Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina
Departamento Acadêmico de Eletrônica
Retificadores

Resposta de R, L e C em CA e Potência Média

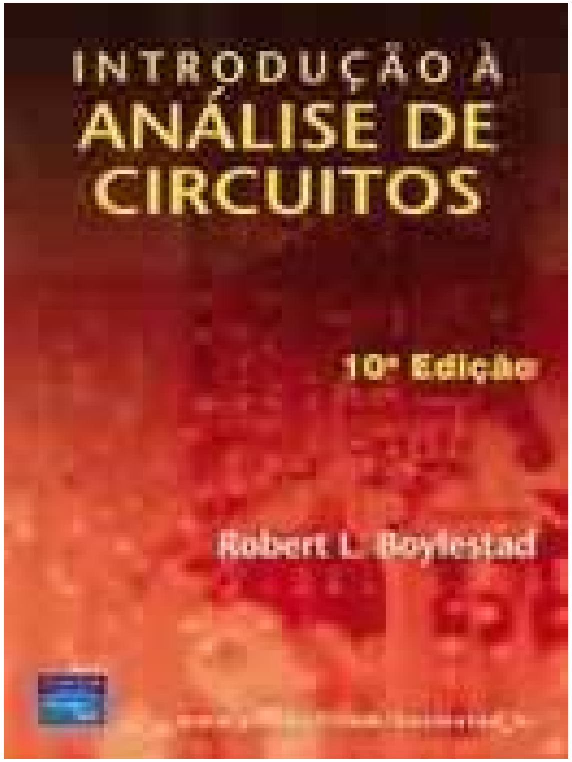
Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, agosto de 2008.

Bibliografia para esta aula

Capítulo 14: Os Dispositivos Básicos e os Fasores

1. Resposta de R, L e C em CA;
2. Potência média em CA.



Nesta aula

Primeira parte – Exposição oral:

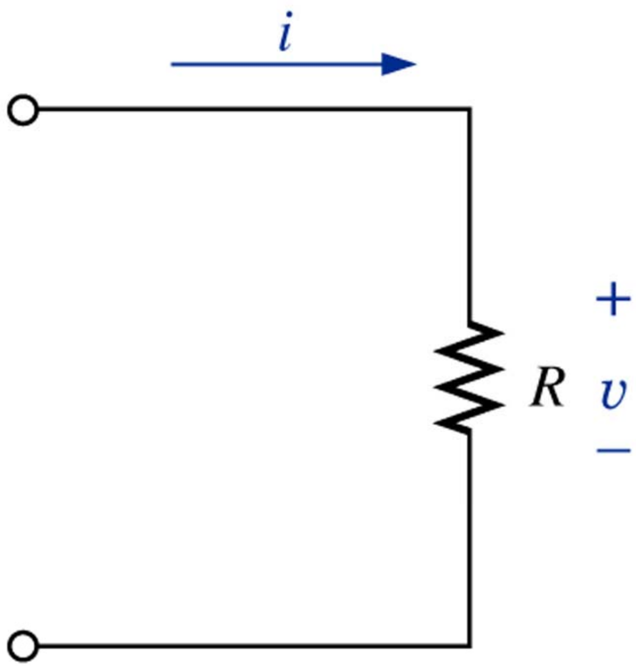
1. Revisão;
2. Resposta do capacitor (C) em CA.
3. Potência média em CA.

Segunda parte – Exercícios de fixação:

1. Exemplos: 14.5, 14.6, 14.10, 14.12;
2. Problemas: 13, 17, 19, 30.

Resposta do resistor em CA

Revisão



$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

Lei de Ohm

Para uma dada tensão:

$$v(t) = V_m \cdot sen(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_m \cdot sen(\omega t)}{R}$$

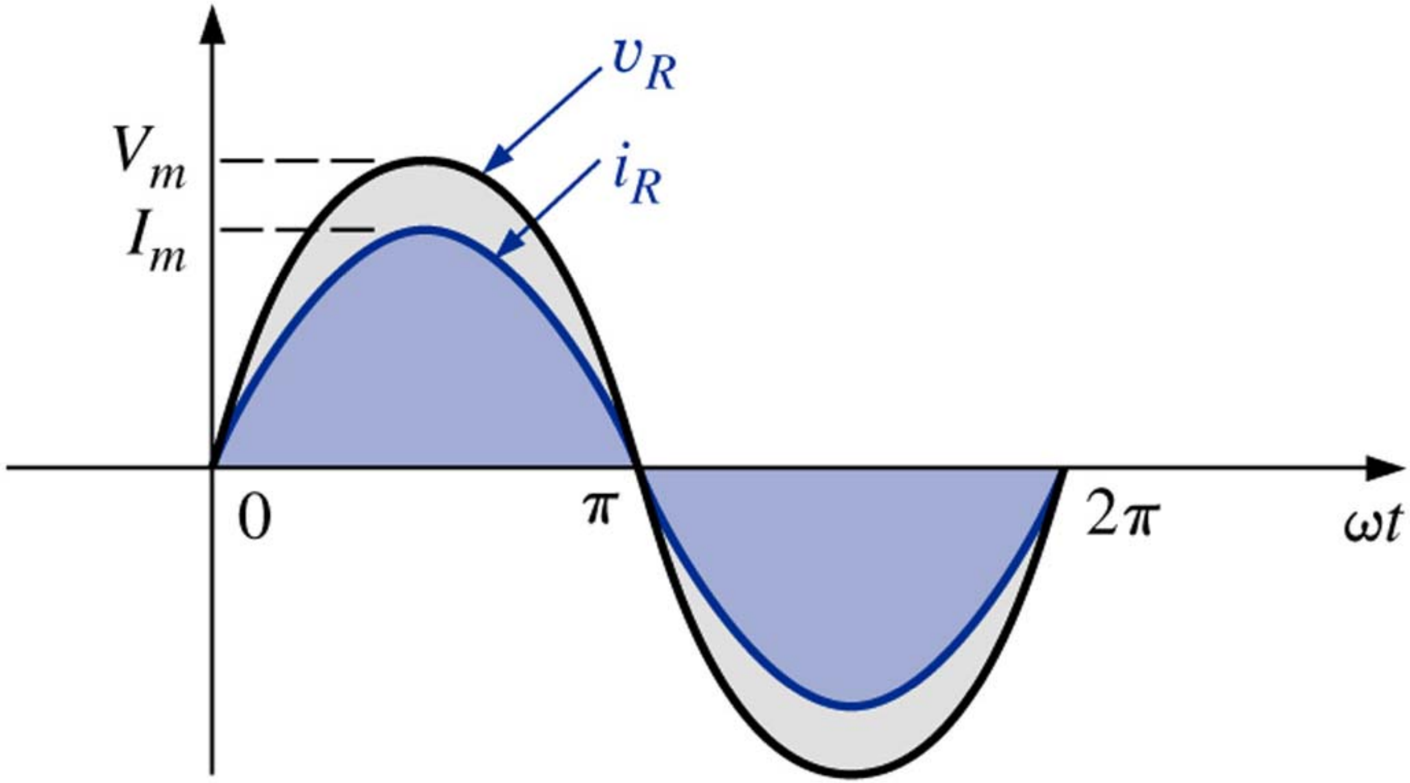
$$I_m = \frac{V_m}{R}$$

$$i(t) = I_m \cdot sen(\omega t)$$

Resposta do resistor em CA

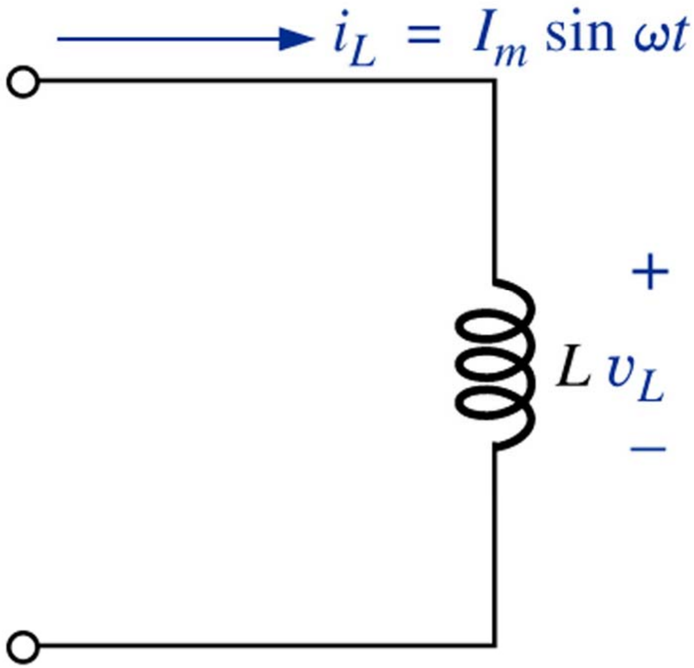
Revisão

No caso de um dispositivo puramente resistivo, a tensão e a corrente no dispositivo estão em fase, sendo a relação entre os seus valores de pico dada pela lei de ohm.



Resposta do indutor em CA

Revisão



Para uma dada corrente:

$$i_L(t) = I_m \cdot sen(\omega t)$$

$$v_L(t) = L\frac{d(i_L(t))}{dt}$$

$$v_L(t) = L\frac{d(I_m \cdot sen(\omega t))}{dt}$$

$$v_L(t) = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot cos(\omega t)$$

$$v_L(t) = L\frac{d(i_L(t))}{dt}$$

$$V_m = \omega \cdot L \cdot I_m$$

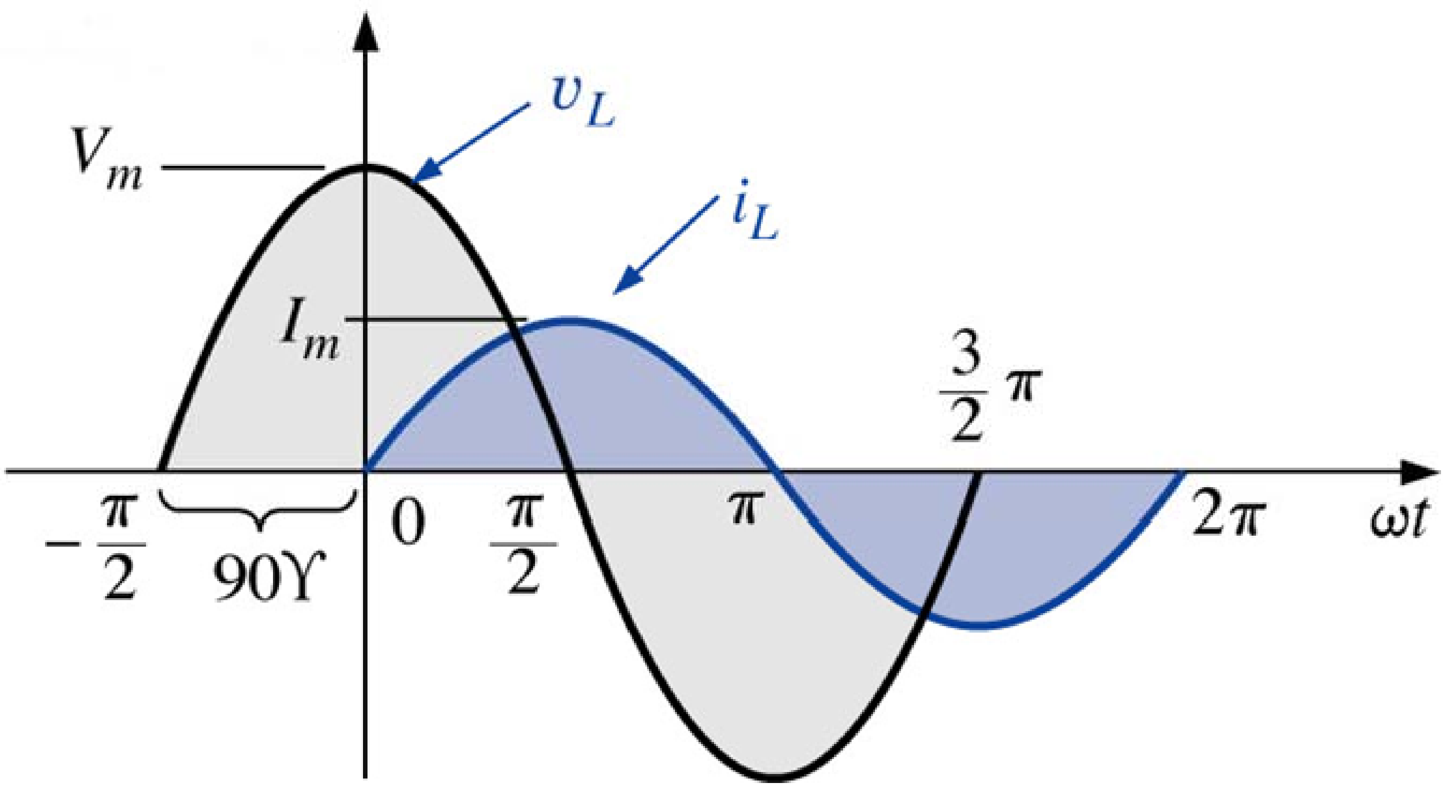
Relação *v x i* no indutor

$$v_L(t) = V_m \cdot sen(\omega t + 90^o)$$

Resposta do indutor em CA

Revisão

Para um indutor, v_L está adiantada 90º em relação a i_L. Em outras palavras, i_L está atrasada 90º em relação a v_L.



Resposta do indutor em CA

Revisão

Incluindo o ângulo de fase:

$$i_L(t) = I_m \cdot sen(\omega t \pm \theta)$$

$$v_L(t) = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot sen(\omega t \pm \theta + 90^o)$$

Em termos de causa e efeito:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposição}} \longrightarrow \text{Oposição} = \frac{\text{causa}}{\text{efeito}}$$

$$\boxed{I_p = \frac{V_p}{\text{Oposição}}}$$

Lei de Ohm no pico

$$\text{Oposição} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{\omega \cdot L \cdot I_m}{I_m} = \omega \cdot L$$

Resposta do indutor em CA

Revisão

Definindo:

$$X_L = \omega \cdot L \ \left(ohms, \Omega\right)$$

Usando os valores de pico:

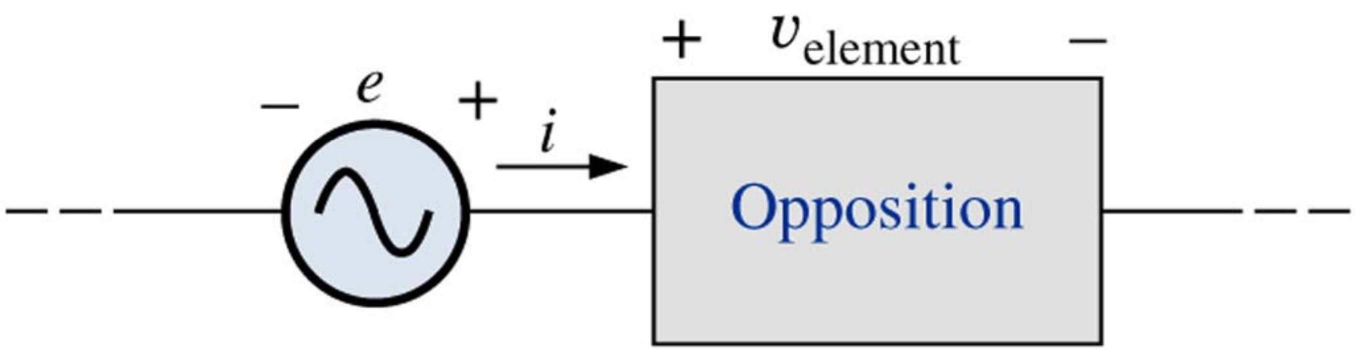
$$X_L = \frac{V_m}{I_m} \ \left(ohms, \Omega\right)$$

$$X_L \ \rightarrow \ \text{Reatância indutiva}$$

A reatância indutiva é uma oposição à corrente que resulta em uma troca contínua de energia entre a fonte e o campo magnético do indutor. Em outras palavras, a reatância indutiva, ao contrário da resistência (que dissipa energia na forma de calor), não dissipa energia elétrica (ignorando os efeitos da resistência interna do indutor).

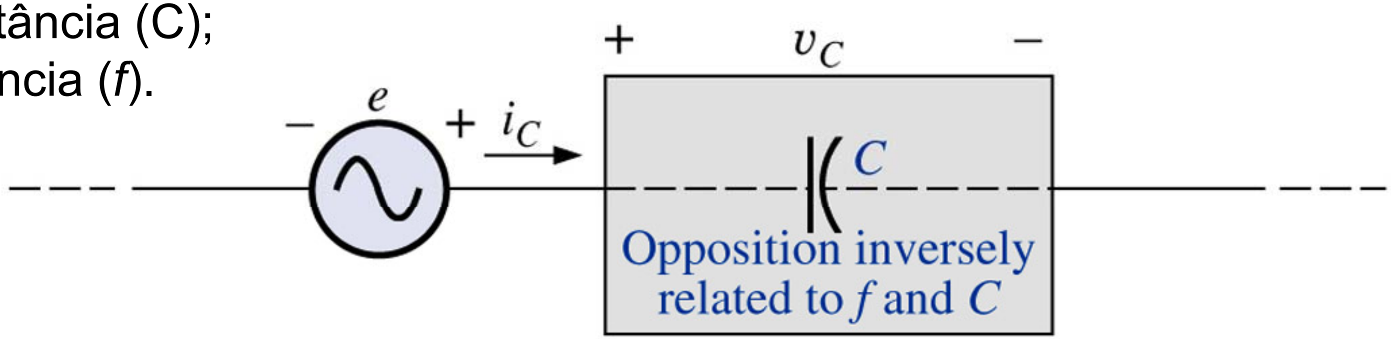
Resposta do capacitor em CA

Um capacitor, ou circuito com predominância capacitiva, se opõe à variação de tensão.

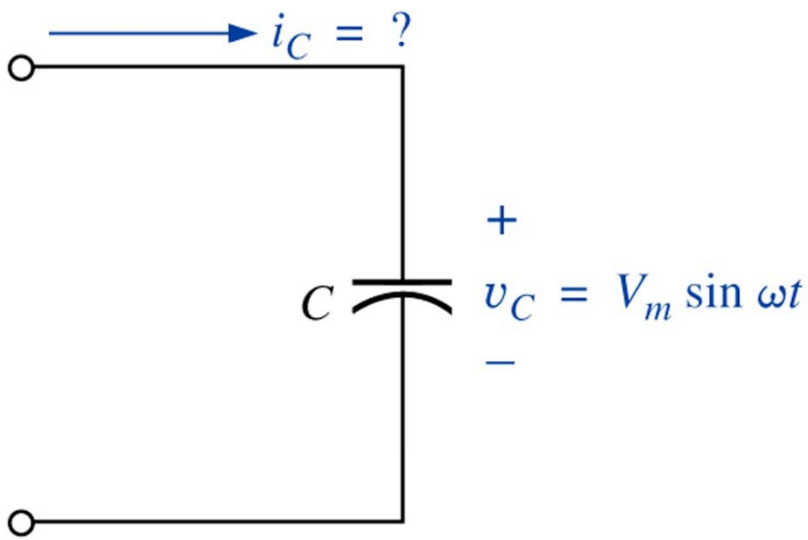


A oposição é função de:

- Capacitância (C);
- Freqüência (*f*).



Resposta do capacitor em CA



Para uma dada tensão:

$$v_c(t) = V_m \cdot sen(\omega t)$$

$$i_C(t) = C\frac{d(v_C(t))}{dt}$$

$$i_C(t) = C\frac{d(V_m \cdot sen(\omega t))}{dt}$$

$$i_C(t) = \omega \cdot C \cdot V_m \cdot cos(\omega t)$$

$$I_m = \omega \cdot C \cdot V_m$$

$$i_C(t) = I_m \cdot sen(\omega t + 90^o)$$

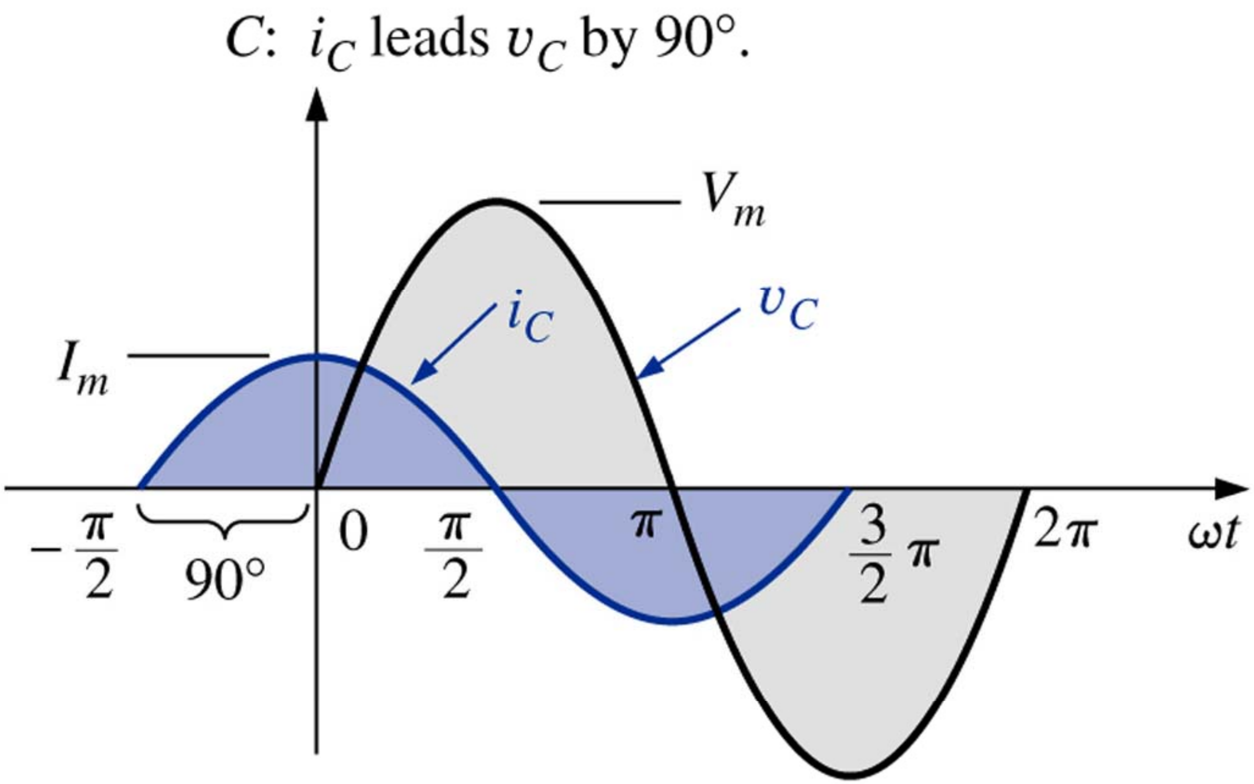
$$\boxed{i_C(t) = C\frac{d(v_C(t))}{dt}}$$

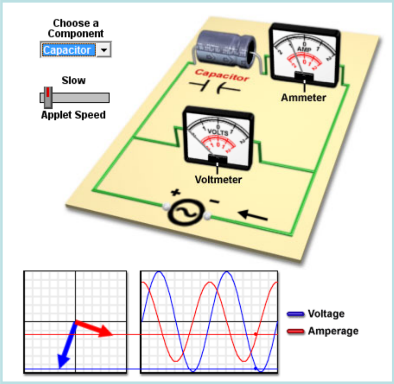
Relação *v x i* no capacitor

Resposta do capacitor em CA

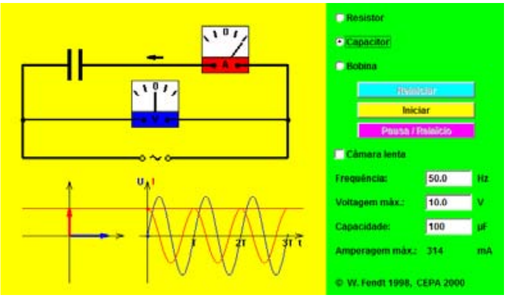
Para um capacitor, i_C está adiantada 90º em relação a v_C. Em outras palavras, v_C está atrasada 90º em relação a i_C.

http://www.magnet.fsu.edu





Applets



http://www.walter-fendt.de/ph11br/

Resposta do capacitor em CA

Incluindo o ângulo de fase:

$$v_C(t) = V_m \cdot sen(\omega t \pm \theta)$$

$$i_c(t) = \omega \cdot C \cdot V_m \cdot sen\left(\omega t \pm \theta + 90^o\right)$$

Em termos de causa e efeito:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposição}} \longrightarrow \text{Oposição} = \frac{\text{causa}}{\text{efeito}}$$

$$\boxed{I_p = \frac{V_p}{\text{Oposição}}}$$

Lei de Ohm no pico

$$\text{Oposição} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_m}{\omega \cdot C \cdot V_m} = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Resposta do capacitor em CA

Definindo:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \left(ohms, \Omega\right)$$

Usando os valores de pico:

$$X_C = \frac{V_m}{I_m} \left(ohms, \Omega\right)$$

$$X_C \rightarrow \text{Reatância capacitiva}$$

A reatância capacitiva é uma oposição à tensão que resulta em uma troca contínua de energia entre a fonte e o campo elétrico do capacitor. Em outras palavras, a reatância capacitiva, ao contrário da resistência (que dissipa energia na forma de calor), não dissipa energia elétrica (ignorando os efeitos da resistência interna do capacitor).

Resposta do capacitor em CA

Ainda, para o indutor e para o capacitor:

$$v_L(t) = L\frac{d\left(i_L(t)\right)}{dt} \qquad i_C(t) = C\frac{d\left(v_C(t)\right)}{dt}$$

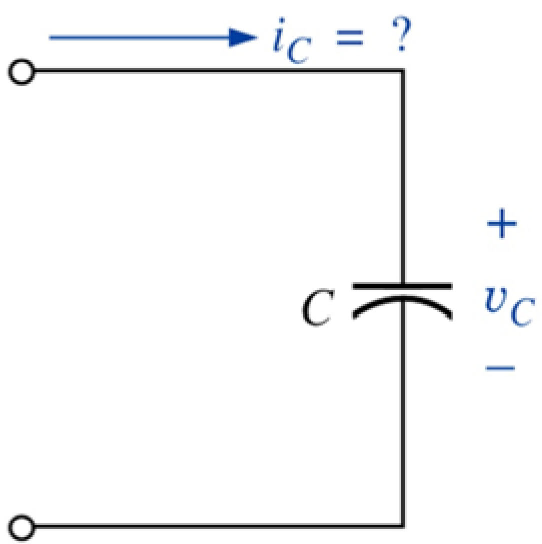
$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int v_L(t)\cdot dt \qquad v_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)\cdot dt$$

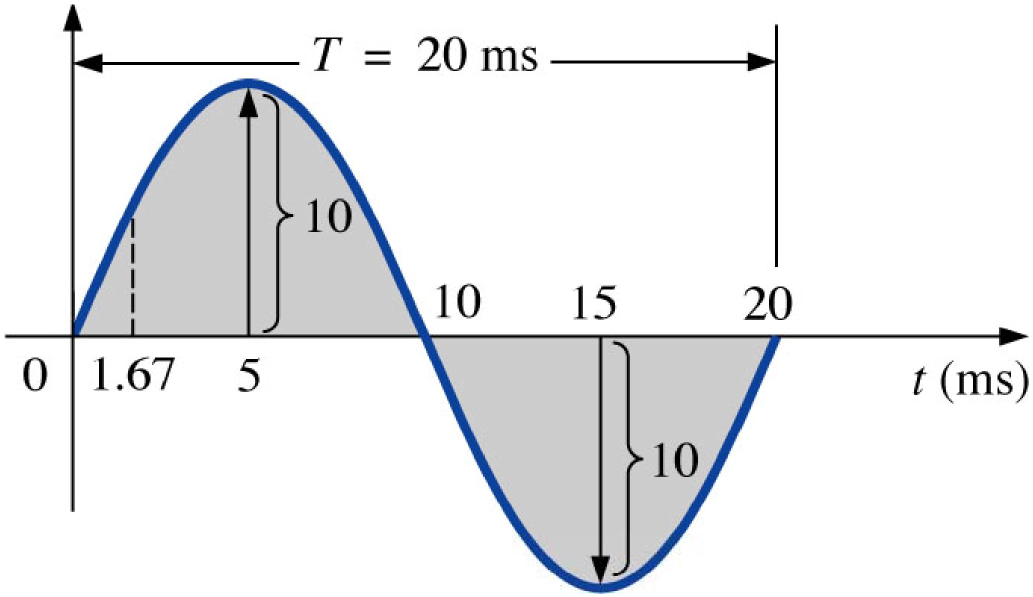
Se a corrente estiver adiantada em relação à tensão aplicada, o circuito será predominantemente capacitivo e, se a tensão aplicada estiver adiantada em relação à corrente, ele será predominantemente indutivo.

Resposta do capacitor em CA

<u>Exercício:</u> Considere que o capacitor do circuito abaixo esteja submetido à tensão com forma de onda senoidal conforme a figura. Determine:

a) Esboce a forma de onda da corrente no capacitor;
b) Determine a corrente de pico no capacitor;
c) Determine a corrente eficaz no circuito;
d) Determine a tensão eficaz no capacitor.





Comportamento de R, L e C em CA

Exemplo 14.7: Dados os pares de expressões para tensões e correntes a a seguir, determine se o dispositivo envolvido é um capacitor, um indutor ou um resistor e calcule os valores de C, L e R se houver dados suficientes para isso:

a) $v = 100 \cdot sen\left(\omega t + 40^o\right)$

$i = 20 \cdot sen\left(\omega t + 40^o\right)$

b) $v = 1000 \cdot sen\left(377t + 10^o\right)$

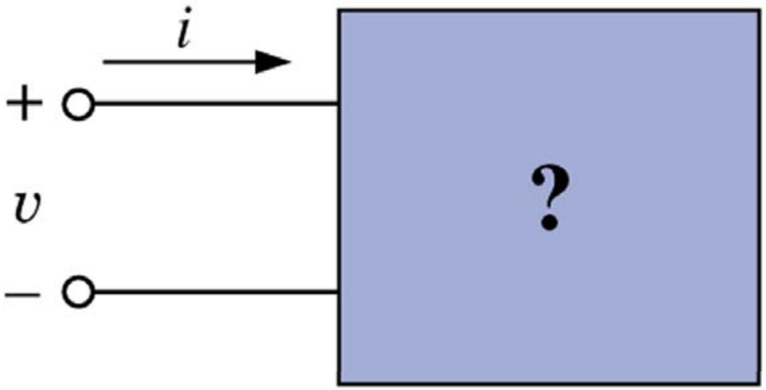
$i = 5 \cdot sen\left(377t - 80^o\right)$

c) $v = 500 \cdot sen\left(157t + 30^o\right)$

$i = 1 \cdot sen\left(157t + 120^o\right)$

d) $v = 50 \cdot cos\left(\omega t + 20^o\right)$

$i = 5 \cdot sen\left(\omega t + 110^o\right)$



Comportamento de R, L e C com a freqüência

$$R$$

Resistor

$$X_L = \omega \cdot L$$

Indutor

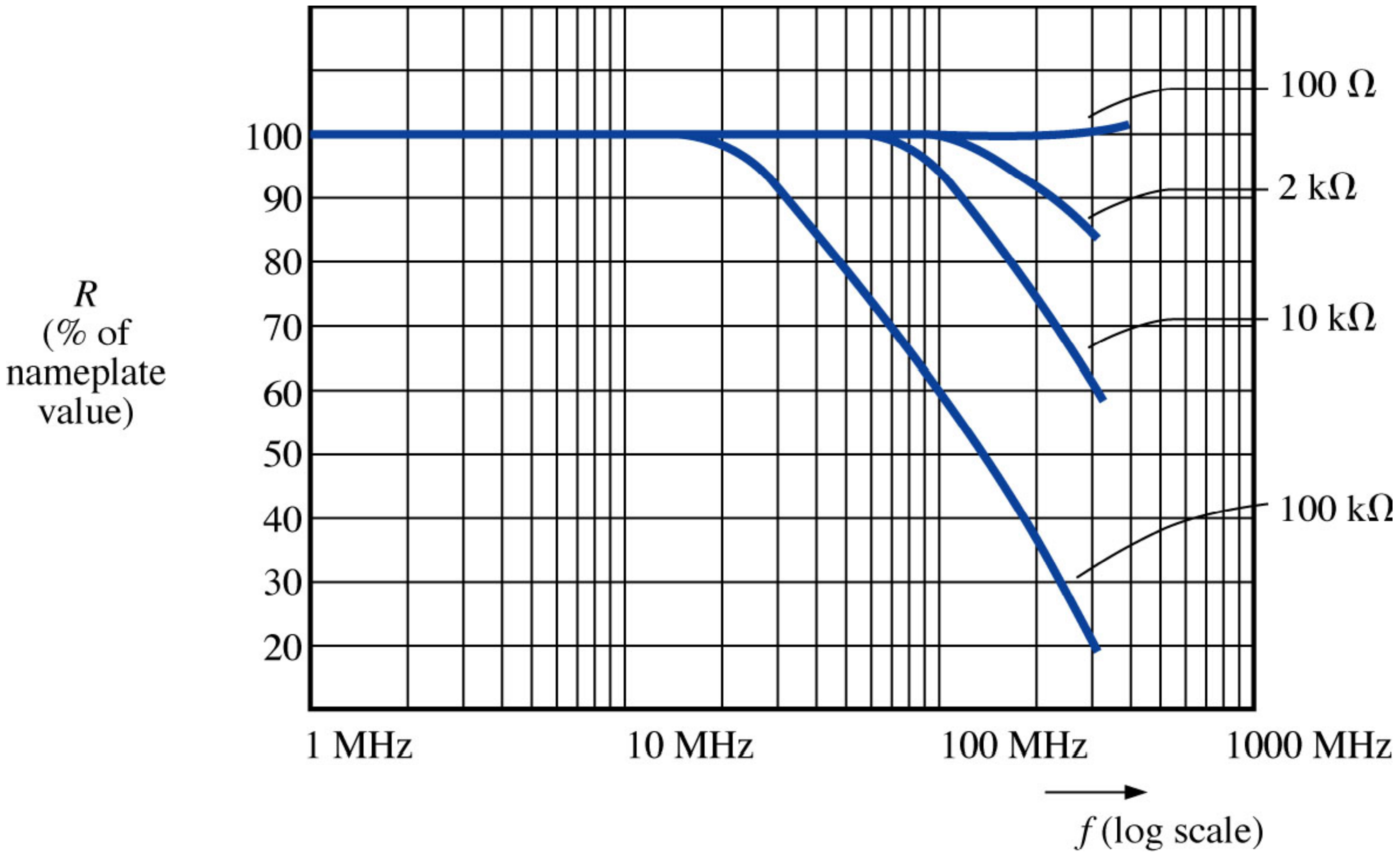
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Capacitor

Freqüência	Elemento		
$f \Rightarrow 0\,Hz$	R	$X_L = 2\pi \cdot \omega \cdot 0 = 0\,\Omega$	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 0 \cdot C} = \frac{1}{0} = \infty\,\Omega$
$f \Rightarrow \infty\,Hz$	R	$X_L = 2\pi \cdot \omega \cdot \infty = \infty\,\Omega$	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot \infty \cdot C} = \frac{1}{\infty} = 0\,\Omega$

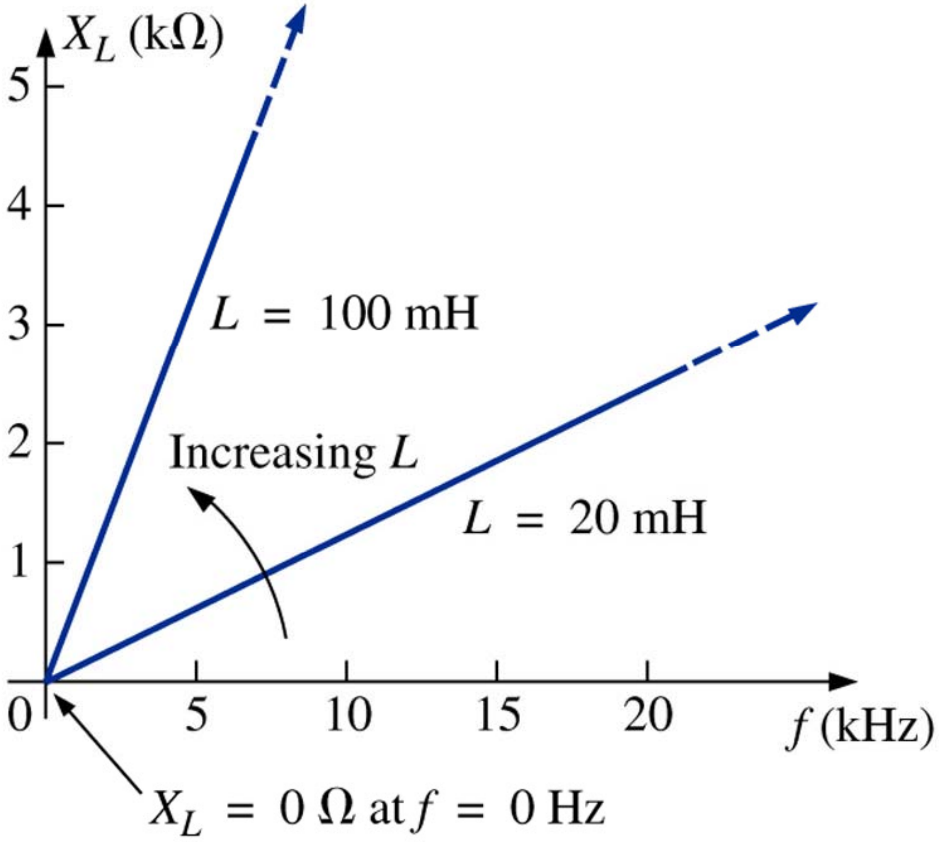
Comportamento de R, L e C com a freqüência

Comportamento de resistores de carbono em função da freqüência:



Comportamento de R, L e C com a freqüência

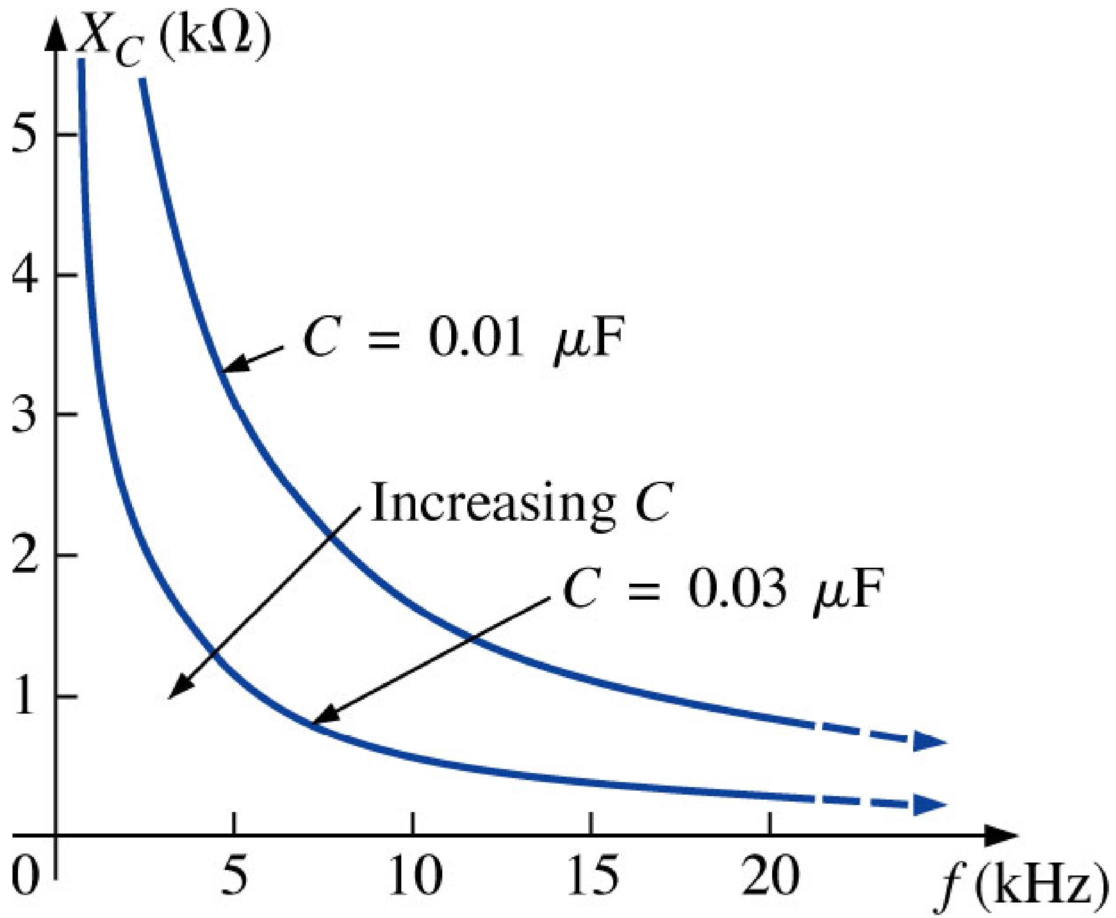
Comportamento de indutores puros (R=0 Ω) em função da freqüência:



$$X_L = \omega \cdot L$$

Comportamento de R, L e C com a freqüência

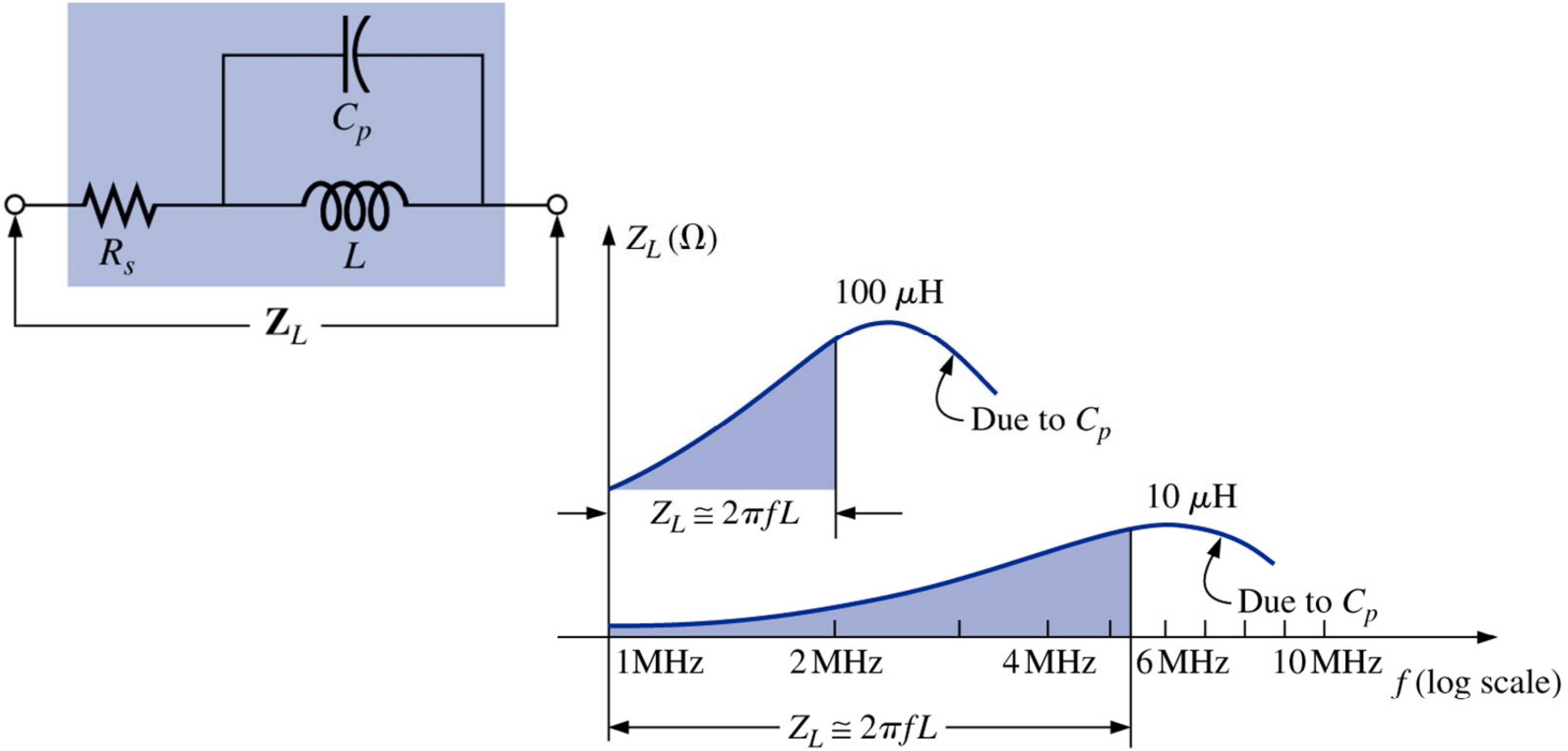
Comportamento de capacitores puros (R=0 Ω) em função da freqüência:



$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

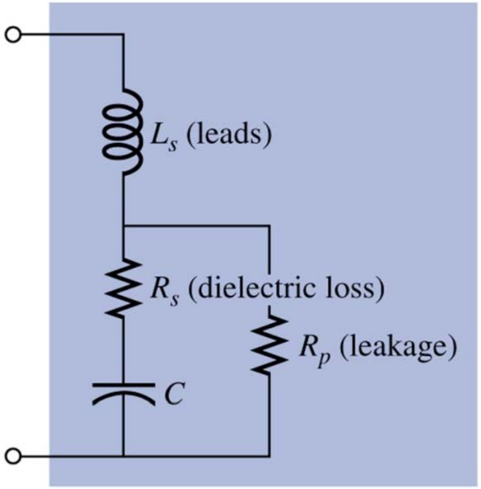
Comportamento de R, L e C com a freqüência

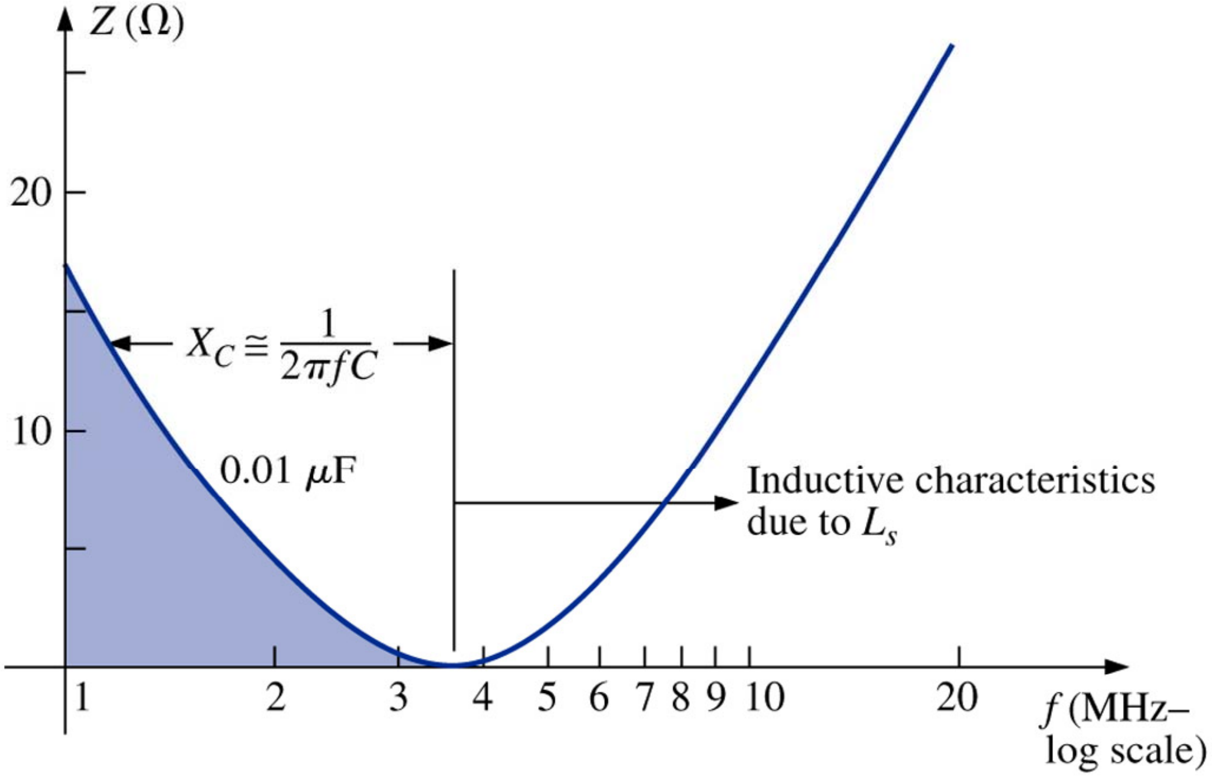
Comportamento de indutores reais em função da freqüência:



Comportamento de R, L e C com a freqüência

Comportamento de capacitores reais em função da freqüência:





Potência média em CA

Considerando que em determinado elemento se tenha:

$$v(t) = V_m \cdot sen(\omega t + \theta_v) \qquad i(t) = I_m \cdot sen(\omega t + \theta_i)$$

A potência será:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m \cdot sen(\omega t + \theta_v) \cdot I_m \cdot sen(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = V_m \cdot I_m \cdot sen(\omega t + \theta_v) \cdot sen(\omega t + \theta_i)$$

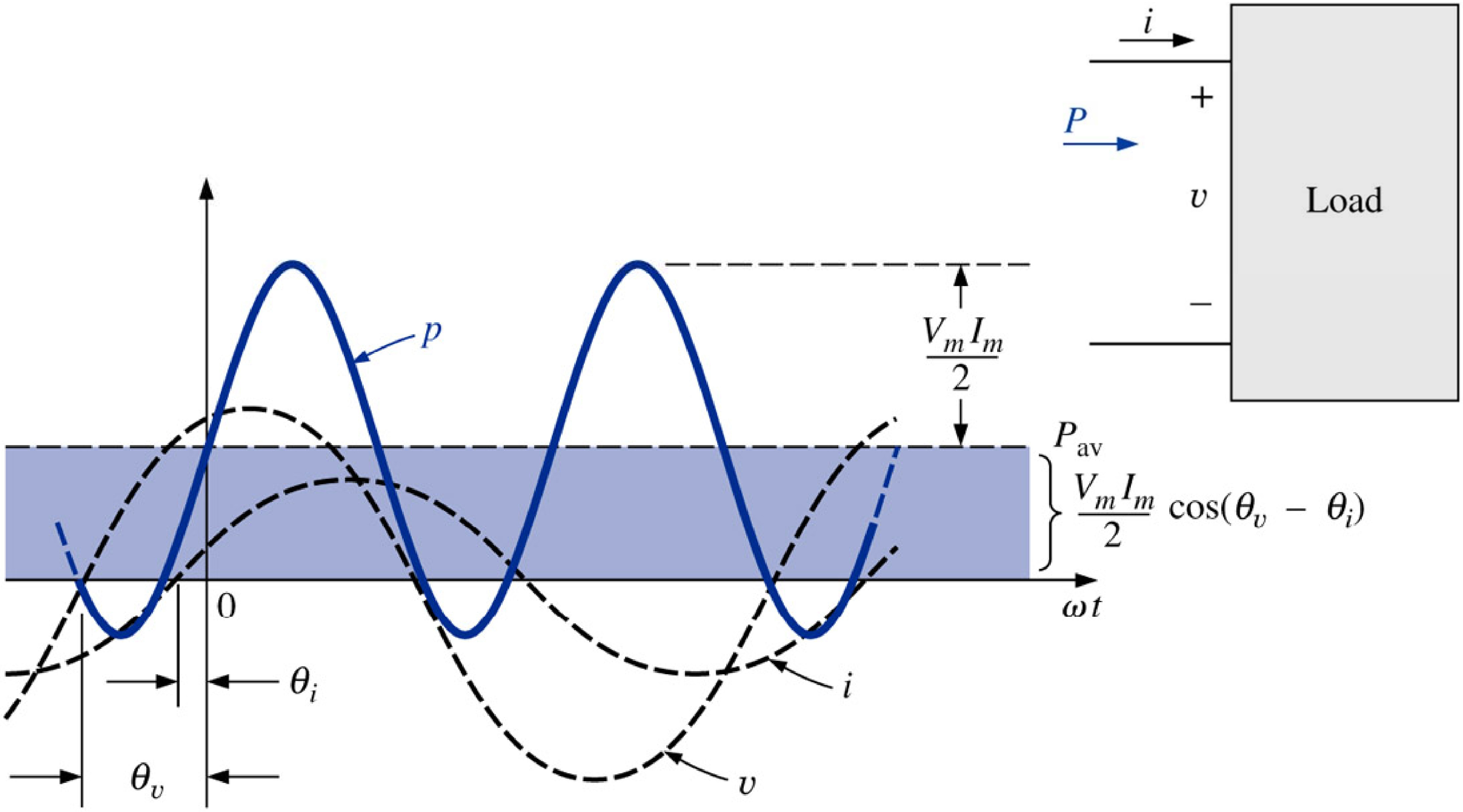
Após usar identidades trigonométricas e algumas manipulações:

$$p(t) = \left[\frac{V_m I_m}{2} \cdot cos(\theta_v - \theta_i)\right] - \left[\frac{V_m I_m}{2} \cdot cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\right]$$

Valor fixo

Valor que varia no tempo

Potência média em CA



Potência média em CA

O valor da potência média não depende do fato da tensão estar atrasada ou adiantada em relação à corrente.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cdot cos(\theta) \quad (\text{watts, W})$$

$$\theta = \theta_v - \theta_i$$

Defasagem entre tensão e corrente

Considerando valores eficazes:

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \qquad I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot cos(\theta)$$

Potência média em CA

No resistor:

$$\theta = \theta_v - \theta_i = 0^o$$

Defasagem entre tensão e corrente

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot cos(0) = V_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{V_m I_m}{2}$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R} \qquad P = V_{ef} \cdot I_{ef} = V_{ef} \cdot \frac{V_{ef}}{R} = \frac{V_{ef}^{\ 2}}{R}$$

$$V_{ef} = R \cdot I_{ef} \qquad P = V_{ef} \cdot I_{ef} = R \cdot I_{ef} \cdot I_{ef} = R \cdot I_{ef}^{\ 2}$$

Potência média em CA

No indutor:

Defasagem entre tensão e corrente

$$\theta = \theta_v - \theta_i = 0 - \left(-90^o\right) = 90^o$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot cos\left(90^o\right) = 0\ W$$

A potência média ou potência dissipada por um indutor ideal (sem resistência associada) é zero.

Potência média em CA

No capacitor:

Defasagem entre tensão e corrente

$$\theta = \theta_v - \theta_i = 0 - \left(+90^o\right) = -90^o$$

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot cos\left(-90^o\right) = 0\ W$$

A potência média ou potência dissipada por um capacitor ideal (sem resistência associada) é zero.

Potência média em CA

Exemplo 14.10: Calcule a potência média dissipada em um circuito no qual a corrente e a tensão de entrada são dadas por:

$$\text{a) } v = 5 \cdot sen\left(\omega t + 40^o\right)$$

$$i = 10 \cdot sen\left(\omega t + 40^o\right)$$

$$\text{b) } v = 100 \cdot sen\left(\omega t + 40^o\right)$$

$$i = 20 \cdot sen\left(\omega t + 70^o\right)$$

$$\text{c) } v = 150 \cdot sen\left(\omega t - 70^o\right)$$

$$i = 3 \cdot sen\left(\omega t - 50^o\right)$$

Na próxima aula

Capítulo 14: Os Dispositivos Básicos e os Fasores

1. Números complexos;
2. Forma retangular;
3. Forma polar;
4. Conversão de formas;
5. Complexo conjugado;
6. Inverso;
7. Adição e subtração;
8. Multiplicação e divisão.