

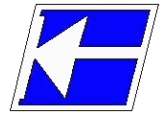
INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE NODAL

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020.

ANÁLISE NODAL

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar a análise dos nós (nodal) ao estudo de circuitos elétricos.

Objetivos parciais

- Conhecer a análise dos nós.
- Aplicar a análise dos nós;
- Resolver circuitos elétricos.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 08 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 12 relacionado a análise de malhas.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar os Teoremas de Thévenin e Norton.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/1. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 08);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 08).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - ANÁLISE NODAL

1 Introdução

A aula anterior abordou o estudo da análise de malhas, técnica utilizada para calcular as correntes do circuito. Nesta aula estudaremos uma técnica semelhante, mas agora calculando-se as tensões do circuito, a partir da análise dos nós ou nodal. As técnicas de análise de malhas e análise dos nós também são chamadas de métodos das malhas e métodos dos nós.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Análise dos nós;
- Aplicação da análise dos nós.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é a análise dos nós;
- Aplicar a análise dos nós na resolução de circuitos elétricos.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por diversos componentes e solicitar que seja aplicada a análise dos nós na resolução do mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é a análise dos nós;
2. Determinar o número de variáveis e equações a serem calculadas no circuito dado;
3. Aplicar a análise dos nós;
4. Realizar cálculos de circuitos elétricos.

2 Análise dos Nós (Nodal)

2.1 Introdução

A análise de malhas e análise dos nós são duas técnicas de análise de circuitos utilizadas frequentemente na resolução de circuitos simples e complexos. Em síntese, com estas técnicas é possível implementar um sistema de equações com as variáveis a serem obtidas e a seguir realizar a resolução deste sistema, determinando as grandezas desconhecidas do circuito elétrico.

A seguir será apresentada a técnica de análise dos nós e sua aplicação no estudo de circuitos elétricos.

2.2 Análise dos Nós

A análise de malhas consiste em determinar as correntes dos diversos ramos ou malhas de um circuito elétrico, aplicando as Leis de Kirchhoff das Tensões e Correntes e a Lei de Ohm. Por sua vez, a análise dos nós o nodal consiste em determinar as tensões dos diversos pontos de conexão dos componentes de um circuito, aplicando as Lei de Kirchhoff das Tensões e Correntes e a Lei de Ohm.

Relembramos as seguintes definições, que são importantes para se continuar o estudo de circuitos elétricos:

- Nó – ponto do circuito no qual dois ou mais componentes estão conectados;
- Ramo – caminho entre dois nós, sendo a corrente a mesma em todos os elementos deste caminho (ramo);
- Malha – caminho fechado ao longo de um circuito elétrico.

Assim, nota-se que nó é um ponto de conexão de componentes elétricos, podendo ocorrer ou não a divisão de corrente elétrica. Se dois componentes são conectados entre si, não ocorre a divisão da corrente elétrica, não sendo necessária a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes neste nó. Por sua vez, se mais de três componentes estiverem conectados formando um nó, irá ocorrer a divisão da corrente elétrica, sendo então aplicada a Lei de Kirchhoff das Correntes no ponto em questão.

O ramo é o caminho formado ao longo da conexão dos componentes, mas onde não ocorre a divisão da corrente elétrica. Por fim, malha é um caminho fechado, englobando ramos e nós.

O circuito mostrado da Figura 1 é formado por duas fontes de tensão e três resistores. Os

nós foram identificados de 0 até 3. Normalmente o nó 0 (zero) é a referência do circuito, ou GND (*ground* - terra) ou massa, que terá potencial (tensão) igual a zero. Note que no nó 1, onde se tem a conexão do resistor R_1 com a fonte v_1 , não ocorre divisão de corrente. Do mesmo modo no que no nó 3, onde se tem a conexão do resistor R_3 com a fonte v_2 , também não ocorre divisão de corrente. Por sua vez, no nó 2, onde se tem a conexão de R_1 , R_2 e R_3 se tem a divisão de corrente, pois estão conectados aí três componentes.

Note na Figura 1 que o ramo 1 é formado pelo resistor R_1 e pela fonte v_1 , sendo que nestes dois elementos a corrente é a mesma; o que também ocorre no ramo 2, formado por R_3 e v_2 . Importante observar que o ramo 1 vai do nó 0 até o nó 2, não fazendo parte do mesmo o resistor R_2 . Já o ramo 2 vai do nó 0 até o nó 2, onde também fica de fora o resistor R_2 .

Importante destacar que no circuito da Figura 1 as seguintes tensões são conhecidas:

- Nó 0 – tensão nula, pois este é o nó de referência, $V_0 = 0$;
- Nó 1 – tensão dada pela fonte v_1 , $V_1 = v_1$;
- Nó 3 – tensão dada pela fonte v_2 , $V_3 = v_2$.

As tensões dos nós podem ser expressadas a partir da diferença de potencial entre dois nós ou entre o nó em questão e o nó de referência, tendo-se assim:

- V_{21} – tensão entre os nós 2 e 1, diferença de potencial do nó 2 menos a diferença de potencial no nó 1, $V_{21} = V_2 - V_1$;
- V_{10} – tensão entre os nós 1 e 0 (referência), diferença de potencial do nó 1 menos a diferença de potencial no nó 0, $V_{10} = V_1 - V_0 = V_1 - 0 = V_1$.

Assim, quando se escrevem as tensões nos nós em relação à referência (GND), se utiliza como índice apenas o número do próprio nó.

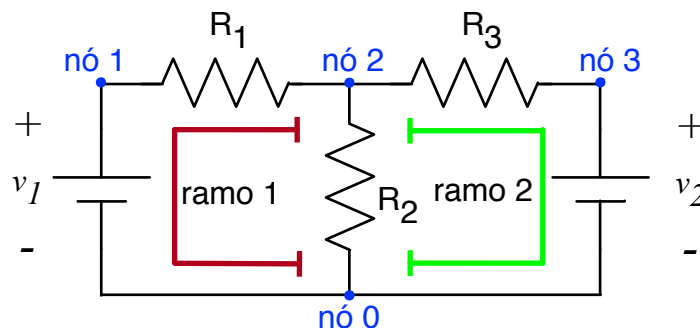


Figura 1 – Circuito para identificação de nós e ramos.

Ao aplicar a análise dos nós consiste em realizar os seguintes passos:

1. Identificar todas as tensões e correntes nos componentes;
2. Identificar os nós do circuito e ramos do circuito;
3. Definir o nó de referência;
4. Expressar as tensões conhecidas nos nós;
5. Aplicar as Lei de Kirchhoff das Correntes para cada nó com tensão desconhecida, considerando que as correntes saem daquele nó, independente do sentido verdadeiro das correntes do circuito;
6. Resolver o sistema de equações lineares obtido.

Importante destacar que o número de tensões a ser determinado e por conseguinte, o número de equações obtidas e sistema de equações resultante, será o número total de nós, menos o nó de referência e menos o número de nós onde as tensões são conhecidas. As tensões conhecidas são aquelas onde se tem a conexão de fontes de tensão entre determinado nó e o nó de referência. Na Figura 1, as tensões nos nós 1 e 3 são conhecidas, pois são dadas pelas fontes de tensão v_1 e v_2 .

3 Aplicação da Análise dos Nós

3.1 Introdução

A seguir será aplicada a análise dos nós abordada no capítulo anterior, a partir de circuitos mais simples até circuitos mais complexos. Destaca-se que todo circuito possui ao menos dois nós, pois os componentes dos circuitos sempre irão possuir ao menos dois terminais, um de entrada e outro de saída, por exemplo.

3.2 Circuito com Dois Nós

O circuito da Figura 2 apresenta um circuito simples, com apenas dois componentes, uma fonte de tensão (v_1) e um resistor (R_1). A mesma figura mostra a identificação das grandezas a serem determinadas (i_1 e V_{R_1}), os nós do circuito (nó 1 e nó 2) e as malhas do circuito (malha 1).

Em sendo um circuito de apenas dois nós, descartando o nó de referência que tem tensão nula e o nó onde está conectada a fonte de tensão, que tem diferença de potencial conhecida, resta que não será necessário determinar nenhuma tensão, isto é, não se tem nenhum nó com tensão desconhecida a ser calculada.

Assim:

$$V_o = 0$$

$$V_1 = V_1$$

$$V_{R1} = V_{10} = V_1$$

Desta forma, aplicando a Lei de Ohm, se obtém:

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Note que este circuito é simples e as expressões anteriores poderiam ser obtidas diretamente, com os conhecimentos já estudados anteriormente neste curso. Neste caso não foi necessário resolver nenhuma equação, pois todas as tensões eram conhecidas.

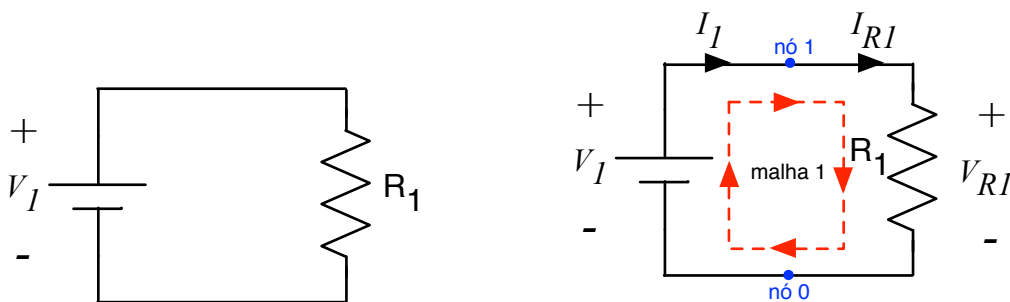


Figura 2 – Análise de nós em circuito com um nó além do nó de referência.

Exemplo 1:

Uma fonte possui amplitude de tensão de 12 V e está conectada em um resistor de 2 Ω .

Determine a corrente e a tensão no resistor.

Neste caso, sendo um circuito de apenas dois componentes e uma malha, se tem:

$$V_{R1} = V_1 = 12V$$

$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{2} = 6A$$

Exemplo 2:

O circuito da Figura 3 é formado por três componentes, sendo uma fonte de alimentação de 3 A (I_1) e dois resistores: $R_1 = 5 \Omega$ e $R_2 = 3 \Omega$. Determine todas as correntes e tensões nos elementos do circuito.

Este é um circuito paralelo com três componentes, tendo dois nós. Assim, será necessário determinar a tensão em um nó, visto o nó zero ser o nó de referência com tensão nula. Veja na Figura 3 que em circuitos eletrônicos é comum se identificar a referência com o símbolo específico para GND (*ground* ou terra). Assim, quando é utilizado este símbolo, não será necessário identificar este nó como sendo a referência, pois isso já está explícito pelo símbolo utilizado. Na Figura 4 são mostrados alguns símbolos comumente utilizados para identificar a referência ou GND (terra) do circuito.

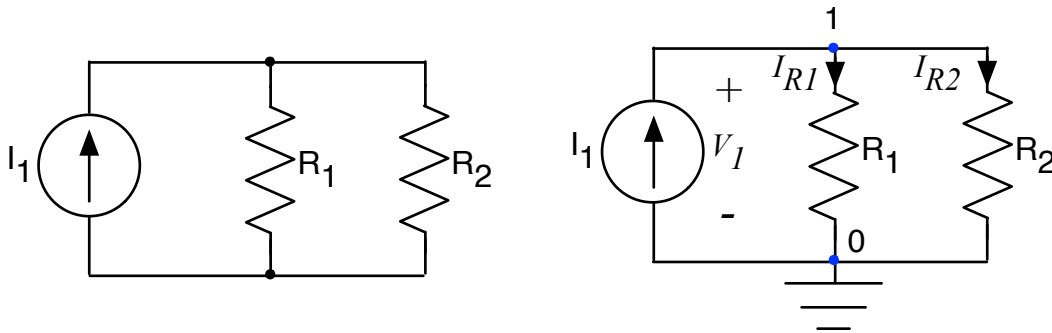


Figura 3 – Análise de nós em circuito com dois nós e três componentes.

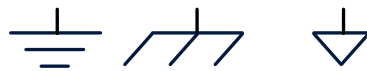


Figura 4 – Símbolos para a referência ou GND (terra) do circuito.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) no nó 1 do circuito da Figura 3 se tem:

$$+I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

Então, aplicando a Lei de Ohm em cada resistor:

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_{10}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{10}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

Agora substituindo estas expressões na equação obtida pela aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = I_1 \rightarrow V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1$$

$$V_1 = \frac{I_1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Note que o termo no denominador é a resistência total do circuito paralelo:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \rightarrow V_1 = R_T \cdot I_1$$

Este resultado é semelhante ao que seria obtido fazendo a análise do circuito a partir do cálculo da resistência total, como foi realizado na aula sobre circuitos em paralelo.

Resolvendo a equação obtida:

$$V_1 = \frac{I_1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \frac{3}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right)} = 5,625V$$

As correntes nos resistores serão:

$$I_{R1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{5,625}{5} = 1,125A$$

$$I_{R2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{5,625}{3} = 1,875A$$

A soma destas correntes deve corresponder a corrente da fonte de corrente:

$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow 1,125A + 1,875A = 3A \rightarrow 3A = 3A$$

Assim, a análise realizada está correta.

3.1 Circuito com Três Nós

O circuito da Figura 5 apresenta um circuito ainda simples, mas agora com quatro componentes, uma fonte de corrente (I_1) e três resistores (R_1 , R_2 e R_3). A mesma figura mostra a identificação dos nós para se determinar as tensões nos mesmos.

A partir da identificação dos nós do circuito, se nota que devem ser calculadas duas tensões, nos nós 1 e 2, pois a tensão no nó 0 é nula.

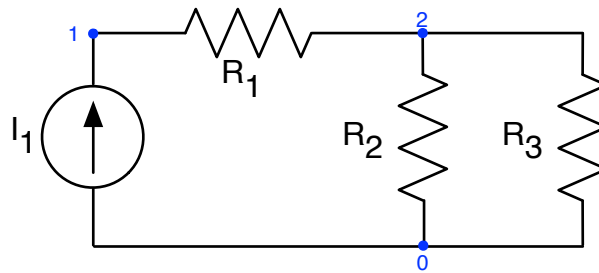


Figura 5 – Análise de nós em circuito com três nós.

A seguir será feita a aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes em cada nó onde se deve determinar as tensões. Assim, para o nó 1 se tem:

$$+I_1 + I_{R1} = 0 \rightarrow +I_1 + \frac{V_{12}}{R_1} = 0 \rightarrow +I_1 + \frac{V_1 - V_2}{R_1} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1$$

No nó 2, escrevendo diretamente as correntes em função das tensões e resistências:

$$+\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$$

$$-\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0$$

O sistema a ser resolvido será:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases}$$

Exemplo 3:

Uma fonte de corrente possui corrente de 3 A e está conectada em três resistores, R_1 , R_2 e R_3 , conforme o circuito da Figura 5. Os resistores tem resistência de 5 Ω (R_1), 3 Ω (R_2) e 2 Ω (R_3). Determine as tensões dos nós do circuito.

Como o circuito é idêntico ao anteriormente analisado, o sistema de equações será dado por:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5} = 3 \\ -\frac{V_1}{5} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5} = 3 \\ -\frac{V_1}{5} + \frac{31 \cdot V_2}{30} = 0 \end{cases}$$

Obtendo-se:

$$V_1 = 18,6V$$

$$V_2 = 3,6V$$

Para conferir se a análise está correta, vamos determinar a resistência total e calcular a tensão no nó 1:

$$R_T = R_1 + R_2 // R_3 = 5 + \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 6,2\Omega$$

$$V_1 = R_T \cdot I_1 = 6,2 \cdot 3 = 18,6V$$

Então a análise está correta.

3.1 Circuito com Quatro Nós

O circuito da Figura 6 apresenta um circuito mais complexo, que possui cinco componentes, sendo uma fonte de corrente (I_1) e três resistores (R_1 , R_2 e R_3). O objetivo será aplicar a análise de nós ao circuito dado e se obter as tensões sobre os elementos do circuito.

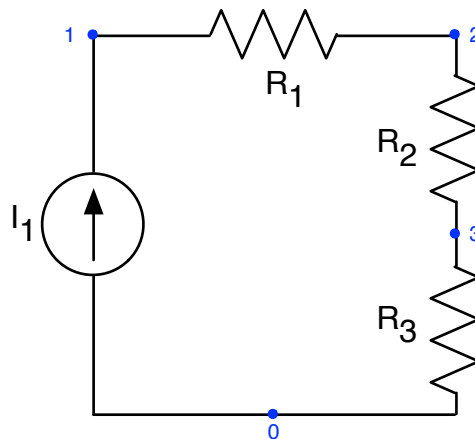


Figura 6 – Análise de nós em circuito com quatro nós.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no nó 1, tem-se:

$$+I_1 + \frac{V_1 - V_2}{R_1} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1$$

No nó 2 teremos:

$$+\frac{V_2-V_1}{R_1}+\frac{V_2-V_3}{R_2}=0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_1}+\frac{V_2}{R_2}-\frac{V_3}{R_2}=0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{V_3}{R_2}=0$$

Por sua vez, no nó 3 tem-se:

$$+\frac{V_3}{R_3}+\frac{V_3-V_2}{R_2}=0 \rightarrow -\frac{V_2}{R_2}+\frac{V_3}{R_2}+\frac{V_3}{R_3}=0 \rightarrow -\frac{V_2}{R_2}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=0$$

O sistema será:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1}-\frac{V_2}{R_1}=I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{V_3}{R_2}=0 \\ -\frac{V_2}{R_2}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=0 \end{cases}$$

Exemplo 4:

Uma fonte de corrente com corrente de 2 A está conectada em três resistores, sendo eles: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 2 \Omega$; conforme mostrado na Figura 6. Determine as tensões sobre os resistores.

O circuito é idêntico ao explicado anteriormente, então o sistema de equações resolvido será:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1}-\frac{V_2}{R_1}=I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-\frac{V_3}{R_2}=0 \\ -\frac{V_2}{R_2}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{10}-\frac{V_2}{10}=2 \\ -\frac{V_1}{10}+V_2 \cdot \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\right)-\frac{V_3}{5}=0 \\ -\frac{V_2}{5}+V_3 \cdot \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{10}-\frac{V_2}{10}=2 \\ -\frac{V_1}{10}+\frac{3 \cdot V_2}{10}-\frac{V_3}{5}=0 \\ -\frac{V_2}{5}+\frac{7 \cdot V_3}{10}=0 \end{cases}$$

A solução será:

$$V_1 = 34V$$

$$V_2 = 14V$$

$$V_3 = 4V$$

Assim, as tensões sobre os resistores serão:

$$V_{R1} = V_1 - V_2 = 34 - 14 = 20V$$

$$V_{R2} = V_2 - V_3 = 14 - 4 = 10V$$

$$V_{R3} = V_3 - V_0 = 4 - 0 = 4V$$

Para conferir a análise, visto se tratar de um circuito série, se pode calcular a tensão sobre cada resisto diretamente, pois a corrente da malha única é conhecida, tendo-se então:

$$I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = I_1 = 2A$$

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 10 \cdot 2 = 20V$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_1 = 5 \cdot 2 = 10V$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_1 = 2 \cdot 2 = 4V$$

Por fim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões ao circuito:

$$-V_1 + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0$$

$$-34 + 20 + 10 + 4 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

Deste modo, conclui-se que a análise está correta.

3.1 Super Nós

A Figura 7 apresenta um circuito com fonte de tensão. Neste caso não é possível utilizar a análise de nós diretamente, pois ao escrever correntes nos nós 1 e 2, não seria possível determinar a corrente na fonte de tensão. Assim, uma alternativa é fazer uso da ideia de super nó, que consiste em definir um nó que englobe a fonte de tensão. No circuito em questão será um nó englobando os nós 1 e 2.

Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no super nó se tem:

$$+\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

Além disso, a aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões entre os nós 1 e 2 permitirá obter:

$$V_1 - V_2 = V_{cc}$$

Assim, se tem um sistema com duas incógnitas e duas expressões e que poderá ser

resolvido:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0 \\ V_1 - V_2 = V_{cc} \end{cases}$$

O exemplo mostrado é simples e poderia ser resolvido calculando-se a corrente de malha, de maneira direta, conforme estudado anteriormente neste curso. De todo modo, o intuito foi mostrar o conceito de super nó e como aplicar o mesmo na análise de circuitos elétricos.

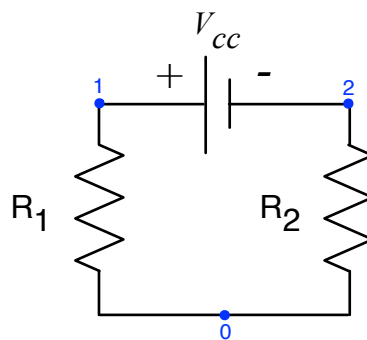


Figura 7 – Circuito com fonte de tensão.

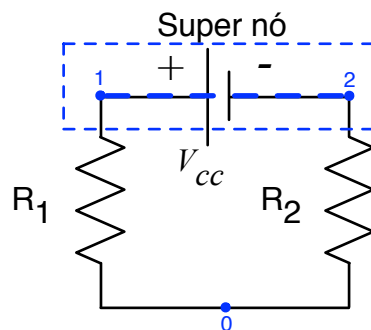


Figura 8 – Super nó para análise de circuitos.

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é análise de nós.

A análise de nós é uma técnica para resolver circuitos elétricos, onde se atribuem identificações aos nós do circuito e se determinam equações aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes aos mesmos.

ER 02. Explique o que são nós, ramos e malhas.

Nó é um ponto do circuito onde dois ou mais componentes estão conectados. Ramo é o caminho entre um nó e outro, tendo-se a mesma corrente ao longo dos componentes do ramo. Malha é um caminho fechado, no qual se pode aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões.

ER 03. O circuito mostrado na Figura 9 tem duas fontes de alimentação, sendo V_1 de 10 V e V_2 de 5 V, e resistores $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine as tensões dos nós do circuito.

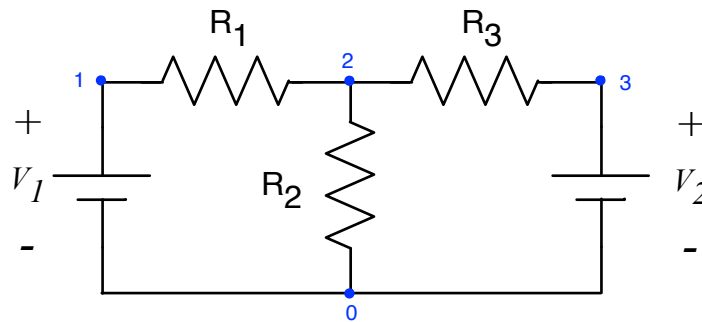


Figura 9 – Circuito para análise.

Os nós do circuito já foram identificados na Figura 9 onde se nota que as tensões para 3 nós são conhecidas, restando calcular a tensão no nó 2. Assim, se tem:

$$V_0 = 0V$$

$$V_{10} = V_1 = 10V$$

$$V_{30} = V_2 = 5V$$

Escrevendo a equação para as correntes no nó 2 se tem:

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0 \rightarrow \frac{V_2 - 10}{10} + \frac{V_2}{5} + \frac{V_2 - 5}{3} = 0$$

$$V_2 = 4,21V$$

ER 04. O circuito da Figura 10 possui uma fonte de alimentação de 10 V; e dois resistores, sendo eles $R_1 = 5 \Omega$ e $R_2 = 3 \Omega$. Determine as tensões nos nós do circuito.

Este circuito foi discutido anteriormente para se entender a aplicação do super nó. Assim, escrevendo as correntes nos nós 1 e 2 se tem:

$$+\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{5} + \frac{V_2}{3} = 0$$

Já a diferença de potencial entre os nós 1 e 2 é:

$$V_1 - V_2 = V_{cc} \rightarrow V_1 - V_2 = 10$$

O sistema e sua solução são:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{5} + \frac{V_2}{3} = 0 \\ V_1 - V_2 = 10 \end{cases}$$

$$V_1 = 6,25V$$

$$V_2 = -3,75V$$

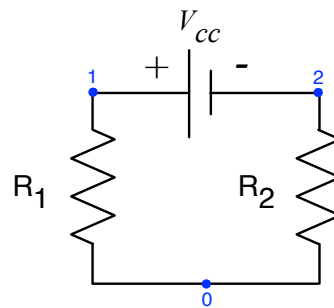


Figura 10 – Circuito para análise.

ER 05. Comprove que a análise realizada no exercício anterior está correta.

Para comprovar a análise realizada, pode-se aplicar a Lei de Kirchhoff das Tensões na malha do circuito. Assim, partindo do nó 0 no sentido horário:

$$+V_{01} + V_{12} + V_{20} = 0 \rightarrow -V_{10} + V_{12} + V_{20} = 0$$

$$-V_1 + V_{12} + V_2 = 0 \rightarrow -6,25 + 10 + (-3,75) = 0 \rightarrow 0 = 0$$

Exercícios Propostos

EP 01. Um circuito que tem três nós, terá quantas tensões a serem determinadas?

EP 02. No circuito da Figura 9 as fontes de alimentação tem amplitudes de 5 V (V_1) e 9 V (V_2) e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

EP 03. Determine a tensão sobre o resistor R_1 no circuito do exemplo 4.

EP 04. No circuito da Figura 9 as fontes de alimentação tem amplitudes de $V_1 = 5$ V e $V_2 = 10$ V e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

EP 05. No circuito da Figura 9 as fontes de alimentação tem amplitudes de $V_1 = 10$ V e $V_2 = 10$ V e os resistores são $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$. Determine a corrente no resistor R_2 .

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. A resolução do sistema de equações na análise de nós resulta em respostas para as tensões ou correntes do circuito?

AA 02. Um circuito que possui três nós e uma fonte de corrente, terá quantas tensões a serem determinadas pela análise de nós?

AA 03. Considere o circuito da Figura 9, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 0$. Determine a tensão no resistor R_2 .

AA 04. Considere o circuito da Figura 9, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 0$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 10$. Determine a tensão no resistor R_2 .

AA 05. Considere o circuito da Figura 9, onde os valores dos elementos são: $V_1 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$ e $V_2 = 5 \text{ V}$. Determine a tensão no resistor R_2 .

AA 01. A resolução do sistema de equações na análise de nós resulta em respostas para as tensões do circuito.

AA 02. Se o circuito possui três nós, então terá 3-1 = 2 tensões a serem calculadas.

AA 03. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo resolvido 3, sendo

definidas as tensões nos nós 0, 1 e 3. A expressão da soma das correntes no nó 2 será: $V_2 x \left(\frac{R_1}{1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1}\right) +$

$$\frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1} + \frac{R_1}{1} + \frac{R_3}{V_3} \cdot \text{Assim: } V_2 x \left(\frac{5}{1} + \frac{3}{1} + \frac{5}{1}\right) = \frac{5}{10} + \frac{5}{0}. \text{ Portanto } V_2 = 2,74 \text{ V.}$$

AA 04. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo resolvido 3, sendo

definidas as tensões nos nós 0, 1 e 3. A expressão da soma das correntes no nó 2 será: $V_2 x \left(\frac{R_1}{1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1}\right) +$

$$\frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1} + \frac{R_1}{V_3} + \frac{R_3}{V_3} \cdot \text{Assim: } V_2 x \left(\frac{5}{1} + \frac{3}{1} + \frac{5}{1}\right) = \frac{5}{0} + \frac{5}{10}. \text{ Portanto } V_2 = 2,74 \text{ V.}$$

AA 05. O sistema de equações a ser resolvido tem a forma do exemplo resolvido 3, sendo

definidas as tensões nos nós 0, 1 e 3. A expressão da soma das correntes no nó 2 será: $V_2 x \left(\frac{R_1}{1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1}\right) +$

$$\frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1} + \frac{R_1}{V_3} + \frac{R_3}{V_3} \cdot \text{Assim: } V_2 x \left(\frac{5}{1} + \frac{3}{1} + \frac{5}{1}\right) = \frac{5}{5} + \frac{5}{5}. \text{ Portanto } V_2 = 2,74 \text{ V.}$$