

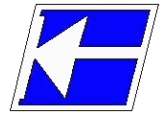
INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -

TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE

POTÊNCIA

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020.

TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Objetivo de Aprendizagem

Conhecer o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

Objetivos parciais

- Conhecer o Teorema da Máxima Transferência de Potência.
- Conhecer o conceito de eficiência;
- Aplicar o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 09 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 10 relacionado a fontes de corrente e transformação de fontes.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar a análise de malhas.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/1. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 09);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 09).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE
POTÊNCIA

1 Introdução

A aula anterior deste curso teve como tema central fontes de corrente e transformação de fontes, que simplificar a análise de circuitos elétricos. Nesta aula estudaremos o Teorema da Máxima Transferência de Potência e também o conceito de eficiência, sendo que ambos estão relacionados com o processamento de potência pela carga conectada ao circuito.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Teorema da Máxima Transferência de Potência;
- Eficiência de circuitos elétricos;
- Análise de circuitos aplicando o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
- Aplicar o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
- Explicar o que é eficiência de um circuito elétrico.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por uma fonte de tensão com resistência interna e solicitar que seja verificado para qual resistência de carga irá ocorrer a máxima transferência de potência. Também deverão ser realizados cálculos referentes a eficiência do circuito, isto é, a relação entre a potência na carga e a potência na fonte de alimentação.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
2. Aplicar o Teorema da Máxima Transferência de Potência;
3. Explicar o que é eficiência de um circuito elétrico;
4. Realizar cálculos de circuitos elétricos.

2 Teorema da Máxima Transferência de Potência

2.1 Introdução

O conhecimento sobre a máxima transferência de potência que pode ocorrer entre uma fonte de alimentação e a carga conectada na mesma é importante, tanto do ponto de vista de projeto de circuitos elétricos e equipamentos eletrônicos, como também durante seu uso. Assim, é comum em diversas áreas, como amplificadores de áudio, energias alternativas, ensaios de laboratórios, etc., ser necessário determinar a resistência ou impedância da carga para que ocorra a máxima transferência de potência.

A seguir será apresentado o Teorema da Máxima Transferência de Potência que permite identificar para qual resistência de carga se terá a maximização da potência dissipada na mesma.

2.2 Teorema da Máxima Transferência de Potência

O Teorema da Máxima Transferência de Potência determina que a potência transferida para a carga é máxima quando sua resistência for igual a resistência interna da fonte de alimentação.

Considere o Figura 1 onde se tem uma fonte de alimentação (v_i), que possui uma resistência interna R_i , e em sua saída está conectada uma carga R_L .

A potência na carga será obtida a partir do cálculo da tensão sobre a mesma, que será:

$$V_{RL} = v_i \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

Assim:

$$P_{RL} = \frac{(V_{RL})^2}{R_L} = \frac{\left(v_i \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}\right)^2}{R_L} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2}$$

A pergunta será: para qual valor de R_L se obterá a máxima potência sobre o mesmo?

Conforme o Teorema da Máxima Transferência de Potência, isso irá ocorrer quando as resistências interna da fonte e da carga forem iguais, ou seja:

$$R_L = R_i$$

A obtenção deste resultado pode ser demonstrado derivando-se a expressão da potência obtida anteriormente e igualando-se o resultado a zero:

$$\frac{\partial(P_{RL})}{\partial R_L} = 0 \rightarrow \frac{\partial\left(\frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2}\right)}{\partial R_L} = 0$$

$$\frac{R_i - R_L}{(R_i + R_L)^3} = 0 \rightarrow R_i = R_L$$

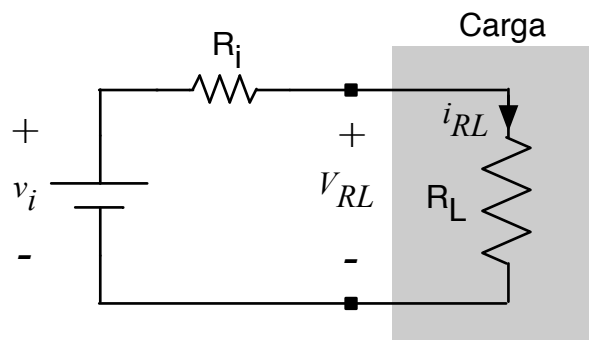


Figura 1 – Circuito para estudo do Teorema da Máxima Transferência de Potência.

A título de exemplo, vamos considerar uma fonte de alimentação de 10 V com resistência interna de 10 Ω . Agora faremos a resistência de carga variar em torno do valor da resistência interna da fonte. Assim, podemos elaborar uma tabela com os valores da resistência de carga, tensão na carga e a potência resultante sobre a mesma.

Note pela Tabela 1 que a tensão na carga aumenta proporcionalmente com o aumento de sua resistência. Por outro lado, a potência na carga aumenta até o valor de 10 Ω , para então começar a diminuir novamente. Observe que exatamente no valor de 10 Ω se tem a maior potência na carga, conforme define o Teorema da Transferência da Máxima Potência.

A Figura 2 mostra o gráfico da potência na carga em função do valor de sua resistência. Note que para uma resistência de 10 Ω a curva atinge seu valor máximo, onde de fato se tem a transferência da máxima potência entre a fonte de alimentação e a carga.

Interessante notar pela tabela, que apesar da tensão na carga aumentar com o aumento do valor de sua resistência, a potência processada pela mesma tem seu valor máximo quando as resistências são iguais. Isso ocorre porque, mesmo com o aumento da tensão na carga, sua resistência aumentando fará com que a corrente do circuito diminua, resultando em uma potência menor sobre a mesma.

Tabela 1 - Valores de tensão e potência na carga.

Resistência da carga [Ω]	Tensão na carga [V]	Potência na carga [W]
1	0,91	0,83
2	1,67	1,39
3	2,31	1,78
4	2,86	2,04
5	3,33	2,22
6	3,75	2,34
7	4,12	2,42
8	4,44	2,47
9	4,74	2,49
10	5,00	2,50
11	5,24	2,49
12	5,45	2,48
13	5,65	2,46
14	5,83	2,43
15	6,00	2,40
16	6,15	2,37
17	6,30	2,33
18	6,43	2,30
19	6,55	2,26
20	6,67	2,22

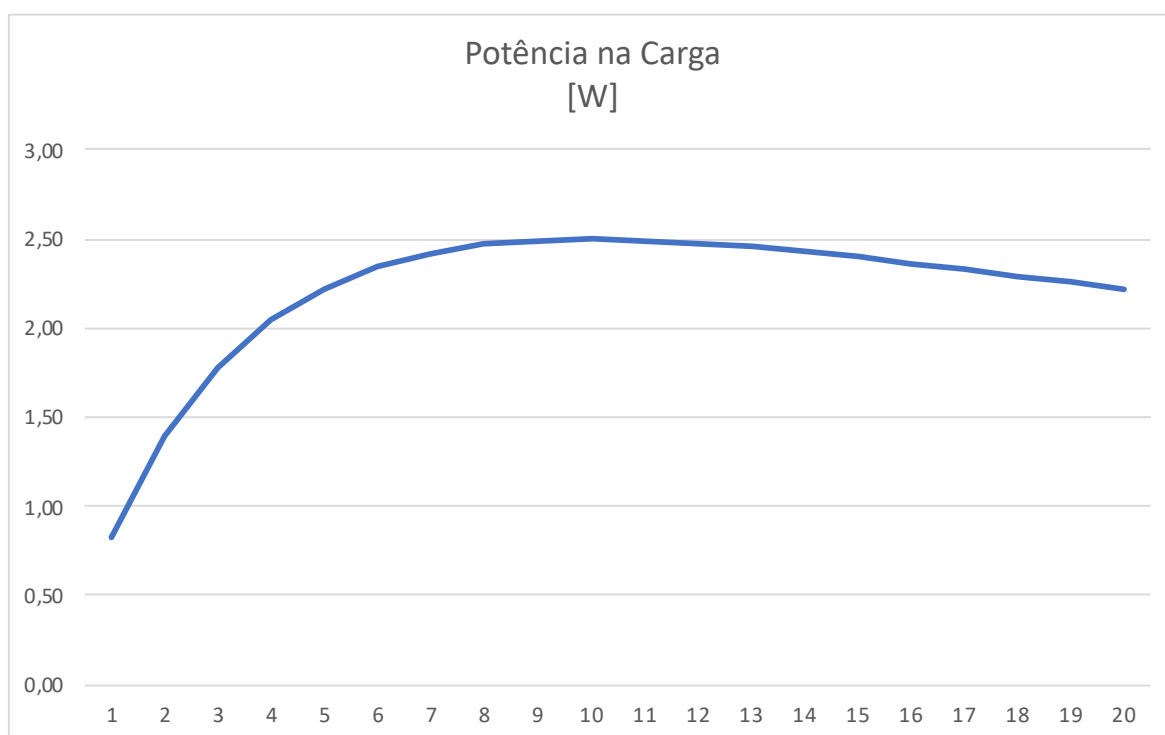


Figura 2 – Gráfico da potência na carga.

2.1 Aplicação do Teorema da Máxima Transferência de Potência

Exemplo 1:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Qual a potência máxima que poderá ser obtida na carga e para qual resistência isso irá ocorrer?

A máxima potência na carga irá ocorrer quando sua resistência for igual a resistência da fonte de alimentação, ou seja, de 2 Ω . Neste caso, a potência será:

$$P_{RL} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_i + R_L)^2} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(R_L + R_L)^2} = \frac{v_i^2 \cdot R_L}{(2 \cdot R_L)^2} = \frac{v_i^2}{4 \cdot R_L}$$

$$P_{RL} = \frac{v_i^2}{4 \cdot R_L} = \frac{12^2}{4 \cdot 2} = 18W$$

Note que no ponto de máxima transferência de potência, a tensão na carga será a metade da tensão da fonte de alimentação.

Exemplo 2:

Um amplificador de áudio possui impedância interna de 8 Ω . Qual deve ser a impedância do alto-falante para que se tenha a máxima transferência de potência?

A impedância do alto-falante deve ser igual a impedância interna do amplificador, neste caso de 8 Ω .

Exemplo 3:

Um gerador de sinais possui impedância interna de 50 Ω . Para qual carga se obterá a máxima transferência de potência?

A carga que permitirá obter a máxima transferência de potência será de 50 Ω .

Exemplo 4:

Um gerador de sinais de bancada possui impedância interna de 50 Ω e tensão máxima de saída de 20 V. Qual a máxima potência este gerador irá fornecer?

A máxima potência que o gerador irá fornecer será obtida quando a carga conectada ao mesmo for de 50 Ω . Neste caso a potência na carga será:

$$P_{RL} = \frac{v_i^2}{4 \cdot R_L} = \frac{20^2}{4 \cdot 50} = 2W$$

3 Eficiência de Circuitos Elétricos

3.1 Introdução

A eficiência de um circuito é importante para se conhecer as perdas de potência nos diversos componentes que o compõem e para maximizar o uso da energia fornecida pelas fontes de alimentação.

A seguir estudaremos o conceito de eficiência elétrica de um circuito, visando diferenciar eficiência de máxima transferência de potência.

3.2 Eficiência de Circuitos Elétricos

A eficiência de um circuito ou sistema elétrico é a relação entre a potência útil nas cargas e aquela fornecida pelas fontes de alimentação. Assim, a eficiência permite conhecer quanto da potência fornecida pela fonte de alimentação está sendo dissipada nos elementos do circuito, mas não necessariamente fornecendo trabalho útil.

Considere o sistema mostrado na Figura 3, onde se tem uma fonte de alimentação e uma carga. Estudar a eficiência do circuito significa relacionar a potência obtida na carga (R_L) com a potência fornecida pela fonte de alimentação (v_i). Note que a resistência interna (R_i) irá dissipar potência, gerando perdas no circuito. Neste circuito, é justamente a proporção de R_L em relação a R_i que afetará a eficiência do circuito.

A eficiência de um circuito ou sistema costuma ser chamada de rendimento, sendo dada pela potência de saída em função da potência de entrada, sendo um número adimensional, normalmente representado em percentual, que pode variar de 0 até 100%.

$$\eta = \frac{P_o}{P_i}$$

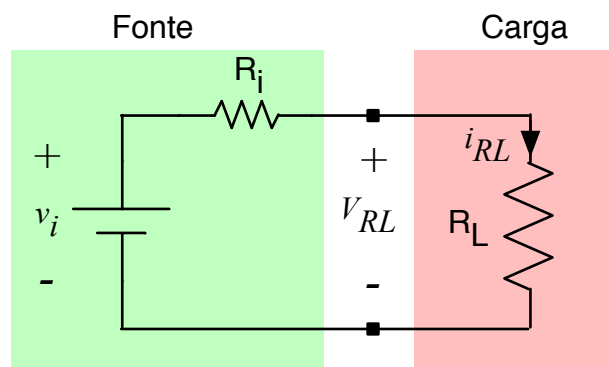


Figura 3 – Sistema para estudar a eficiência elétrica.

Assim, dizer que o rendimento de um circuito é de zero, significa dizer que toda a potência fornecida pela fonte de alimentação ficou na resistência interna ou série do circuito, sendo que na carga não ocorreu o processamento de potência. Em resumo, toda potência ficou sobre R_i no circuito da Figura 3, restando perdida do ponto de vista de aproveitamento da energia fornecida pela fonte de alimentação. Por outro lado, se o rendimento for de 100%, então toda a potência ficou na carga (R_L), não ocorrendo perdas na resistência interna da fonte.

A partir desta explanação, conclui-se que levando em conta o critério rendimento, quanto menor for a resistência interna da fonte de alimentação, melhor; idealmente, se a resistência interna fosse nula, então não haveriam perdas no sistema e toda a potência estaria disponível na carga.

A Figura 4 mostra o diagrama de blocos de um sistema elétrico, onde se tem a fonte de alimentação, na qual a potência é identificada como P_i . A carga tem como potência P_o , enquanto a parte interna do sistema tem como potência P_s , que representa as perdas do sistema.

Assim, o rendimento será:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \rightarrow P_i = P_o + P_s$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_s}$$

Deste modo, se P_s for zero, então se tem rendimento de 100%, ou seja:

$$\eta = \frac{P_o}{P_o + P_s} = \frac{P_o}{P_o + 0} = \frac{P_o}{P_o} = 1 = 100\%$$

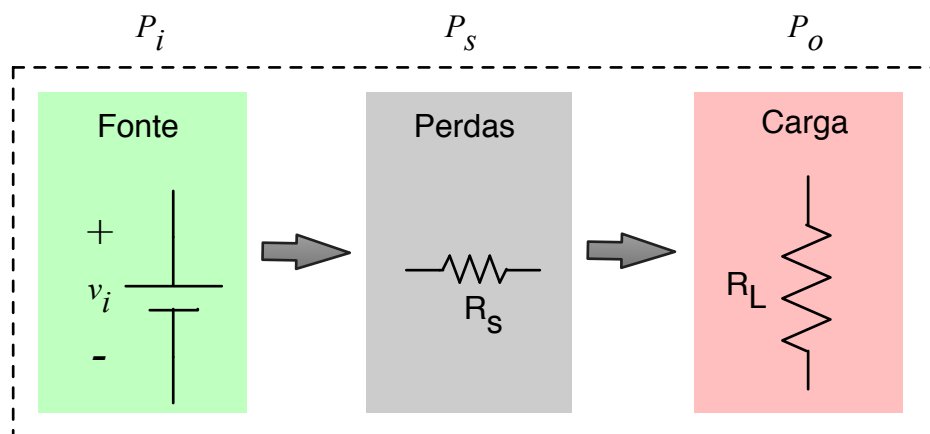


Figura 4 – Sistema mostrando as perdas nos elementos internos.

Em conclusão, do ponto de vista do rendimento, quanto maior for a resistência da carga

em relação à resistência interna do circuito, melhor será o rendimento do sistema.

A título de exemplo, vamos considerar novamente uma fonte de alimentação de 10 V com resistência interna de 10 Ω . Faremos a resistência de carga variar em torno do valor da resistência interna da fonte, mas com valores significativamente menores ou maiores.

A corrente no circuito será dada por:

$$i = \frac{v_i}{R_T} = \frac{v_i}{R_s + R_L} = \frac{10}{10 + R_L}$$

Assim, as potências serão:

$$P_{RL} = R_L \cdot i^2 = R_L \cdot \left(\frac{10}{10 + R_L} \right)^2$$

$$P_s = R_s \cdot i^2 = 10 \cdot \left(\frac{10}{10 + R_L} \right)^2$$

$$P_i = v_i \cdot i = 10 \cdot \frac{10}{10 + R_L} = \frac{100}{10 + R_L}$$

Os valores obtidos são mostrados na Tabela 2, onde se percebe que a medida que a resistência da carga se torna maior que a resistência série, o rendimento do circuito aumenta, até chegar em 100% quando $R_L \gg R_s$. Perceba que com o aumento da resistência de carga, a corrente do circuito irá cair, diminuindo também a potência na saída, mesmo com o rendimento aumentando para próximo de 100%. Além disso, quando a resistência de carga tiver o mesmo valor da resistência série da fonte, então se está no ponto de máxima transferência de potência, onde o rendimento será de 50%.

A Figura 5 mostra a curva do rendimento do sistema, onde se nota que quando a resistência da carga se torna muito maior do que a resistência interna do sistema, o rendimento tende a 100%.

Em sistemas eletrônicos busca-se sempre diminuir a resistência interna dos circuitos, para maximizar o rendimento, isto é, evitar as perdas nos componentes do circuito. As perdas nos elementos, além de desperdício de energia, implicam em aquecimento dos componentes e necessidade de dissipadores de calor ou ventilação forçada, obtida com o uso de ventiladores, por exemplo. Por conseguinte, se tem aumento no custo de fabricação dos equipamentos e menor vida útil dos mesmos, além de necessidades de manutenção.

Tabela 2 – Rendimento do sistema.

Resistência da carga [Ω]	Potência na carga [W]	Potência perdida [W]	Potência na entrada [W]	Rendimento do sistema [%]
0,1	0,10	9,80	9,90	0,99
1	0,83	8,26	9,09	9,09
10	2,50	2,50	5,00	50,00
100	0,83	0,08	0,91	90,91
1.000	0,10	0,00	0,10	99,01
10.000	0,01	0,00	0,01	99,90
100.000	0,00	0,00	0,00	100,00

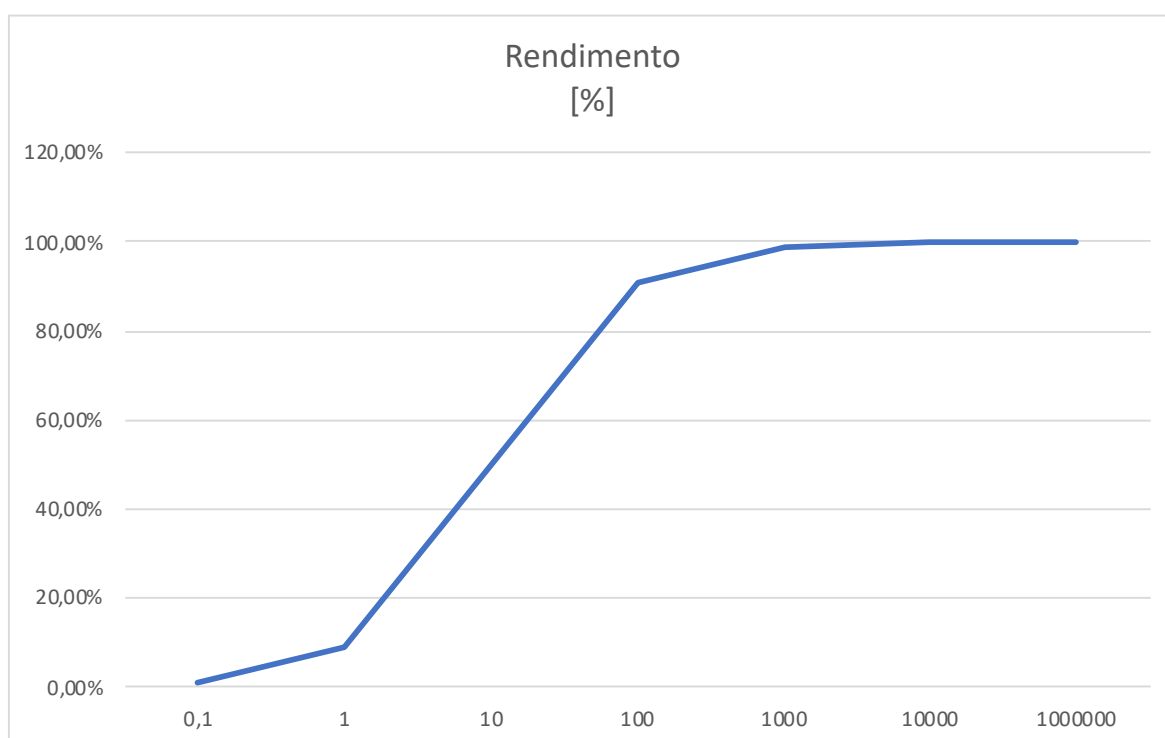


Figura 5 – Curva de rendimento do sistema.

3.1 Cálculo do rendimento de circuitos elétricos

Exemplo 5:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Ao se conectar uma carga com resistência de 2 Ω nesta fonte, qual será o rendimento do sistema?

Como a resistência da carga é igual a resistência interna da fonte, então se está no ponto de máxima transferência de potência e o rendimento será de 50%.

Exemplo 6:

Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e resistência interna de 2 Ω . Ao se conectar

uma carga com resistência de 10Ω nesta fonte, qual será o rendimento do sistema?

A corrente do circuito será:

$$i = \frac{v_i}{R_T} = \frac{v_i}{R_s + R_L} = \frac{12}{2 + 10} = 1A$$

Assim, as potências serão:

$$P_{RL} = R_L \cdot i^2 = 10 \cdot 1^2 = 10W$$

$$P_{Rs} = R_s \cdot i^2 = 2 \cdot 1^2 = 2W$$

$$P_i = P_{RL} + P_{Rs} = 10 + 2 = 12W$$

Então o rendimento será:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{P_{RL}}{P_i} = \frac{10}{12} = 0,83 = 83\%$$

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

O Teorema da Máxima Transferência de Potência determina que a resistência da carga deve ser igual a resistência interna da fonte de alimentação.

ER 02. Explique o que é rendimento de um circuito elétrico.

Rendimento é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada do circuito, representando quanto da energia fornecida pela fonte é transformada em trabalho útil na carga.

ER 03. Uma fonte de alimentação tem resistência interna de 1Ω . Para qual resistência de carga se terá a máxima transferência de potência?

Conforme o Teorema da Máxima Transferência de Potência, a resistência de carga deve ser igual a resistência da fonte de alimentação, ou seja, de 1Ω .

ER 04. Uma fonte de alimentação tem resistência interna de 10Ω . Se a resistência da carga também for de 10Ω , qual será o rendimento do sistema?

Como se está operando no ponto de máxima transferência de potência, pois a resistência da carga e da fonte são iguais, então o rendimento é de 50%.

ER 05. Se uma bateria tem uma resistência interna de 2Ω e o usuário pode escolher cargas com resistências de: 1Ω , 2Ω , 5Ω , 10Ω e 100Ω ; qual destas resistências de carga proporcionará o maior rendimento do sistema?

Quando a resistência de carga é muito maior do que a resistência interna da bateria se obtém o maior rendimento, assim, deve-se escolher o resistor de 100Ω .

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

EP 02. Explique com suas palavras o que significa rendimento de um circuito eletrônico.

EP 03. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 1Ω . Qual o valor da resistência de carga permitirá operar com a máxima transferência de potência?

EP 04. Uma bateria tem tensão de 12 V e resistência interna de 3Ω . A carga conectada na bateria tem resistência de 3Ω . O circuito está operando na máxima transferência de potência?

EP 05. Um gerador de sinais tem tensão de 12 V e resistência interna de 50Ω . A carga conectada no gerador tem resistência de 50Ω . Qual o rendimento do sistema?

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Explique o que é o Teorema da Máxima Transferência de Potência.

AA 02. Explique o que é rendimento de um circuito eletrônico.

AA 03. Uma fonte de tensão tem amplitude de 12 V e resistência interna de 6Ω . Qual a resistência da carga para se operar com a máxima transferência de potência?

AA 04. Uma bateria tem tensão de 12 V e resistência interna de 2Ω . A carga conectada na bateria tem resistência de 3Ω . O circuito está operando na máxima transferência de potência?

AA 05. Um gerador de sinais tem tensão de 10 V e resistência interna de 50Ω . A carga conectada no gerador tem resistência de 50Ω . Qual o rendimento do sistema?

AA 01. O Teorema da Máxima Transferência de Potência determina que a resistência da carga deve ser igual a resistência interna da fonte de alimentação.

AA 02. O rendimento de um circuito é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada.

AA 03. A resistência da carga deve ser igual a resistência da fonte, ou seja, de 6Ω .

AA 04. A resistência da carga está diferente da resistência da fonte, então não se está operando no ponto de máxima transferência de potência.

AA 05. O rendimento será de 50%, pois se está operando na máxima transferência de potência.