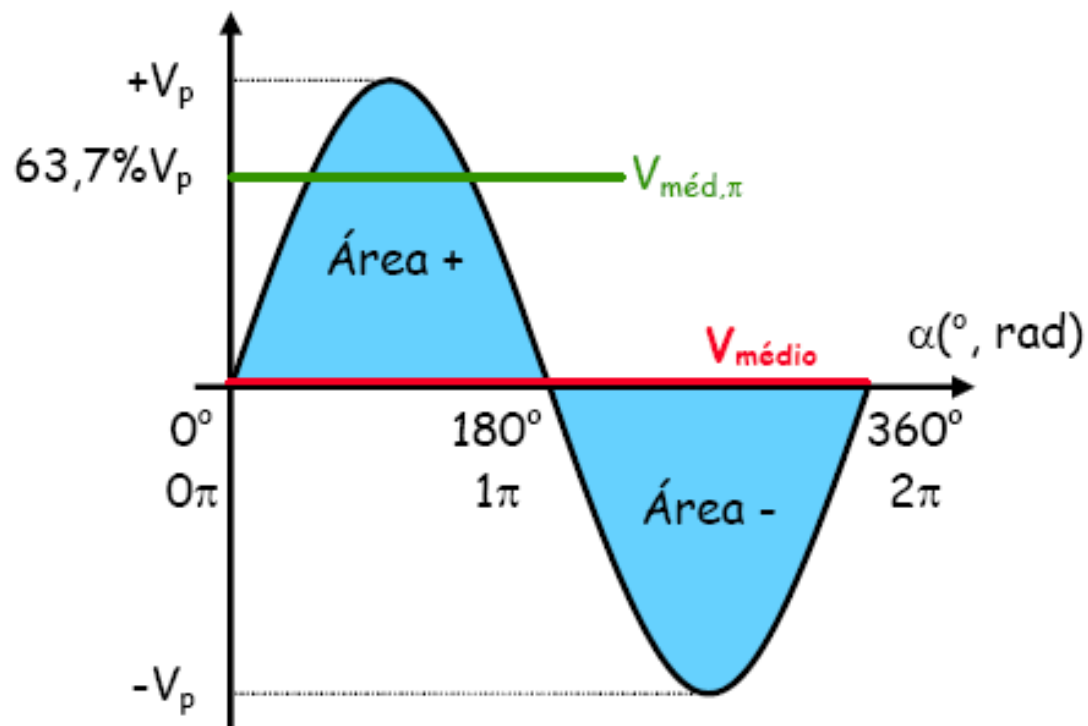
Triangular wave



Descontínua

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:

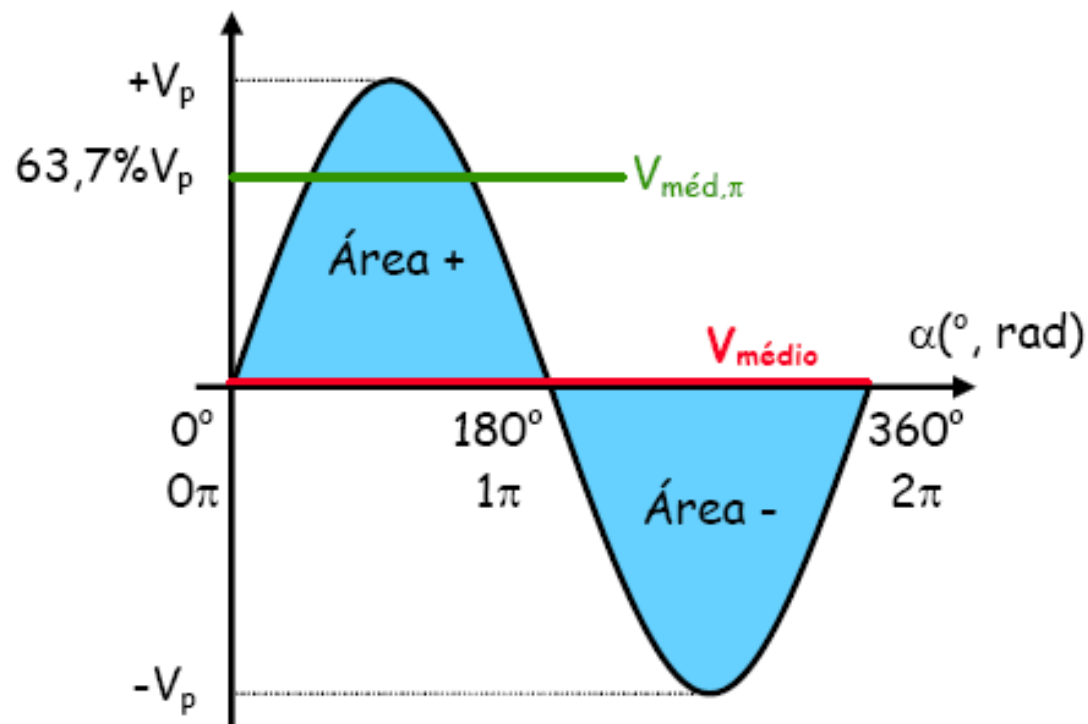


$$V_{med} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_i}^{t_f} v(t) \cdot dt$$

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:

$$\begin{aligned} V_{\text{med}} &= \frac{1}{T} \cdot \int_{t_i}^{t_f} v(t) \cdot dt = \frac{1}{\omega T} \cdot \int_{\omega t_i}^{\omega t_f} v(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} V_p \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{V_p}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \text{sen}(\omega t) \cdot d\omega t = \\ &= \frac{V_p}{2\pi} [-\cos(\omega t)]_0^{2\pi} = \frac{V_p}{2\pi} \cdot [-\cos(2\pi) + \cos(0)] = \frac{V_p}{2\pi} \cdot [-1 + 1] = 0 \end{aligned}$$

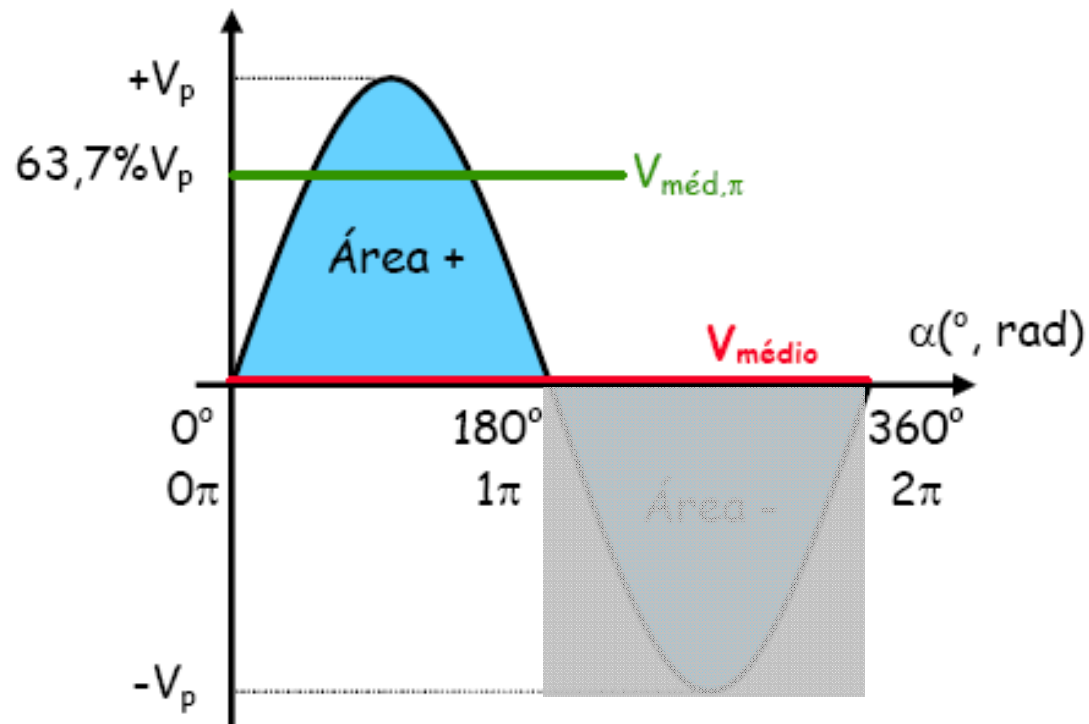


$$V_{\text{med}} = 0$$

Valor médio

Valor médio para funções contínuas:

$$V_{\text{med},\pi} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot dt = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} V_p \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{V_p}{\pi} \cdot [-\cos(\omega t)]_0^{\pi} = \frac{2 \cdot V_p}{\pi}$$



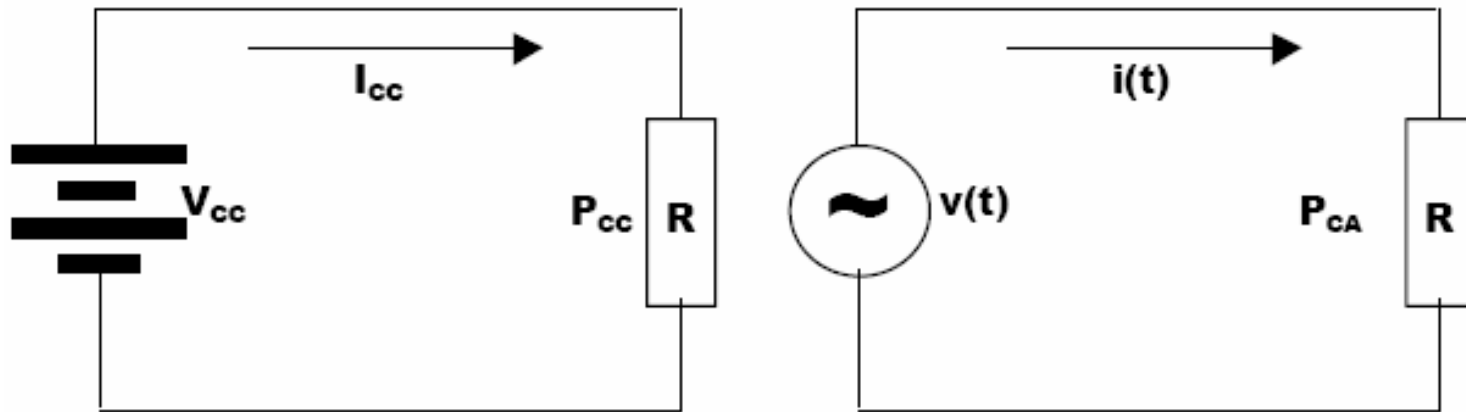
$$V_{\text{med},\pi} = \frac{2 \cdot V_p}{\pi} = 0,637 \cdot V_p$$

↑
Para meio semiciclo

Valor eficaz

Valor eficaz:

O valor eficaz de uma função representa a capacidade de produção de trabalho efetivo de uma grandeza variável no tempo entre as excursões positivas e negativas de uma função.



Valor eficaz

Para funções não periódicas



$$V_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i)^2}{n}}$$

Para funções periódicas

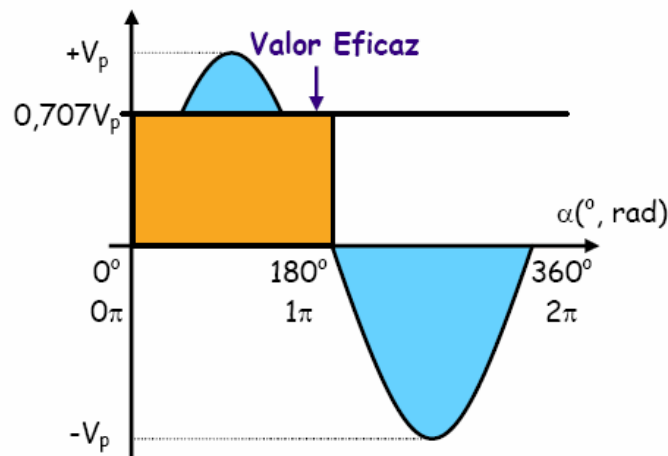


$$V_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_i}^{t_f} v(t)^2 \cdot dt}$$

Valor eficaz

Função periódica senoidal:

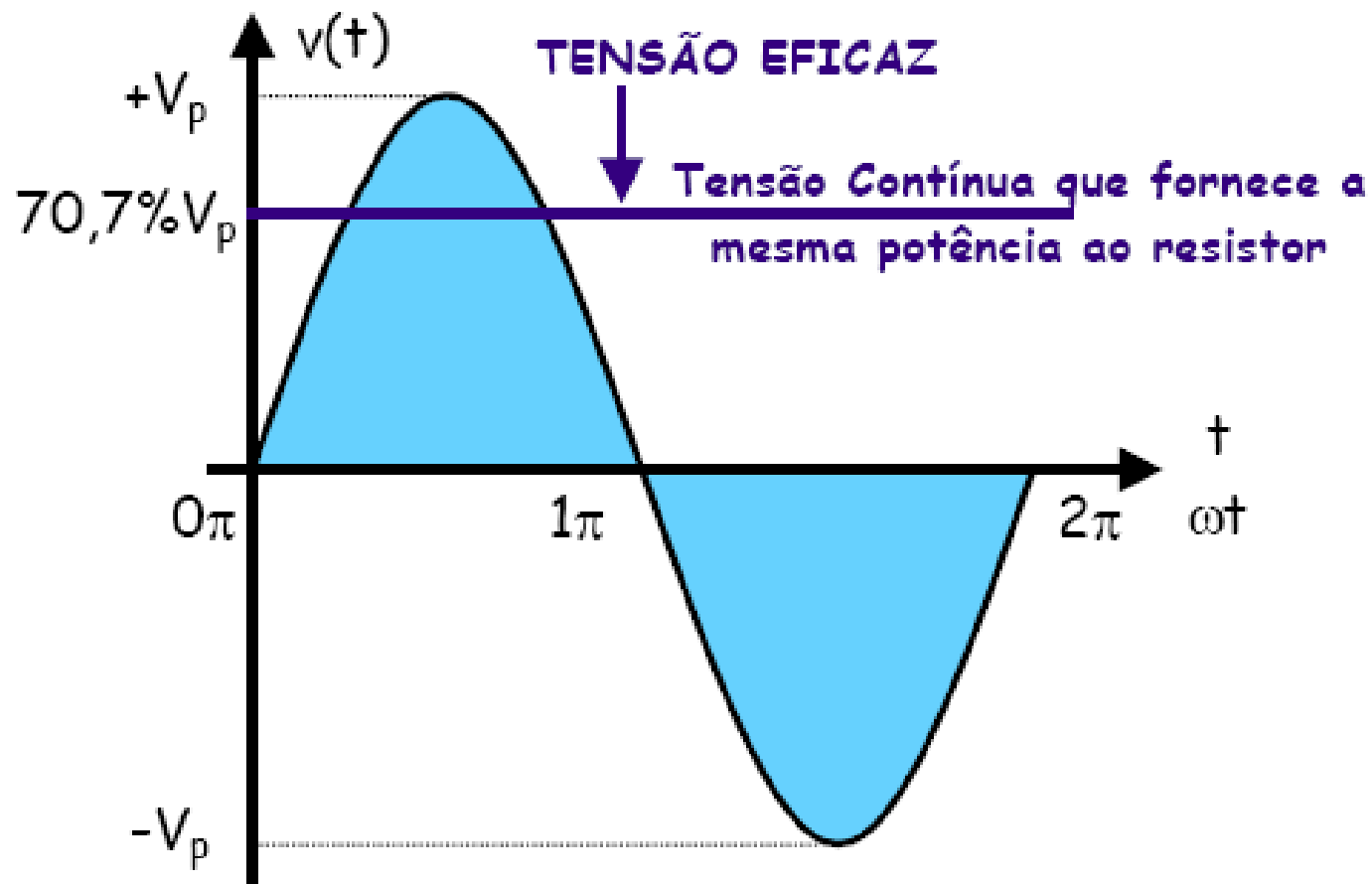
$$\begin{aligned} V_{\text{ef}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_i}^{t_f} v(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{\omega T} \cdot \int_{\omega t_i}^{\omega t_f} v(\omega t)^2 \cdot d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_p^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t) \cdot d\omega t} = \sqrt{\frac{V_p^2}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \text{sen}^2(\omega t) \cdot d\omega t} = \\ &= \sqrt{\frac{V_p^2}{2\pi} \left[\frac{\omega t}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{4} \right]_0^{2\pi}} = \sqrt{\frac{V_p^2}{2\pi} \left[\frac{2\pi}{2} - \frac{\cos 4\pi}{4} - \frac{0}{2} + \frac{\cos 0}{4} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{V_p^2}{2\pi} \left[\frac{2\pi}{2} \right]} = \sqrt{\frac{V_p^2}{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



$$V_{\text{ef}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot V_p$$

Valor eficaz

Função periódica senoidal:



Valor eficaz

Importante:

- O valor eficaz também é conhecido como Valor RMS, do inglês *root mean square* (valor quadrático médio);
- Os instrumentos comuns de medição em corrente alternada (voltímetros, amperímetros e multímetros) fornecem valores eficazes **somente para sinais senoidais**;
- Para medir o valor eficaz de uma forma de onda de tensão (ou de corrente) não perfeitamente senoidal deverá ser usado um voltímetro (ou amperímetro) mais sofisticado, conhecido como *True RMS (Eficaz Verdadeiro)* que é capaz de fazer a integração da forma de onda e fornecer o valor eficaz exato para qualquer forma de onda.
- Para uma forma de onda contínua constante (de tensão ou corrente, por exemplo) o valor eficaz é igual ao valor médio.

Fator de forma

Fator de forma:

O fator de forma de uma onda é definido pela relação entre o valor eficaz e o valor médio dessa onda.

$$K = \frac{V_{\text{ef}}}{V_{\text{med},\pi}}$$

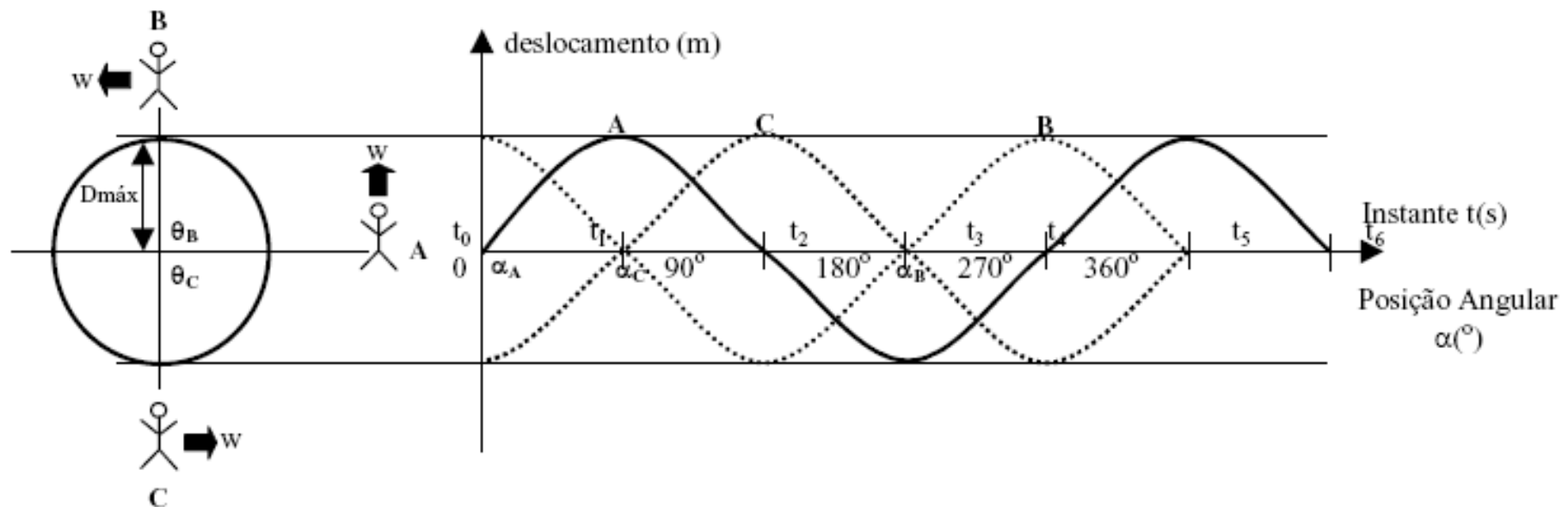
Para uma onda senoidal:

$$K_{\text{sen}} = \frac{V_{\text{ef}}}{V_{\text{med},\pi}} = \frac{\frac{V_p}{\sqrt{2}}}{\frac{2 \cdot V_p}{\pi}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot V_p} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$K_{\text{sen}} = 1,11$$

Fase inicial e defasagem angular

Exemplo, 3 corredores numa pista:



Corredor A \longrightarrow $C_A(t) = D_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t)$

Corredor B \longrightarrow $C_B(t) = D_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$

Corredor C \longrightarrow $C_C(t) = D_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$

Fase inicial e defasagem angular

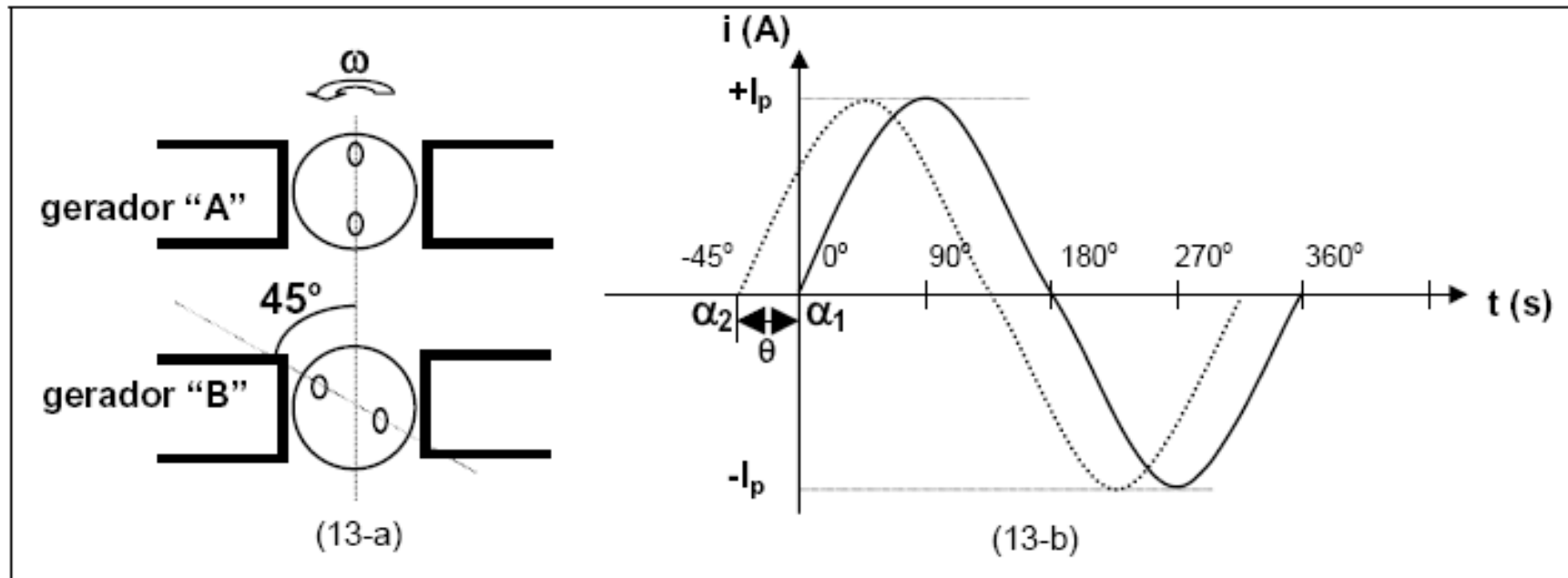
Defasagem angular:

É a medida em radianos ou graus que indica quanto uma função senoidal está deslocada no tempo (defasada) uma relação a outra tomada como referência, e é dada pela diferença entre os ângulos de fases iniciais diferentes.

$$\phi_{x,\text{ref}} = \theta_x - \theta_{\text{ref}}$$

- Se ϕ for positivo: x está adiantada da referência
- Se ϕ for negativo: x está atrasada da referência

Fase inicial e defasagem angular



$$i_1(t) = V_p \text{ sen } (\omega t + 0^\circ)$$

$$i_2(t) = V_p \text{ sen } (\omega t + 45^\circ)$$

Fase inicial e defasagem angular

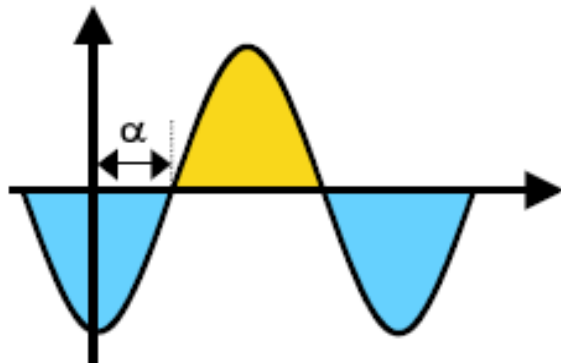
Para uma tensão ou corrente instantânea:

$$v(t) = V_p \cdot \text{sen} (\omega t + \theta_V)$$

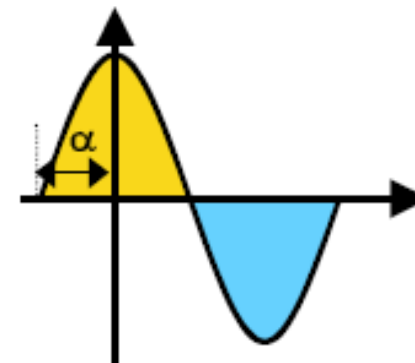
$$i(t) = I_p \cdot \text{sen} (\omega t + \theta_I)$$

Podemos dizer que o ângulo de fase inicial θ é o ângulo α da posição angular no qual inicia um semiciclo positivo da forma de onda senoidal, com sinal trocado.

$$\theta = -\alpha$$



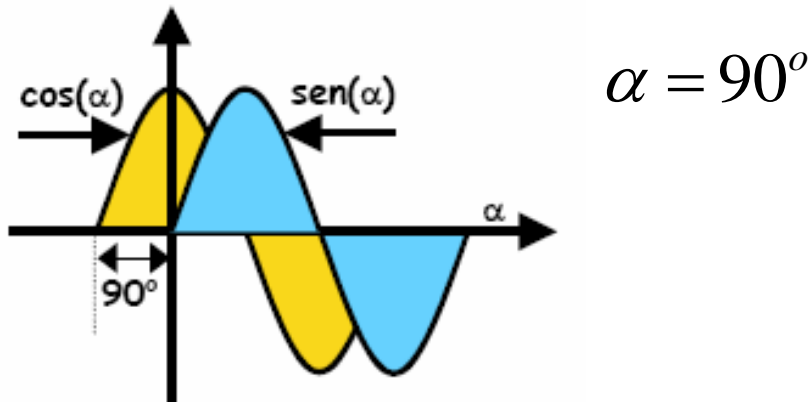
α atrasado



α adiantado

Fase inicial e defasagem angular

coseno adiantado em relação ao seno



As formas de onda podem estar:

- Em fase: quando as formas de onda cortam o eixo x no mesmo ponto;
- Defasadas: quando as formas de onda cortam o eixo x em pontos diferentes.

E ainda:

- Adiantada: semiciclo positivo começa à esquerda da origem;
- Atrasada: semiciclo positivo começa à direita da origem;
- Defasagem: diferença entre os ângulos de fase de duas senóides.

Fase inicial e defasagem angular

$$v_1(t) = 200.\text{sen}(\omega t + 45^\circ)$$

$$i_2(t) = 15,0.\text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

Posição Angular:
ângulo em radianos

Defasagem Angular:
ângulo em graus

Fase inicial e defasagem angular

Exemplo 3.9.1: Determine a defasagem entre os sinais:

$v_1(t) = 100 \cdot \text{sen}(100t)$ \Rightarrow tensão tomada como referência (sem fase inicial)

$v_2(t) = 40 \cdot \text{sen}(100t - 60^\circ)$ \Rightarrow tensão v_2 atrasada 60° em relação a tensão v_1 :

$$\phi = \theta_2 - \theta_1 = -60 - 0 = -60^\circ$$

$i_3(t) = 2 \cdot \text{sen}(\omega t + 45^\circ)$ \Rightarrow corrente i_3 adiantada 45° em relação a v_1 :

$$\phi = \theta_3 - \theta_1 = 45 - 0 = +45^\circ$$

Questão: A corrente $i_3(t)$ está atrasada ou adiantada em relação à tensão $v_2(t)$?

Na próxima aula

Seqüência de conteúdos:

1. Aula de laboratório sobre parâmetros de uma forma de onda.