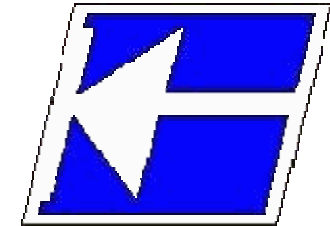


Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina
Departamento de Eletrônica
Retificadores



Números Complexos e Conversão de Formas

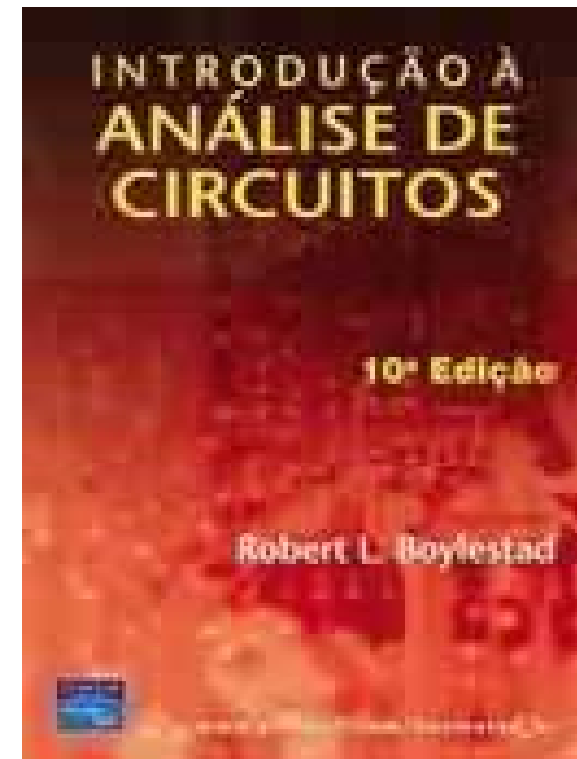
Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, agosto de 2007.

Bibliografia para esta aula

Capítulo 14: Os Dispositivos Básicos e os Fasores

1. Números complexos;
2. Forma retangular;
3. Forma polar;
4. Conversão de formas.

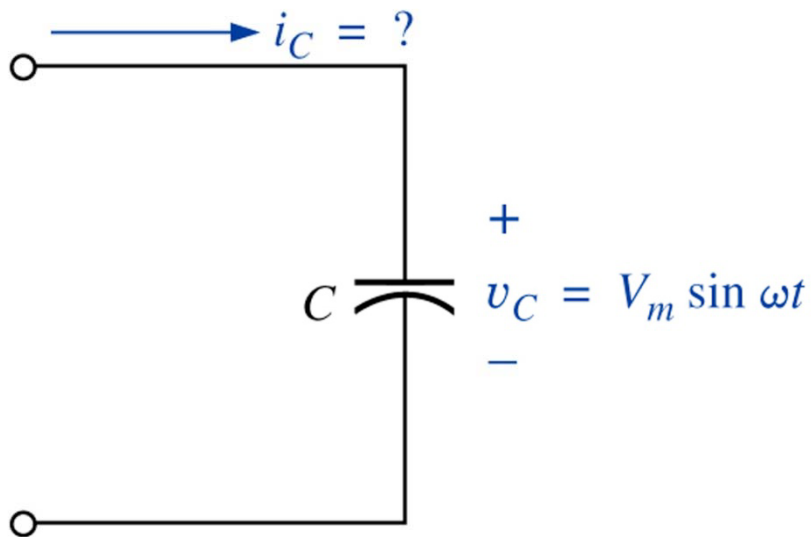


Nesta aula

Seqüência de conteúdos:

1. Revisão;
2. Números complexos;
3. Forma retangular;
4. Forma polar;
5. Conversão de formas.

Resposta do capacitor em CA



Para uma dada tensão:

$$v_C(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$i_C(t) = C \frac{d(v_C(t))}{dt}$$

$$i_C(t) = C \frac{d(V_m \cdot \text{sen}(\omega t))}{dt}$$

$$i_C(t) = \omega \cdot C \cdot V_m \cdot \text{cos}(\omega t)$$

$$I_m = \omega \cdot C \cdot V_m$$

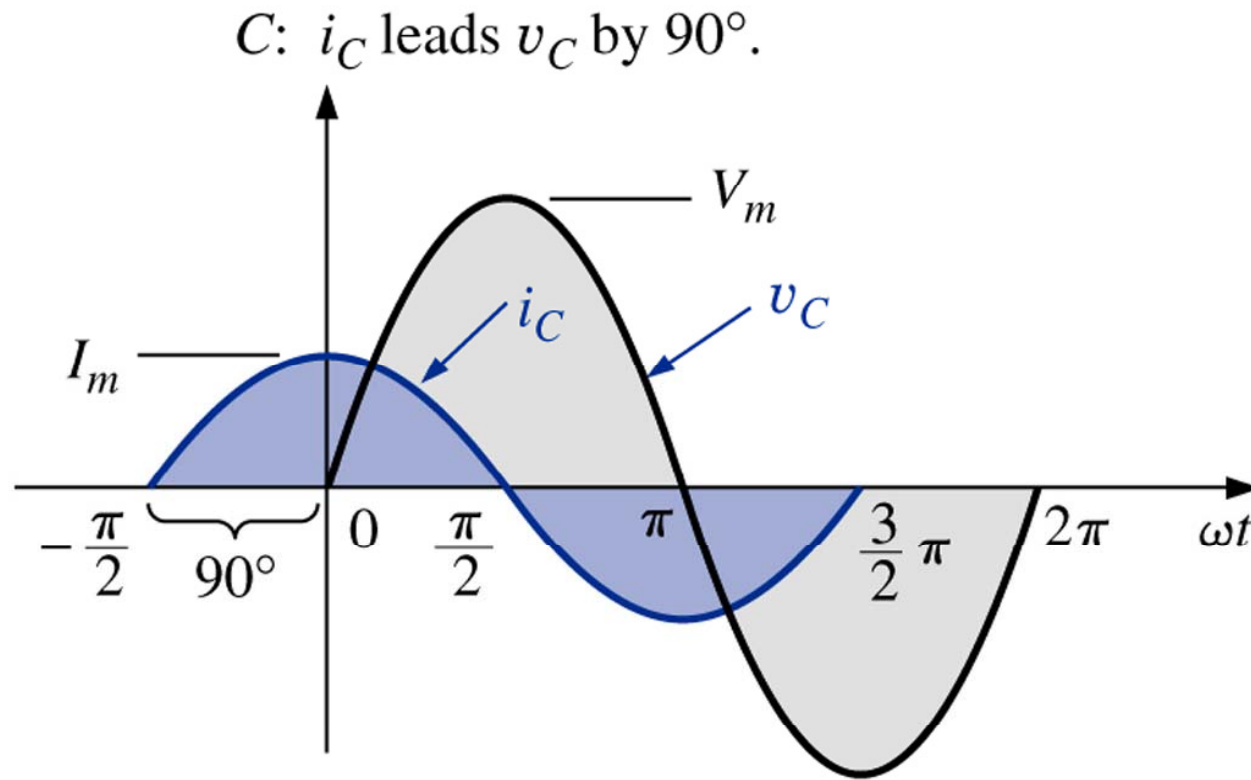
$$i_C(t) = I_m \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

$$i_C(t) = C \frac{d(v_C(t))}{dt}$$

Relação $v \times i$ no capacitor

Resposta do capacitor em CA

Para um capacitor, i_C está adiantada 90° em relação a v_C . Em outras palavras, v_C está atrasada 90° em relação a i_C .



Comportamento de R, L e C com a frequência

R

Resistor

$$X_L = \omega \cdot L$$

Indutor

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Capacitor

Frequência

Elemento

$f \Rightarrow 0 \text{ Hz}$	R	$X_L = 2\pi \cdot 0 = 0 \Omega$	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 0 \cdot C} = \frac{1}{0} = \infty \Omega$
$f \Rightarrow \infty \text{ Hz}$	R	$X_L = 2\pi \cdot \infty = \infty \Omega$	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot \infty \cdot C} = \frac{1}{\infty} = 0 \Omega$

Potência média em CA

Considerando que em determinado elemento se tenha:

$$v(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v) \quad i(t) = I_m \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

A potência será:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v) \cdot I_m \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = V_m \cdot I_m \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v) \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_i)$$

Após usar identidades trigonométricas e algumas manipulações:

$$p(t) = \left[\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(\theta_v - \theta_i) \right] - \left[\frac{V_m I_m}{2} \cdot \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) \right]$$

Valor fixo

Valor que varia no tempo

Potência média em CA

No resistor:

$$\theta = \theta_v - \theta_i = 0^\circ \quad \text{Defasagem entre tensão e corrente}$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(0) = V_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{V_m I_m}{2}$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R} \quad P = V_{ef} \cdot I_{ef} = V_{ef} \cdot \frac{V_{ef}}{R} = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

$$V_{ef} = R \cdot I_{ef} \quad P = V_{ef} \cdot I_{ef} = R \cdot I_{ef} \cdot I_{ef} = R \cdot I_{ef}^2$$

Potência média em CA

No indutor:

Defasagem entre tensão e corrente

$$\theta = \theta_v - \theta_i = 0 - (-90^\circ) = 90^\circ$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

A potência média ou potência dissipada por um indutor ideal (sem resistência associada) é zero.

Potência média em CA

No capacitor:

Defasagem entre tensão e corrente

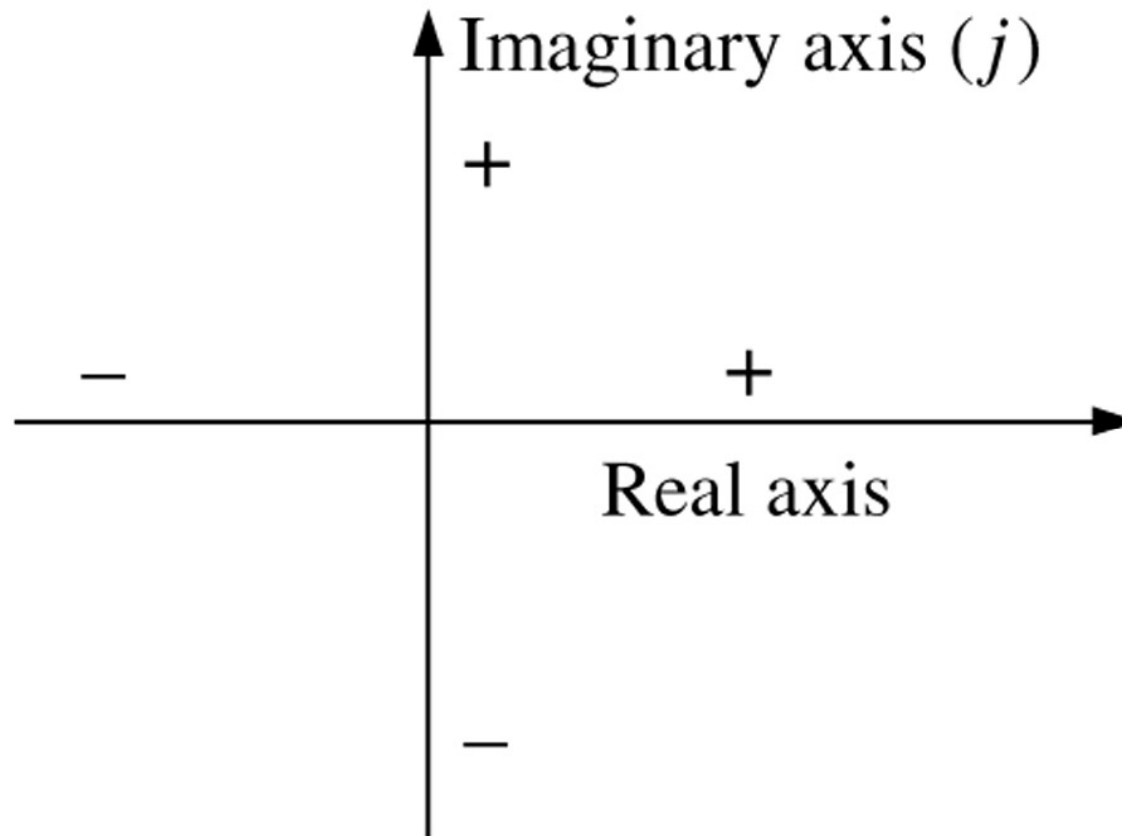
$$\theta = \theta_v - \theta_i = 0 - (+90^\circ) = -90^\circ$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(-90^\circ) = 0 \text{ W}$$

A potência média ou potência dissipada por um capacitor ideal (sem resistência associada) é zero.

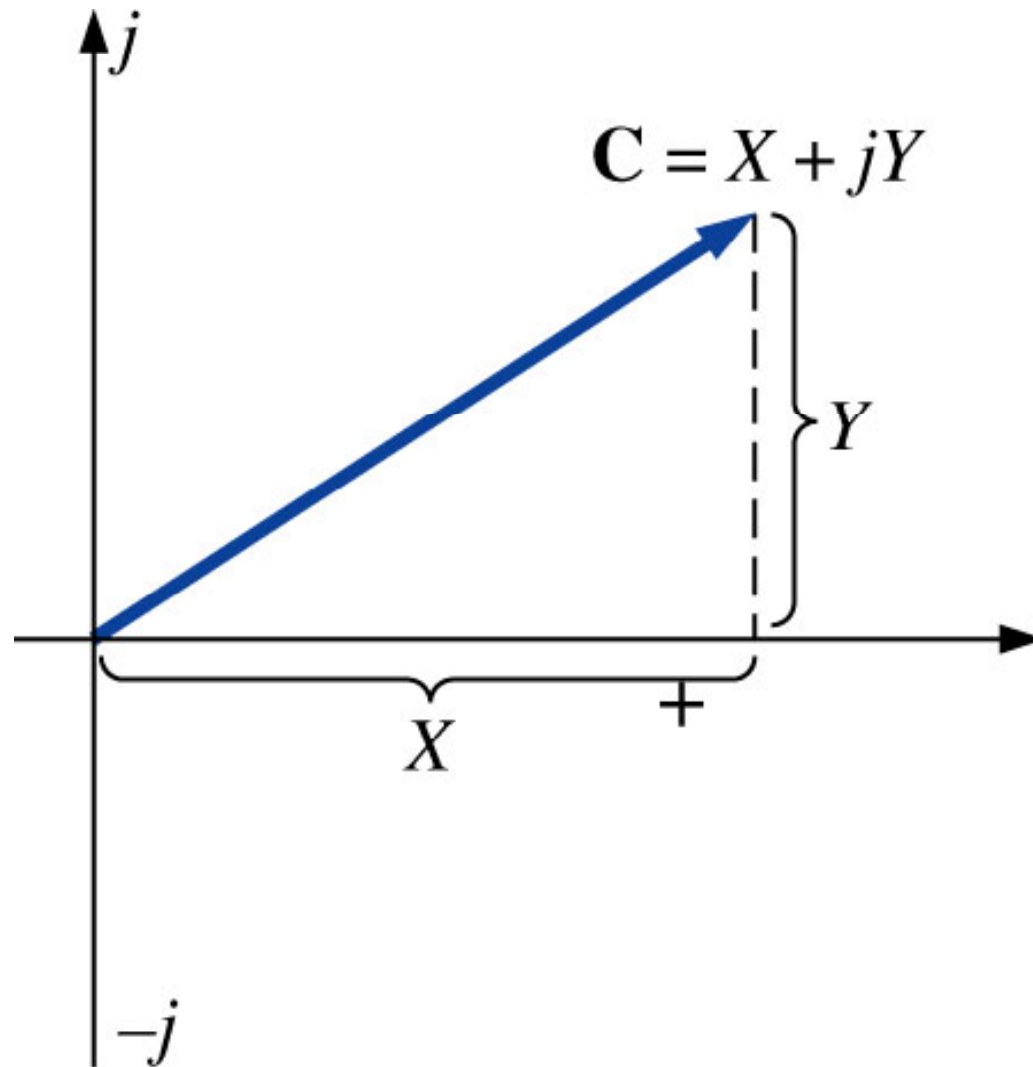
Números complexos

Um número complexo pode ser representado por um ponto num plano, referido a um sistema de eixos cartesianos.



Forma retangular

$$C = X + j \cdot Y$$



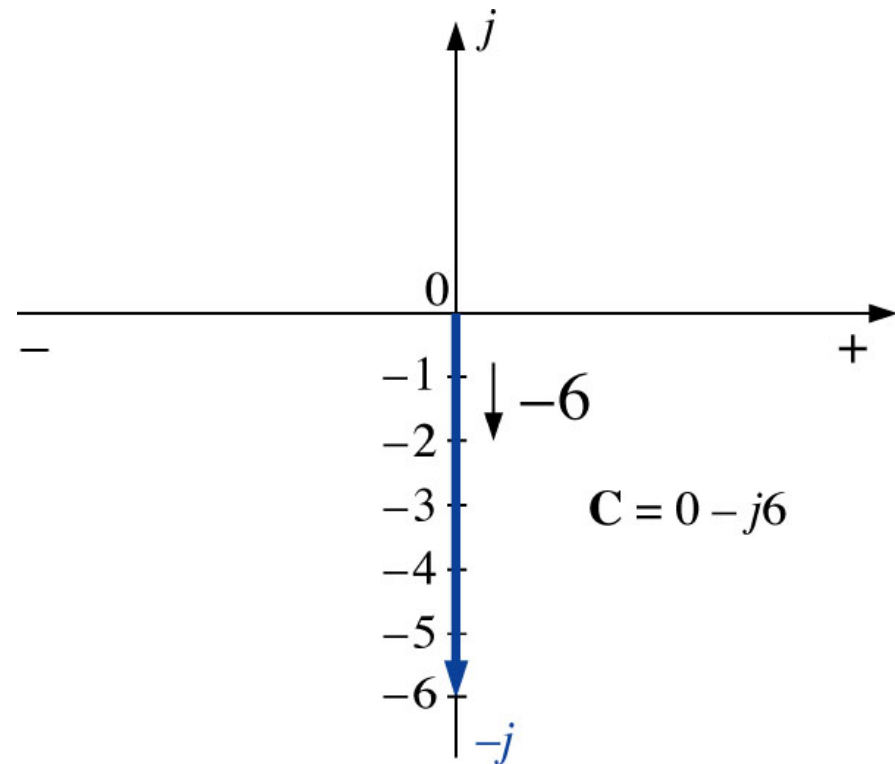
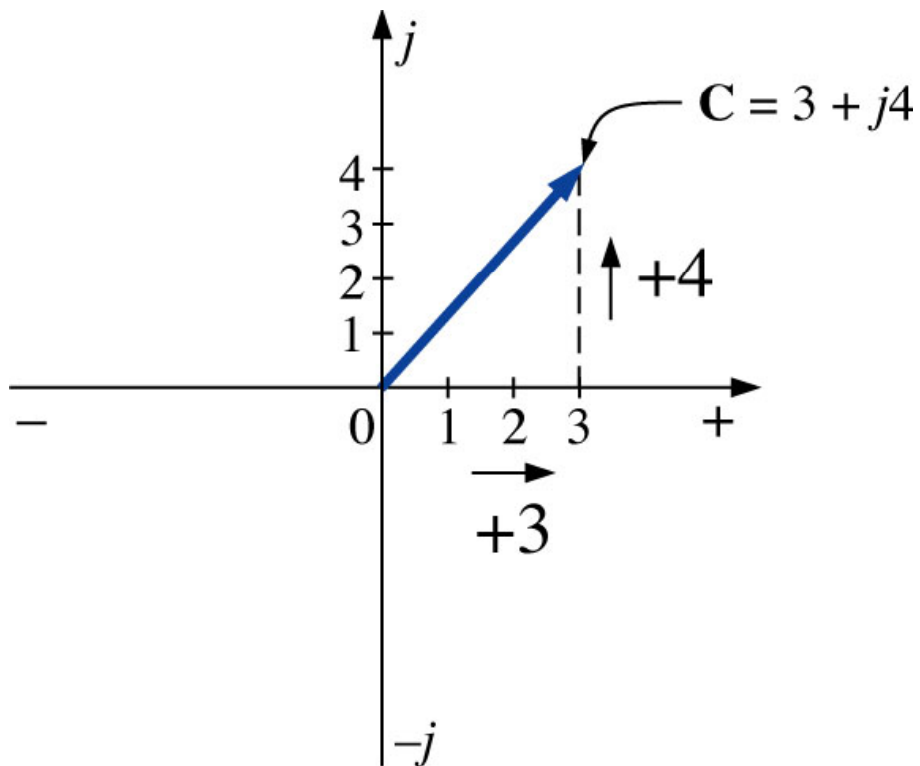
Forma retangular

Exemplo 14.13: Represente os seguintes números no plano complexo:

a) $C = 3 + j4$

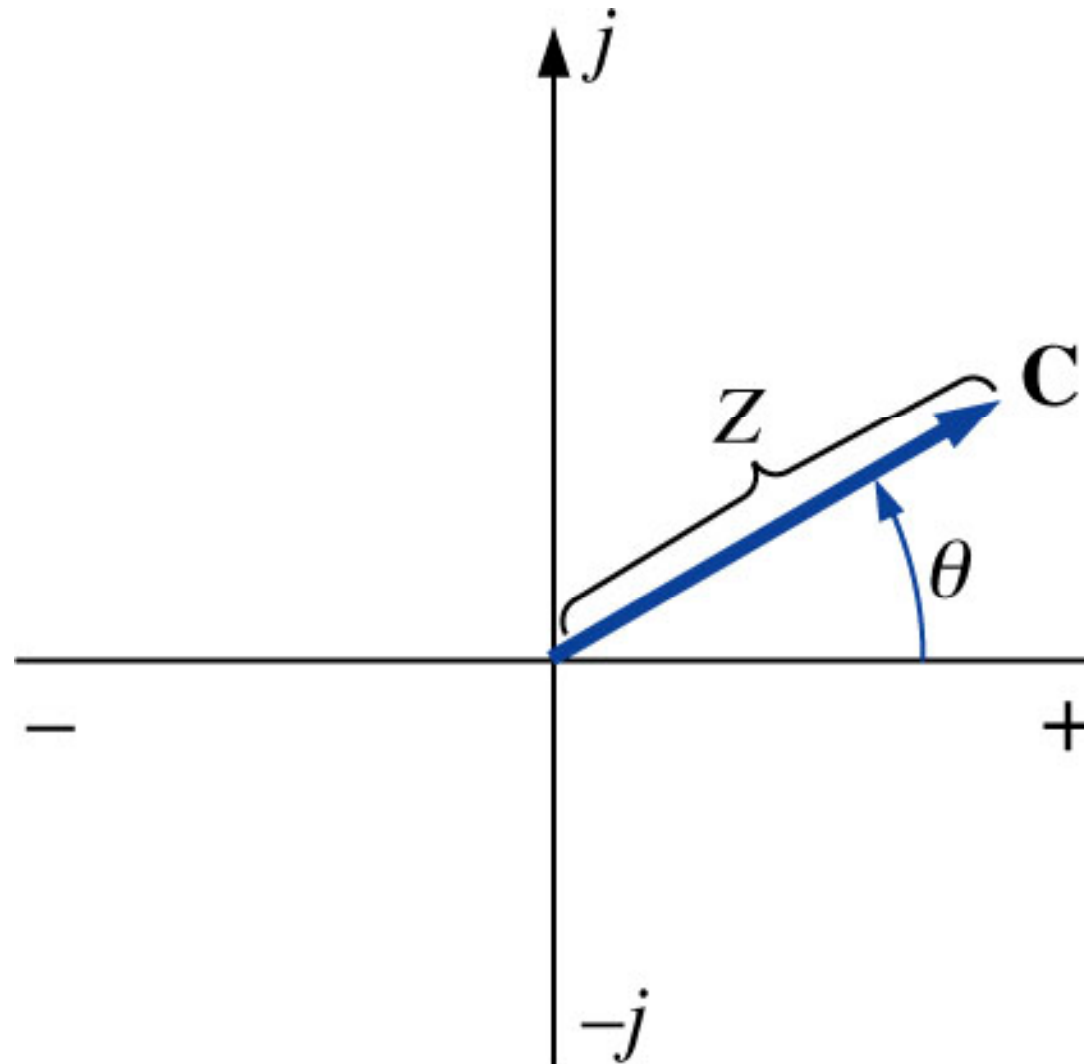
b) $C = 0 - j6$

c) $C = -10 - j20$



Forma polar

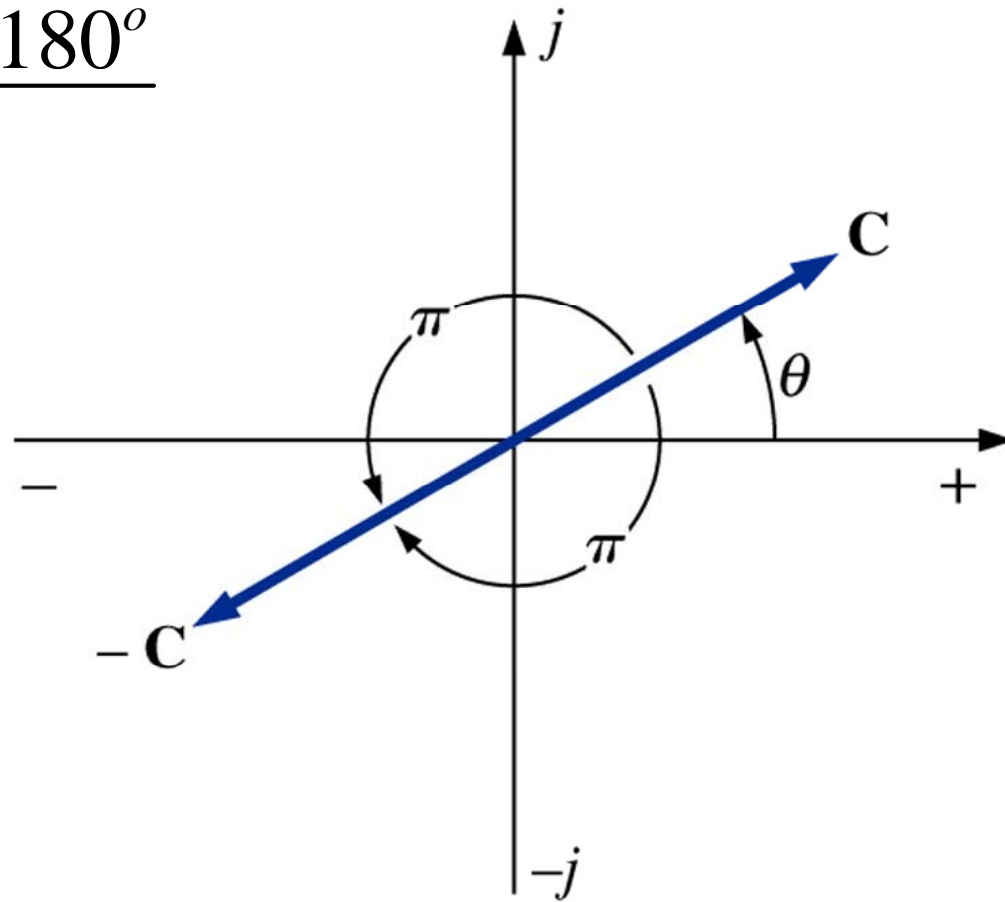
$$C = Z \angle \theta$$



Forma polar

Efeito do sinal negativo:

$$-C = -Z|\theta = Z|\theta \pm 180^\circ$$



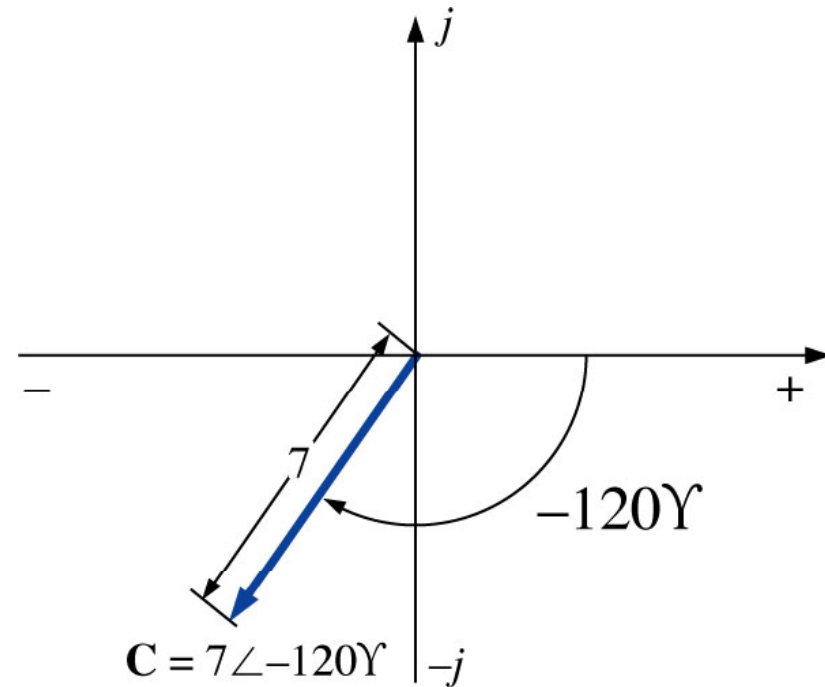
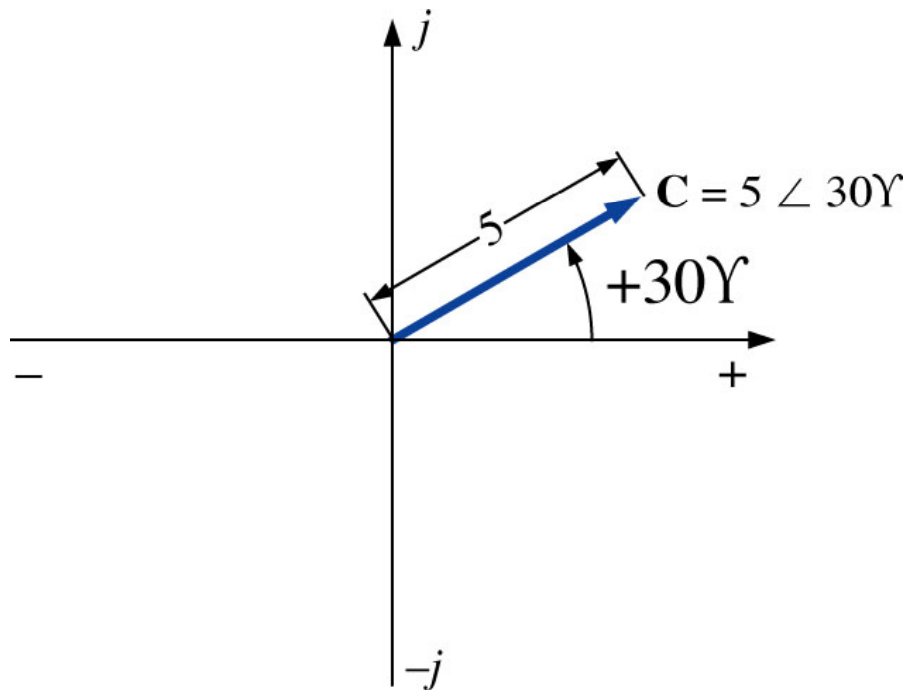
Forma polar

Exemplo 14.14: Represente os seguintes números no plano complexo:

a) $C = 5 \angle 30^\circ$

b) $C = 7 \angle -120^\circ$

c) $C = -4,2 \angle 60^\circ$



Conversão entre formas

Retangular para polar

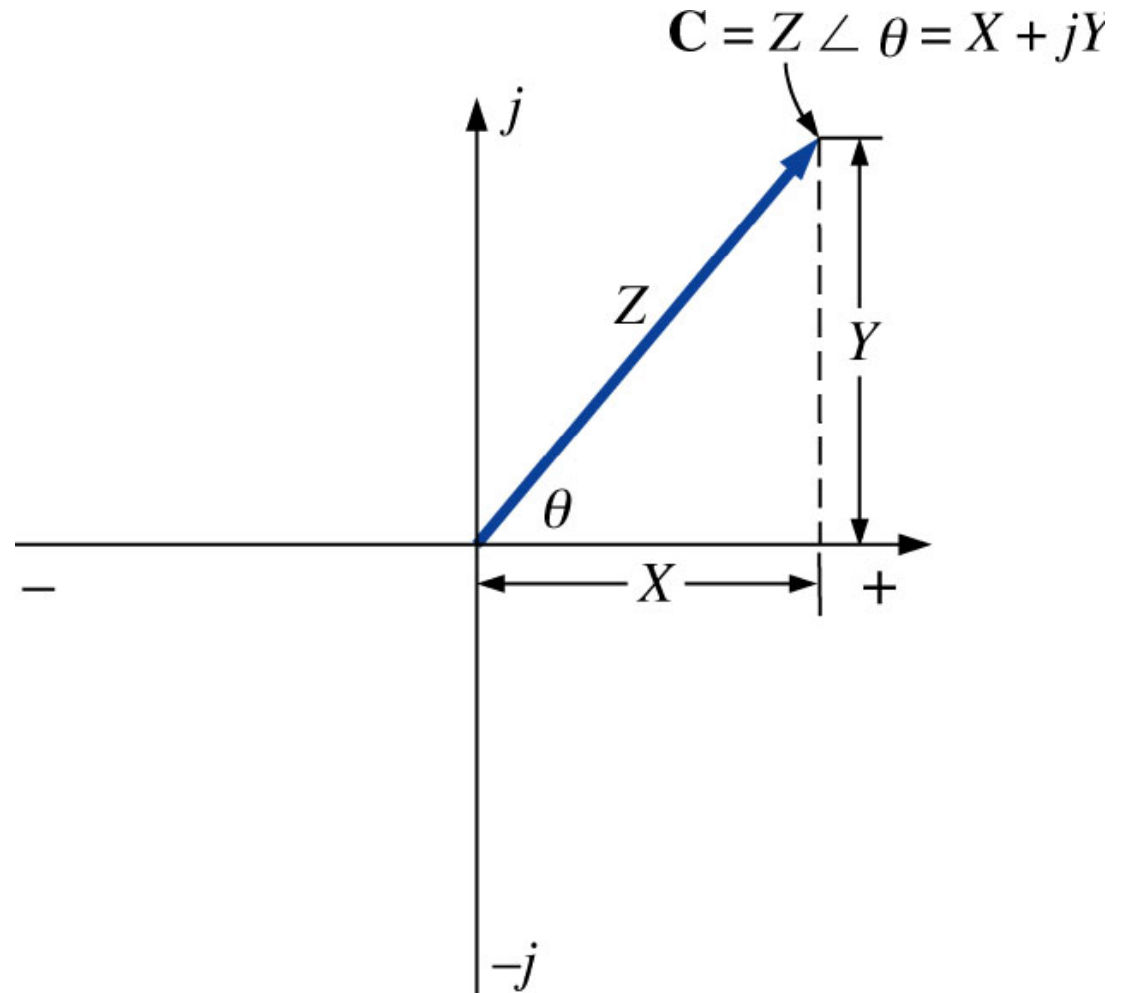
$$Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)$$

Polar para retangular

$$X = Z \cdot \cos(\theta)$$

$$Y = Z \cdot \operatorname{sen}(\theta)$$



Conversão entre formas

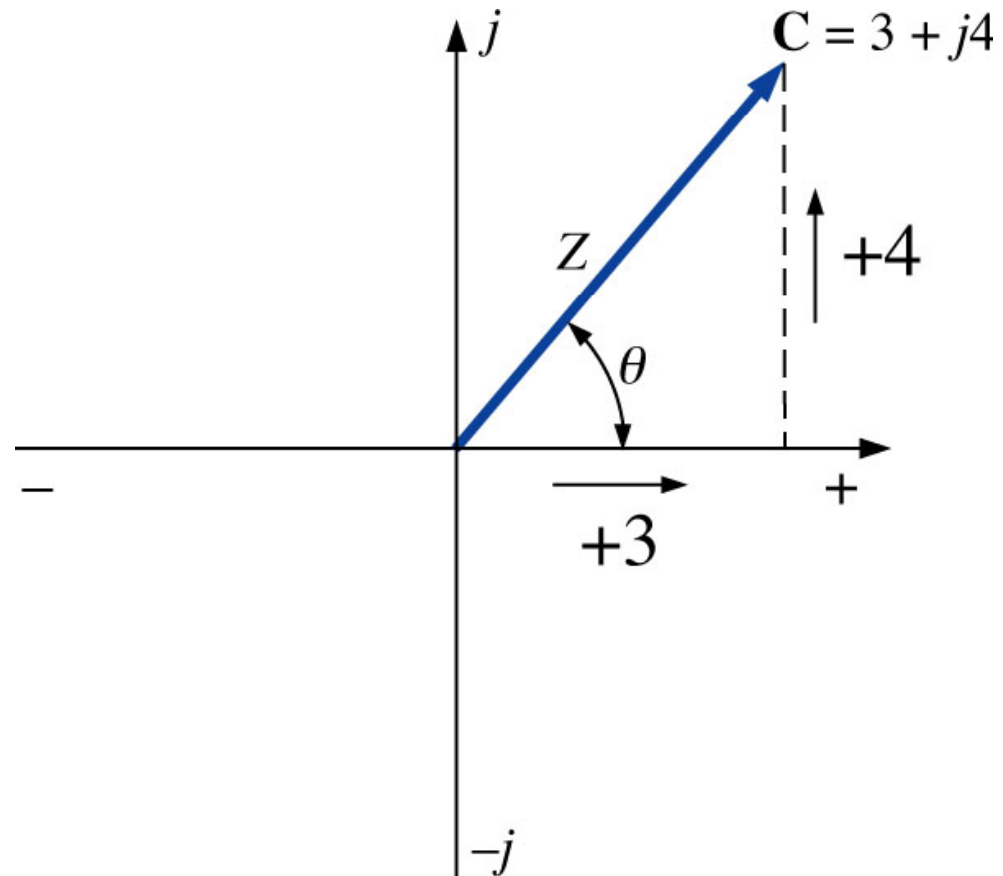
Exemplo 14.15: Converta o número complexo a seguir para a forma polar:

$$C = 3 + j4$$

$$Z = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^\circ$$

$$C = 5 \underline{53,13^\circ}$$



Conversão entre formas

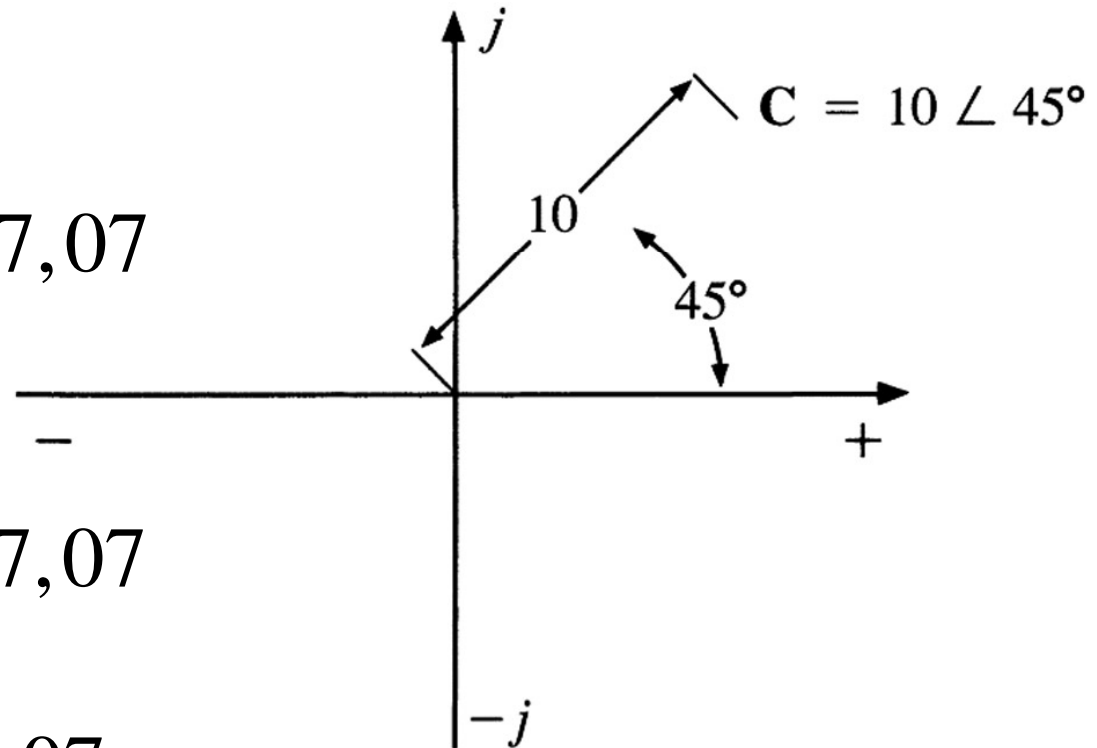
Exemplo 14.16: Converta o número complexo a seguir para a forma retangular:

$$C = 10 \angle 45^\circ$$

$$X = 10 \cdot \cos(45^\circ) = 7,07$$

$$Y = 10 \cdot \text{sen}(45^\circ) = 7,07$$

$$C = 7,07 + j7,07$$



Na próxima aula

Capítulo 14: Os Dispositivos Básicos e os Fasores

1. Operações com números complexos.

