



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Departamento Acadêmico de Eletrônica
Circuitos Elétricos I



Análise de Malhas

Prof. Clovis Antonio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020.

Curso Básico de Circuitos Elétricos I

O material do curso está disponível em:

1. Moodle para os alunos matriculados na disciplina.
2. Página do professor.
3. Canal no youtube do professor.



<https://moodle.ifsc.edu.br>



www.ProfessorPetry.com.br



<https://www.youtube.com>

Agenda

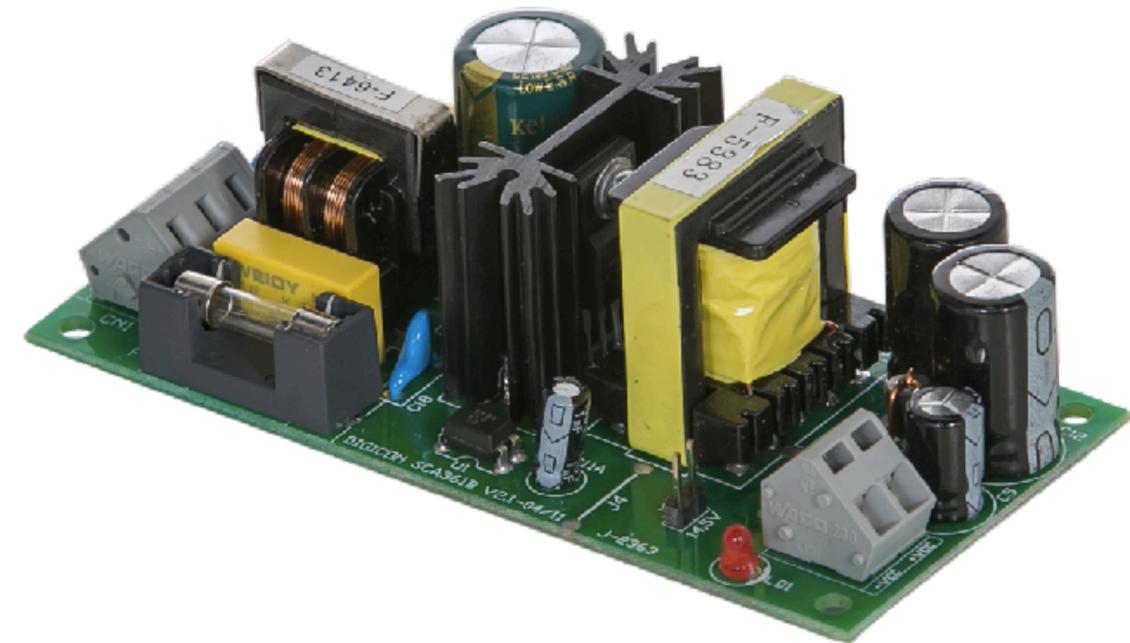
Esta aula está organizada em:

1. Análise de malhas:
 - explicações e conceitos;
 - exemplos de aplicação.



Motivação

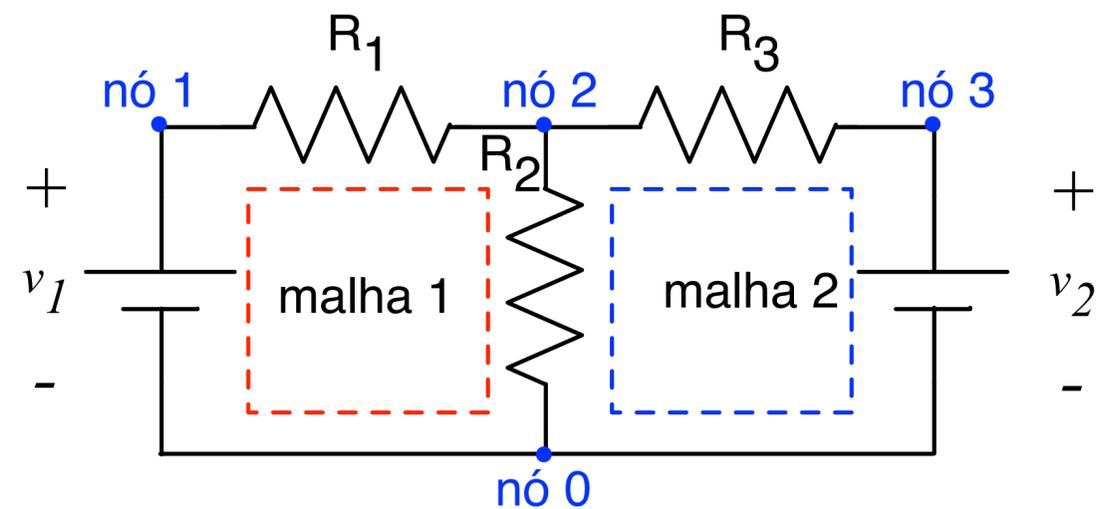
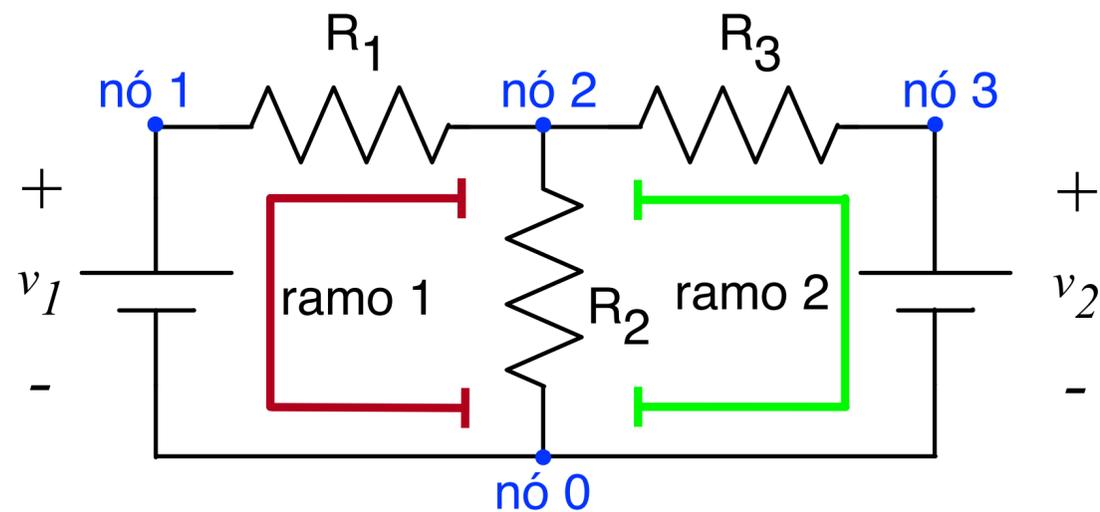
A análise de circuitos utilizando a análise de malhas é muito comum durante o projeto de equipamentos e dispositivos eletrônicos, como por exemplo fontes chaveadas.



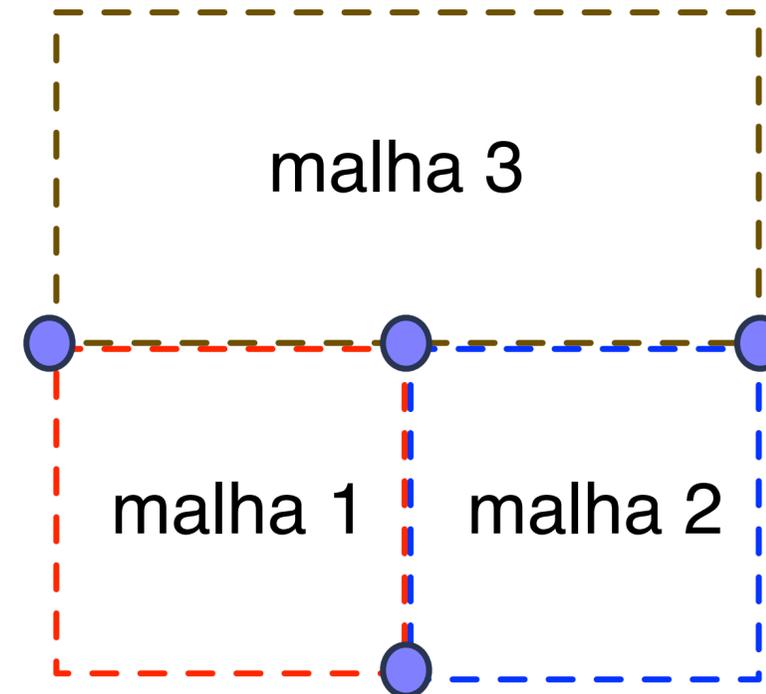
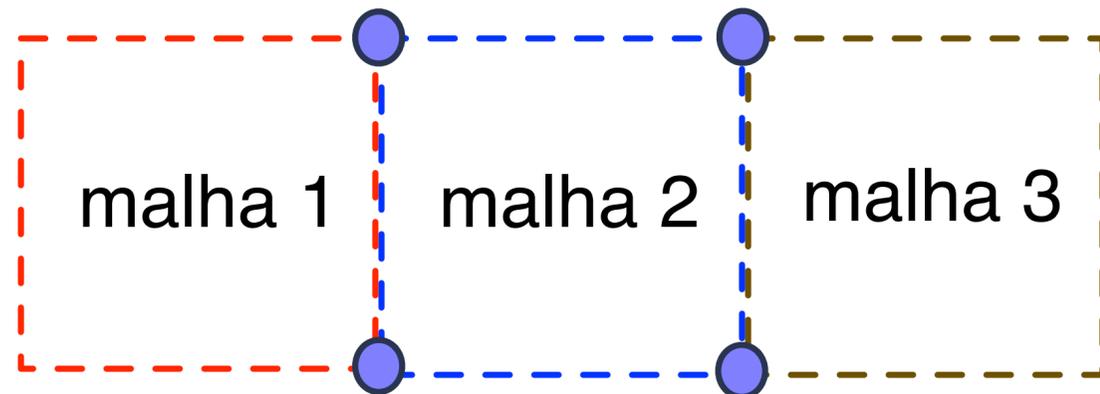
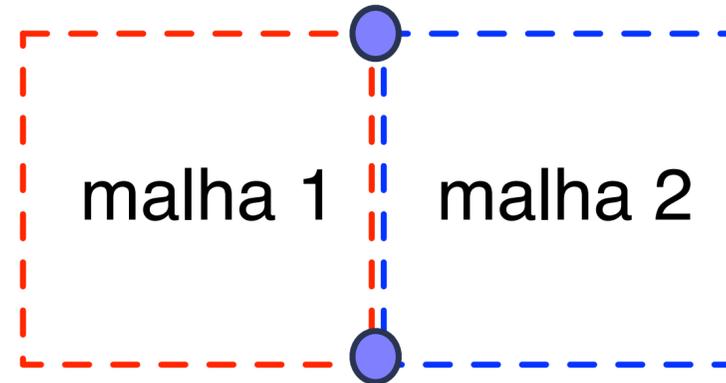
Análise de Malhas

Definições importantes:

- Nó - ponto do circuito no qual dois ou mais componentes estão conectados;
- Ramo - caminho entre dois nós, sendo a corrente a mesma em todos os elementos deste caminho (ramo);
- Malha - caminho fechado ao longo de um circuito elétrico.



Análise de Malhas

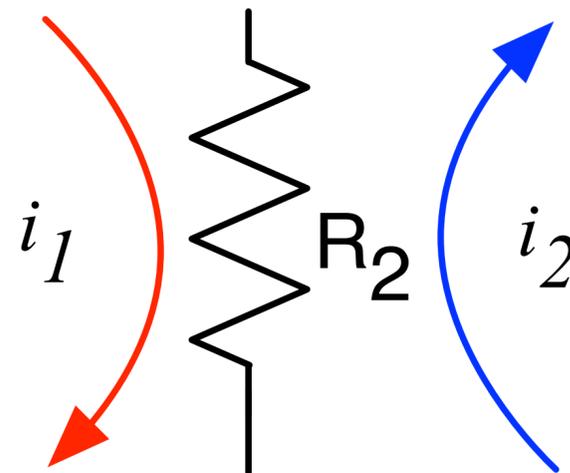


Análise de Malhas

Passos para aplicar a análise de malhas:

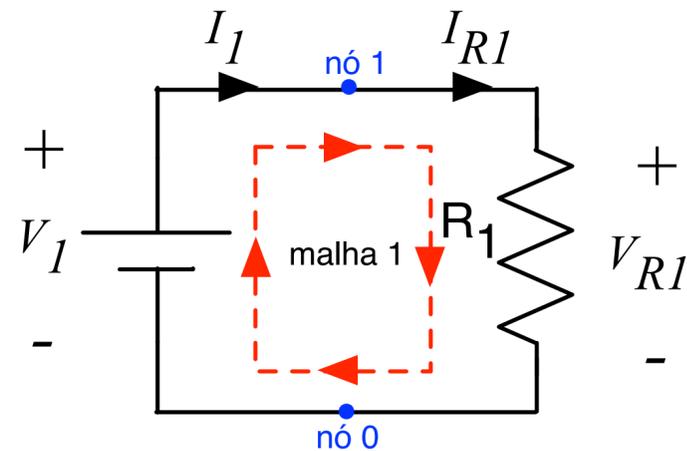
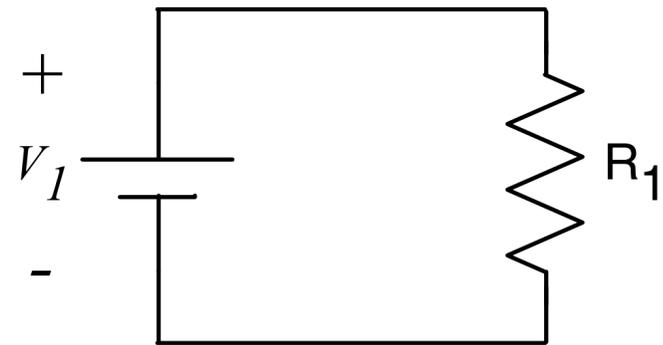
1. Identificar todas as tensões e correntes nos componentes;
2. Identificar os nós, ramos e malhas do circuito;
3. Associar uma corrente fictícia a cada malha fechada independente do circuito;
4. Ajustar as polaridades das tensões nos resistores em função das correntes atribuídas no passo anterior;
5. Aplicar as Lei de Kirchhoff das Tensões ao longo das malhas, usando por exemplo, o sentido horário;
6. Resolver o sistema de equações lineares obtido.

$$R_2 \cdot i_1 - R_2 \cdot i_2 = R_2 \cdot (i_1 - i_2)$$



$$R_2 \cdot i_2 - R_2 \cdot i_1 = R_2 \cdot (i_2 - i_1)$$

Circuito simples com uma malha:



$$-V_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_{R1} = V_1$$

$$+I_1 - I_{R1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_1$$

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

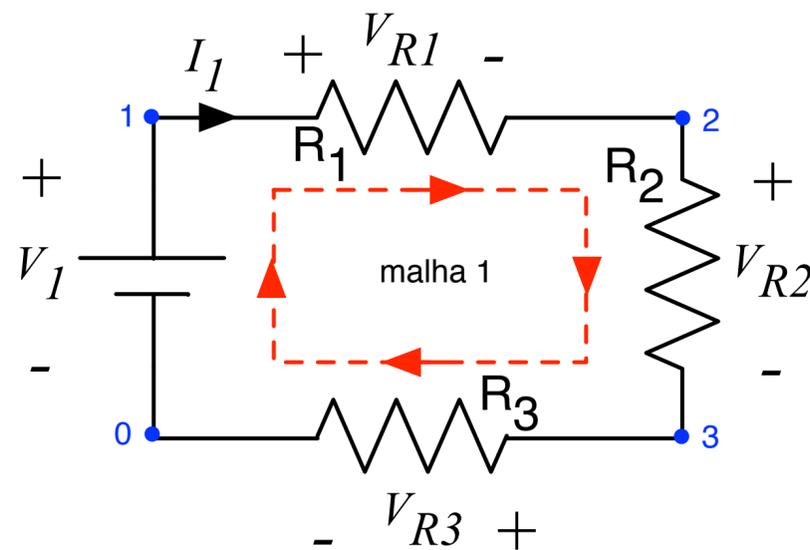
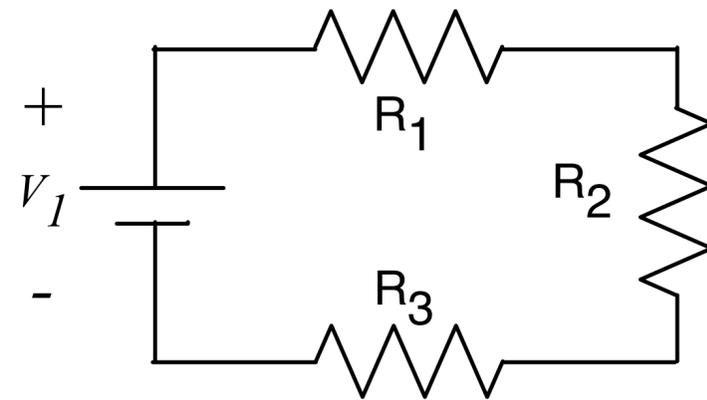
Exemplo 1:

- Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e está conectada em um resistor de 2 Ω. Determine a corrente e tensão no resistor.

$$V_{R1} = V_1 = 12V$$

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{2} = 6A$$

Circuito simples com uma malha:



Exemplo 2:

- O circuito da figura ao lado é formado por quatro componentes, sendo uma fonte de alimentação de 12 V (V_1) e três resistores: $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$ e $R_3 = 2 \Omega$. Determine todas as correntes e tensões nos elementos do circuito.

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1$$

$$I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = I_1$$

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = R_2 \cdot I_1$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = R_3 \cdot I_1$$

$$V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = V_1 \rightarrow R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_1 = V_1$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12}{5 + 3 + 2} = \frac{12}{10} = 1,2 A$$

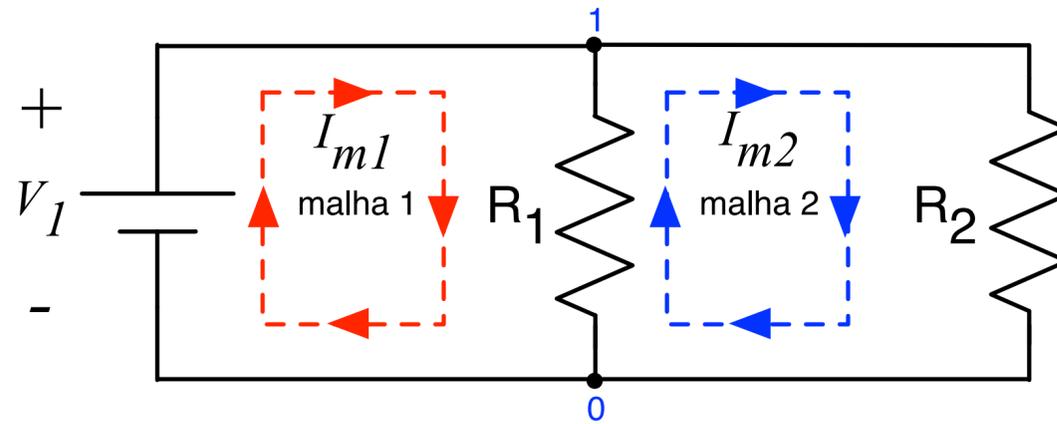
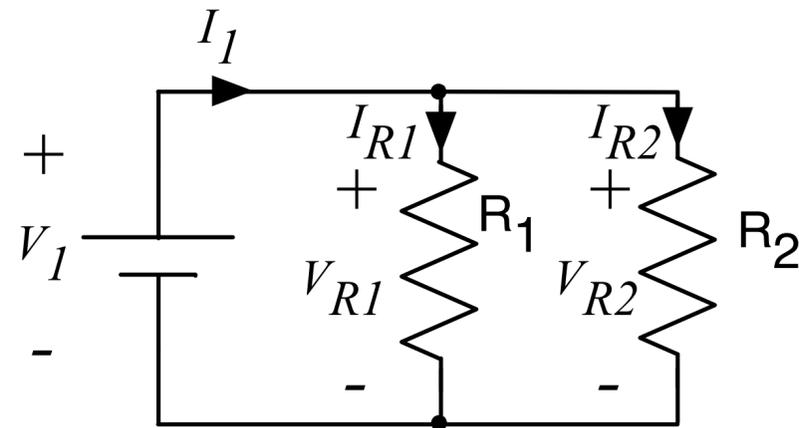
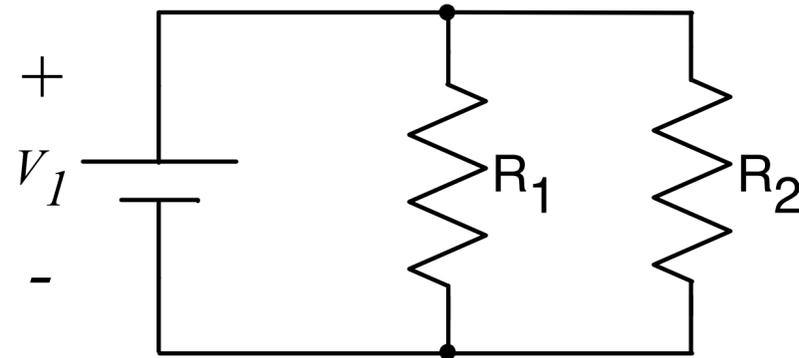
$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 5 \cdot 1,2 = 6V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 3 \cdot 1,2 = 3,6V$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1 = 2 \cdot 1,2 = 2,4V$$

Análise de Malhas

Circuito com duas malhas:



$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} - R_1 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow R_1 \cdot I_{m1} - R_1 \cdot I_{m2} = V_1$$

$$+R_1 \cdot I_{m2} - R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow -R_1 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot (R_1 + R_2) = 0$$

$$\begin{cases} R_1 \cdot I_{m1} - R_1 \cdot I_{m2} = V_1 \\ -R_1 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot (R_1 + R_2) = 0 \end{cases}$$

$$I_1 = I_{m1}$$

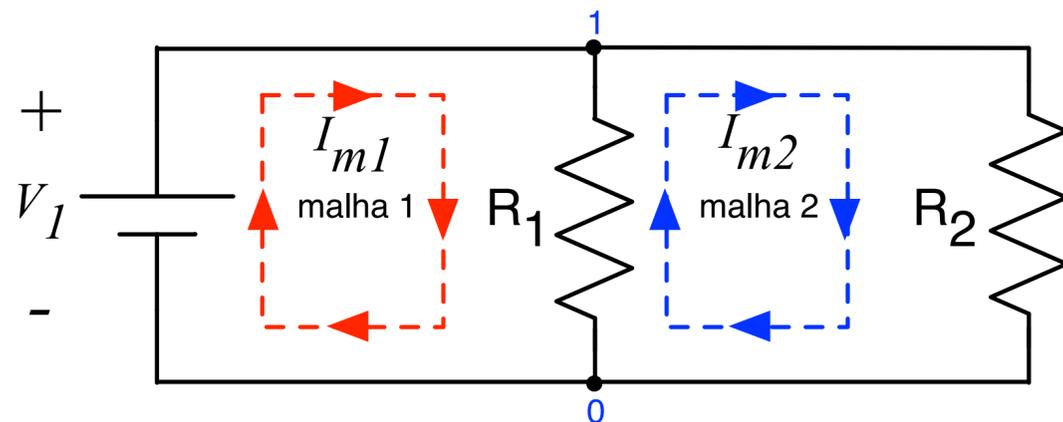
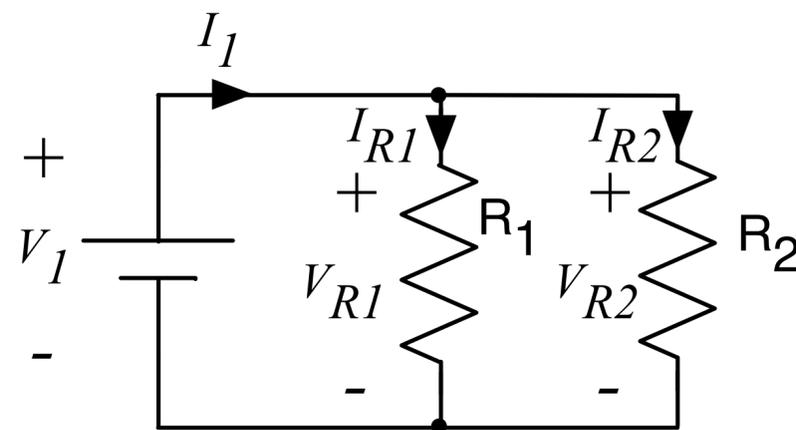
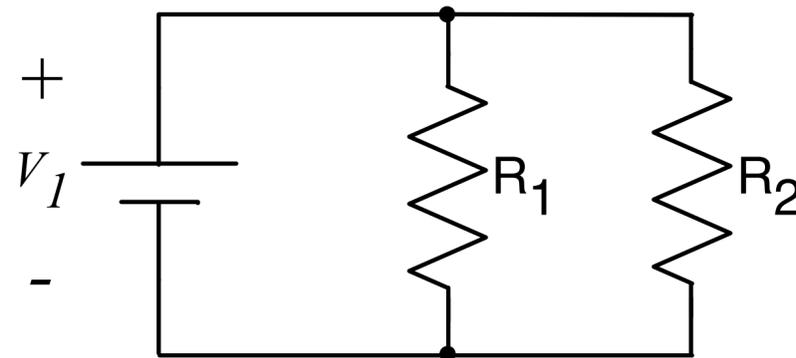
$$I_{R1} = I_{m1} - I_{m2}$$

$$I_{R2} = I_{m2}$$

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1$$

Análise de Malhas

Circuito com duas malhas:



Exemplo 3:

- Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V está conectada em dois resistores, R_1 e R_2 , conforme o circuito da figura ao lado. Os resistores tem resistência de 5Ω (R_1) e 3Ω (R_2). Determine as correntes e tensões nos resistores.

$$V_{R1} = V_{R2} = V_1 = 12V$$

$$\begin{cases} 5 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} = 12 \\ -5 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot (5 + 3) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} = 12 \\ -5 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot 8 = 0 \end{cases}$$

$$I_{m1} = 6,4 A$$

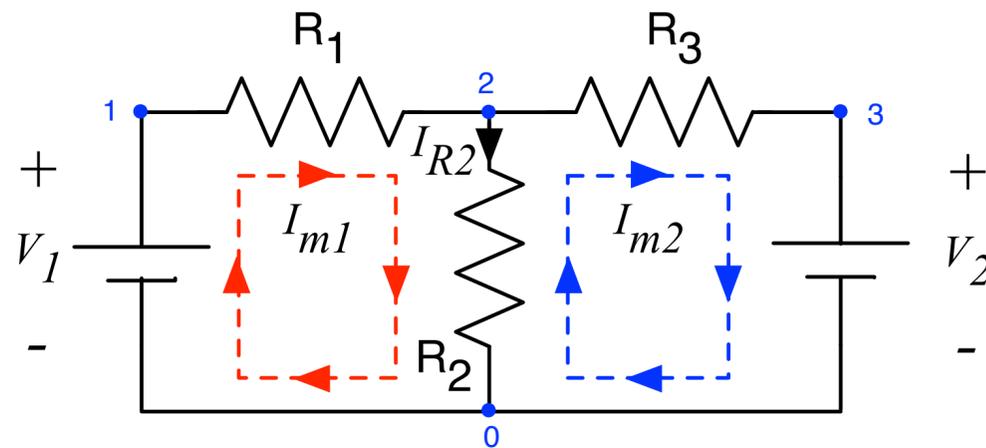
$$I_{m2} = 4 A$$

$$I_1 = I_{m1} = 6,4 A$$

$$I_{R1} = I_{m1} - I_{m2} = 6,4 - 4 = 2,4 A$$

$$I_{R2} = I_{m2} = 4 A$$

Circuito com duas malhas:



$$I_{R2} = I_{m1} - I_{m2}$$

$$V_{R2} = V_{20}$$

Exemplo 4:

- A figura ao lado apresenta novamente o circuito discutido no início desta aula. Este circuito tem duas fontes de tensão, sendo $V_1 = 12\text{ V}$ e $V_2 = 5\text{ V}$; e três resistores, sendo eles $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$ e $R_3 = 3\ \Omega$. Determine a corrente e tensão no resistor R_2 .

$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = 0 \rightarrow (R_1 + R_2) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = V_1$$

$$+R_2 \cdot I_{m2} - R_2 \cdot I_{m1} + R_3 \cdot I_{m2} + V_2 = 0 \rightarrow -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} = -V_2$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = V_1 \\ -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} = -V_2 \end{cases}$$

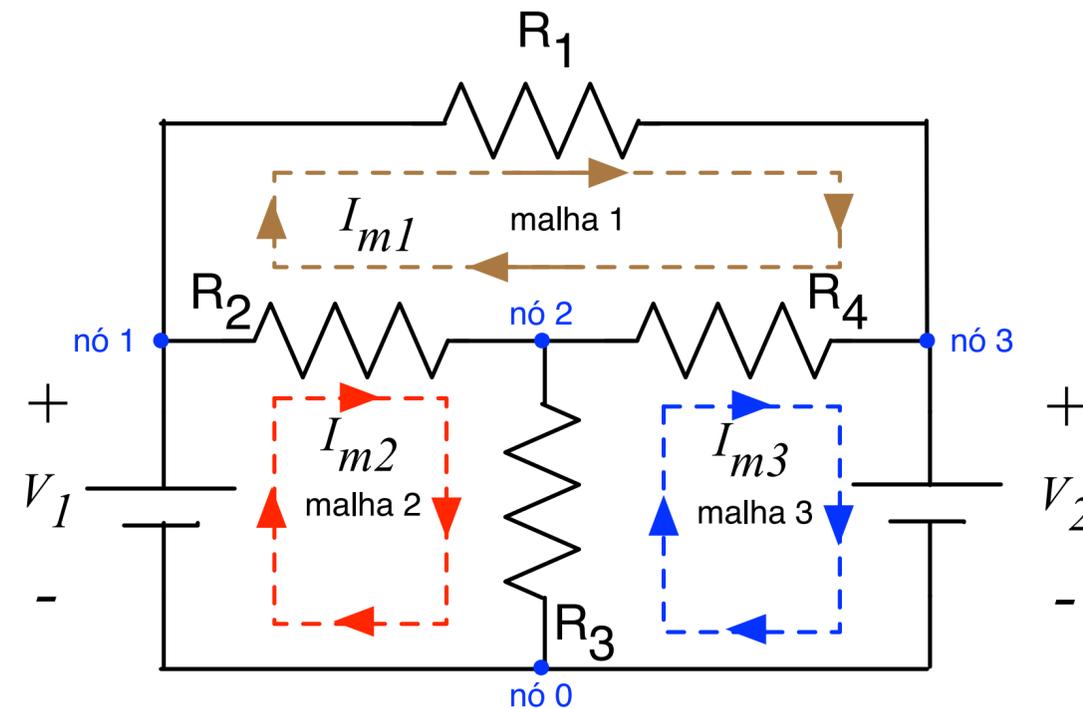
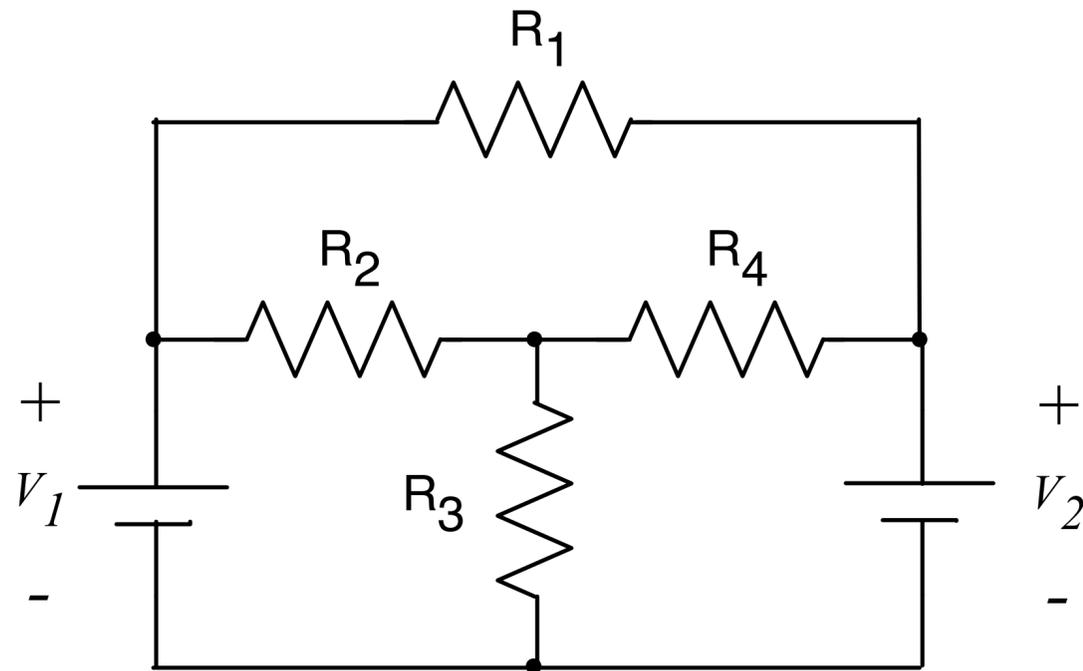
$$\begin{cases} 7 \cdot I_{m1} - 2 \cdot I_{m2} = 12 \\ -2 \cdot I_{m1} + I_{m2} \cdot 5 = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 1,61\text{ A} \\ I_{m2} = -0,35\text{ A} \end{cases}$$

$$I_{R2} = I_{m1} - I_{m2} = 1,61 - (-0,35) = 1,96\text{ A}$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = 2 \cdot 1,96 = 3,92\text{ V}$$

Análise de Malhas

Circuito com três malhas:



$$I_{R1} = I_{m1}$$

$$I_{R2} = I_{m2} - I_{m1}$$

$$I_{R3} = I_{m2} - I_{m3}$$

$$I_{R4} = I_{m3} - I_{m1}$$

$$+R_1 \cdot I_{m1} + R_4 \cdot I_{m1} - R_4 \cdot I_{m3} + R_2 \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} = 0$$

$$(R_1 + R_2 + R_4) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} - R_4 \cdot I_{m3} = 0$$

$$-V_1 + R_2 \cdot I_{m2} - R_2 \cdot I_{m1} + R_3 \cdot I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = 0$$

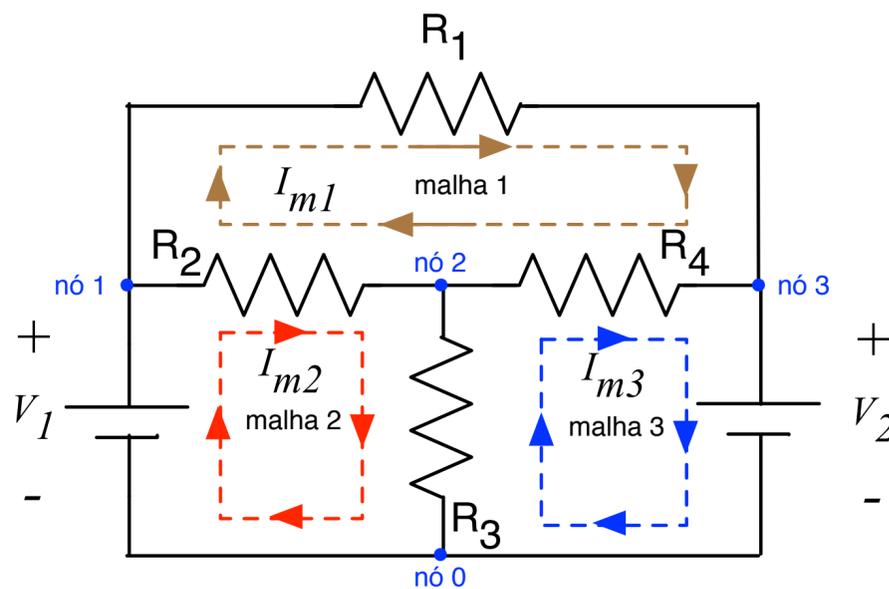
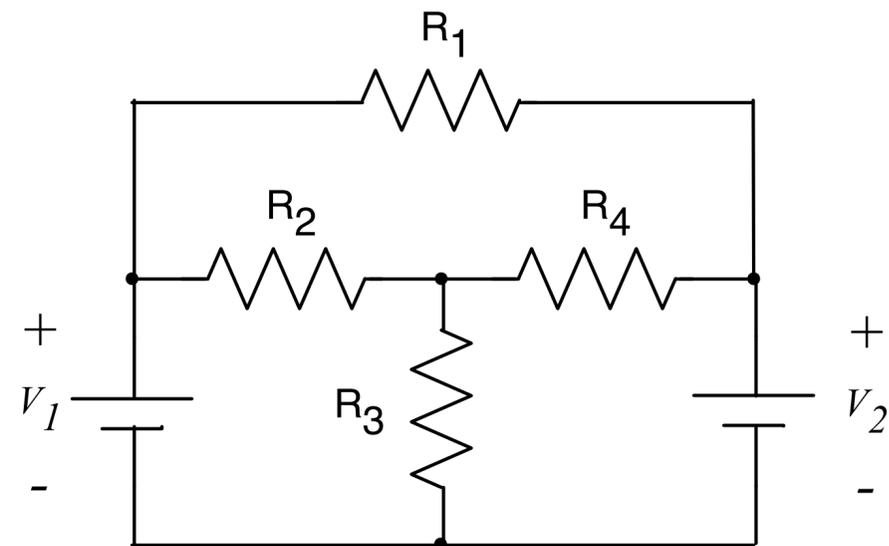
$$-R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = V_1$$

$$+R_3 \cdot I_{m3} - R_3 \cdot I_{m2} + R_4 \cdot I_{m3} - R_4 \cdot I_{m1} + V_2 = 0$$

$$-R_4 \cdot I_{m1} - R_3 \cdot I_{m2} + (R_3 + R_4) \cdot I_{m3} = -V_2$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_4) \cdot I_{m1} - R_2 \cdot I_{m2} - R_4 \cdot I_{m3} = 0 \\ -R_2 \cdot I_{m1} + (R_2 + R_3) \cdot I_{m2} - R_3 \cdot I_{m3} = V_1 \\ -R_4 \cdot I_{m1} - R_3 \cdot I_{m2} + (R_3 + R_4) \cdot I_{m3} = -V_2 \end{cases}$$

Circuito com três malhas:



Exemplo 5:

- Duas fontes de tensão, tendo $V_1 = 12\text{ V}$ e $V_2 = 5\text{ V}$, estão conectadas em quatro resistores, sendo eles: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$ e $R_4 = 3\ \Omega$; conforme mostrado na figura ao lado. Determine a corrente e a tensão no resistor R_3 .

$$\begin{cases} 18 \cdot I_{m1} - 5 \cdot I_{m2} - 3 \cdot I_{m3} = 0 \\ -5 \cdot I_{m1} + 7 \cdot I_{m2} - 2 \cdot I_{m3} = 12 \\ -3 \cdot I_{m1} - 2 \cdot I_{m2} + 5 \cdot I_{m3} = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 0,7\text{ A} \\ I_{m2} = 2,31\text{ A} \\ I_{m3} = 0,35\text{ A} \end{cases}$$

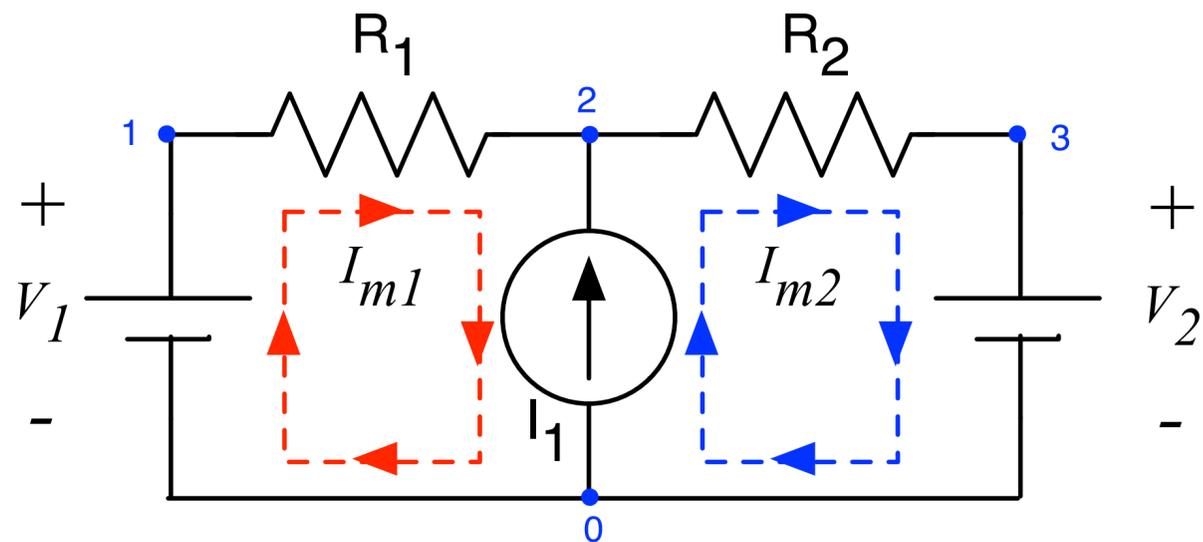
$$I_{R3} = I_{m2} - I_{m3} = 2,31 - 0,35 = 1,96\text{ A}$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = 2 \cdot 1,96 = 3,92\text{ V}$$

Análise de Malhas

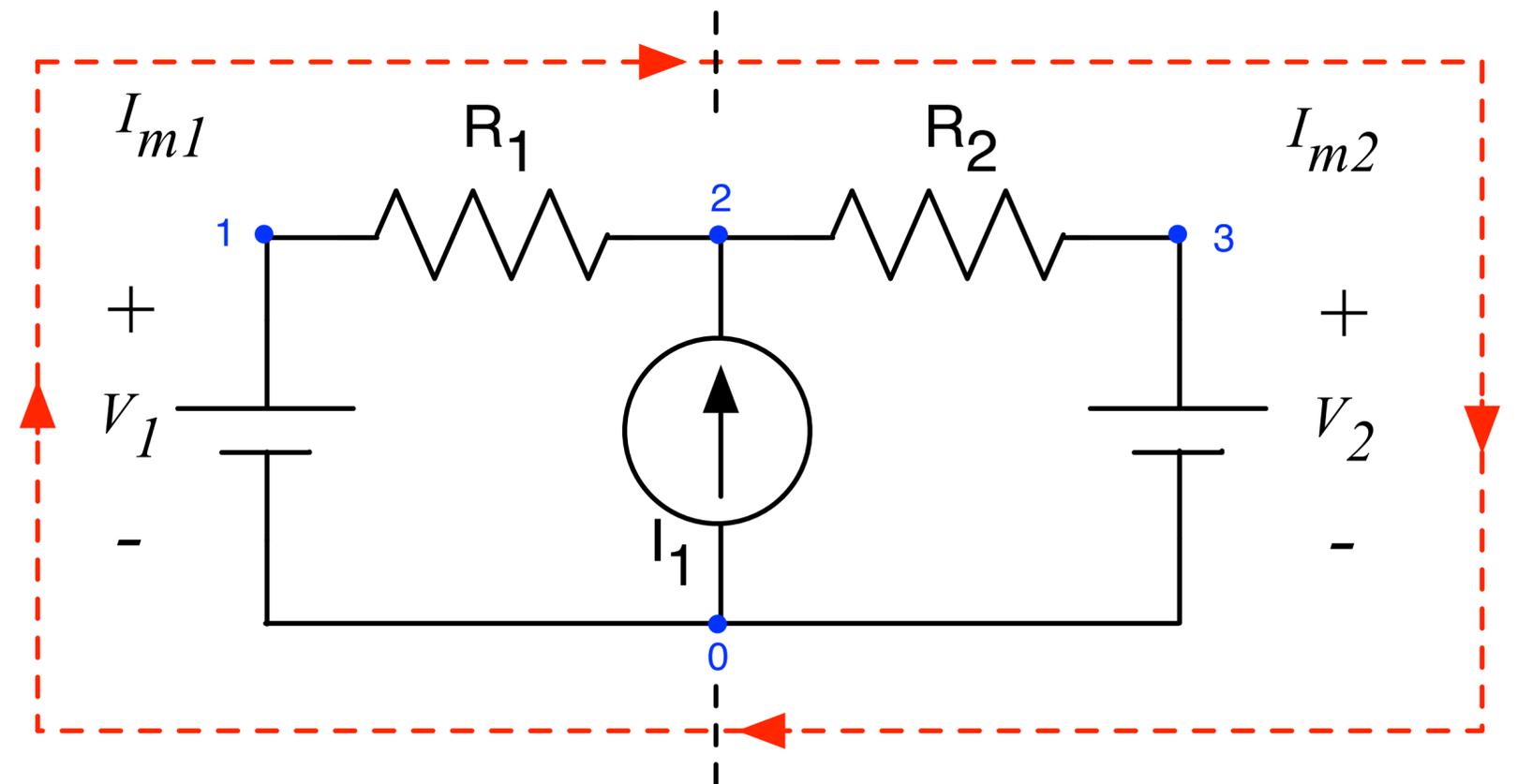
Super malhas:

- Qual a tensão entre os nós 2 e 0, ou seja, sobre a fonte de corrente?
- Alternativa: definir uma malha que não envolva a fonte de corrente. Esta malha, externa, pode ser chamada de Super Malha.



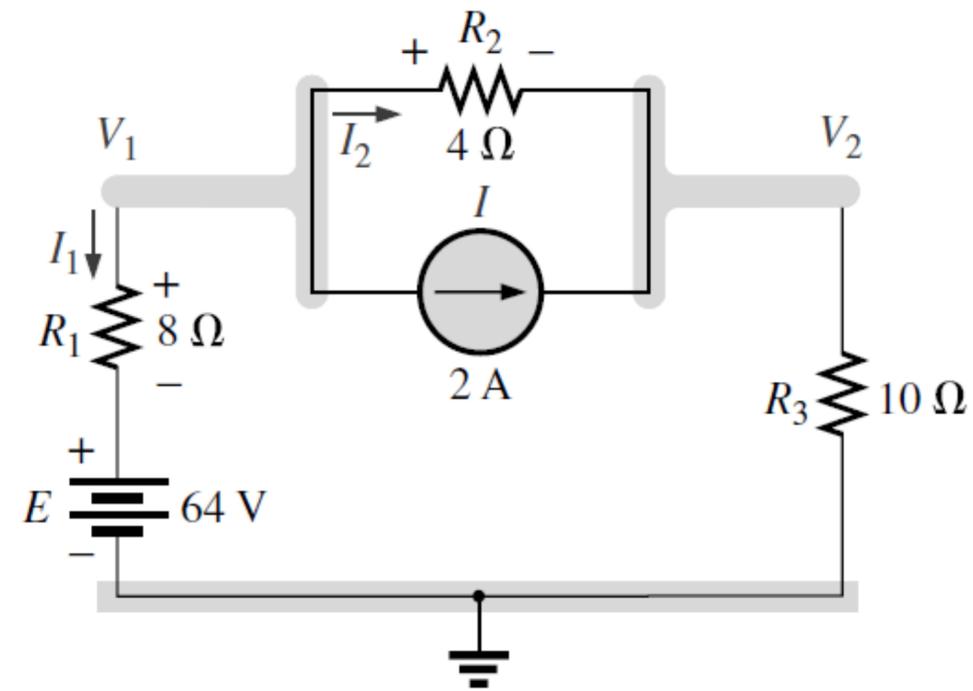
$$-V_1 + R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} + V_2 = 0 \rightarrow R_1 \cdot I_{m1} + R_2 \cdot I_{m2} = V_1 - V_2$$

$$I_{m1} + I_1 - I_{m2} = 0 \rightarrow I_{m2} - I_{m1} = I_1$$



Próxima Aula

Análise nodal



Fonte: Capítulo 8 - Métodos de análise de circuitos do livro *Análise de Circuitos* de Robert L. Boylestad, Pearson, 2012.