

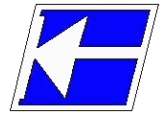
INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA

CURSO SUPERIOR DE TECNOLOGIA EM ELETRÔNICA INDUSTRIAL

Circuitos Elétricos I



GUIA DE ESTUDO

- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM - TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, outubro de 2020.

TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

Objetivo de Aprendizagem

Aplicar o Teorema da Superposição no estudo de circuitos elétricos.

Objetivos parciais

- Conhecer o Teorema da Superposição;
- Aplicar o Teorema da Superposição na análise de circuitos;
- Resolver circuitos elétricos.

Aulas relacionadas

Este objetivo de aprendizagem está relacionado com a aula 09 da disciplina.

Pré-requisitos

Ter estudado o objetivo de aprendizagem 14 relacionado aos Teoremas de Thévenin e Norton.

Continuidade dos Estudos

O próximo objetivo de aprendizagem será estudar capacitores e análise de circuitos capacitivos.

Roteiro para estudos

Os estudos referentes a este objetivo de aprendizagem consistem em:

1. Estudar este documento resumo, realizando as atividades propostas no mesmo;
2. Responder o quiz relacionado a este objetivo de aprendizagem;
3. Caso perceba necessidade, estudar a apresentação deste assunto ou ler o capítulo do livro texto usado na disciplina;
4. Realizar os exercícios deste tópico da matéria;
5. Realizar o laboratório virtual, se for possível, relacionado a este objetivo de aprendizagem;
6. Realizar a avaliação final para progredir ao próximo conteúdo.

Referências

- Material disponibilizado para a disciplina de Circuitos Elétricos I – 2020/1. Departamento Acadêmico de Eletrônica, Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Florianópolis.
- BOYLESTAD, Robert. Introdução à análise de circuitos. Tradução de Daniel Vieira, Jorge Ritter. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012.

Check-list

Caro estudante, verifique se você completou as atividades deste objetivo de aprendizagem e obteve êxito para continuar seus estudos.

Assinale as atividades realizadas:

Estudo do documento resumo:

- Leitura do documento resumo;
- Exercícios do documento resumo;
- Atividade avaliativa do documento resumo.
- Obtive êxito e entendi o conteúdo deste documento;
- Ainda não entendi bem o conteúdo e estudarei o mesmo com mais profundidade.

Estou com dúvidas, irei estudar com mais detalhes este conteúdo:

- Assistir a apresentação relacionada ao conteúdo (apresentação 09);
- Ler o capítulo deste conteúdo no livro (capítulo 09).

Ainda estou com dúvidas:

- Entrarei em contato com o professor.

Obtive êxito, então seguirei em frente:

- Responder ao quiz deste conteúdo no Moodle;
- Informar ao professor que estou avançando com o conteúdo.

Parabéns, continue estudando com afinco e vamos em frente!!

CONTEÚDO

**- OBJETIVO DE APRENDIZAGEM -
TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO**

1 Introdução

As aulas anteriores abordaram os Teoremas de Thévenin e Norton e sua aplicação na análise de circuitos elétricos. Esta aula irá abordar o Teorema da Superposição, que é uma técnica muito utilizada na análise de circuitos com a presença de várias fontes de alimentação.

1.1 Conteúdo – O que irei estudar

Estudaremos neste tópico:

- Teorema da Superposição;
- Aplicação do Teorema da Superposição na análise de circuitos.

1.2 Metodologia – O que devo fazer e como fazer

Leia com atenção o conteúdo a seguir. Ao final deste tópico são apresentados exercícios resolvidos. Após são apresentados alguns exercícios propostos.

Ao realizar estas atividades e se sentir confiante para progredir, siga os passos indicados na primeira página deste documento.

Espera-se que após estudar este assunto, você consiga:

- Explicar o que é o Teorema da Superposição;
- Aplicar o Teorema da Superposição na resolução de circuitos elétricos.

A atividade avaliativa deste objetivo de aprendizagem consistirá em apresentar ao aluno um circuito formado por diversos componentes e solicitar que sejam aplicado o Teorema da Superposição para a resolução do mesmo.

Exemplo de atividade avaliativa:

1. Explique o que é o Teorema da Superposição;
2. Aplique o Teorema da Superposição no circuito dado;
3. Faça a análise do circuito apresentado utilizando o Teorema da Superposição.

2 Teorema da Superposição

2.1 Introdução

A análise de circuitos complexos é possível utilizando as técnicas anteriormente estudadas, por exemplo análise de malhas, análise dos nós e Teoremas de Thévenin e Norton. No entanto, sempre que for possível realizar simplificações nos circuitos elétricos, do ponto de vista da análise de circuitos, é preferível a resolução de circuitos simples ao invés de circuitos complexos com muitos componentes.

Assim, em circuitos com a presença de várias fontes de alimentação, pode-se fazer a análise do circuito considerando uma fonte por vez, empregando o Teorema da Superposição. Em geral, a aplicação do Teorema da Superposição resulta em circuitos mais simples, que serão resolvidos sequencialmente, conforme o número de fontes de alimentação presentes no sistema.

A seguir será apresentado o Teorema da Superposição e sua aplicação em diferentes circuitos.

2.2 Teorema da Superposição

O Teorema da Superposição determina que:

- A corrente, ou tensão, através de qualquer elemento é igual à soma algébrica das correntes ou tensões produzidas independentemente por cada fonte.

O circuito da Figura 1 apresenta um circuito exemplo com a presença de duas fontes de alimentação, uma de corrente (I_1) e uma de tensão (V_1). O objetivo deste exemplo será determinar a tensão V_x sobre o resistor R_1 .

A aplicação do Teorema da Superposição será determinar os efeitos de cada fonte individualmente sobre a tensão V_x , somando-se a seguir estes efeitos para obter o resultado final.

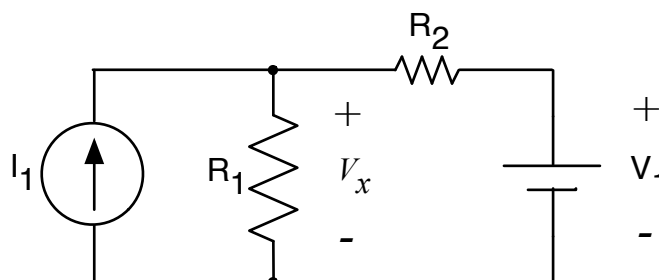


Figura 1 – Circuito exemplo para aplicação o Teorema da Superposição.

Assim, na Figura 2 mostra-se o circuito equivalente quando se considerar a tensão $V_1 = 0$, ou seja, excluindo-se esta fonte do circuito, para se obter a tensão V_x em função da corrente I_1 .

Por sua vez, a Figura 3 mostra-se o circuito equivalente quando se considerar a corrente $I_1 = 0$, ou seja, excluindo-se esta fonte do circuito, para se obter a tensão V_x em função da tensão V_1 .

Atente que para zerar (anular) uma fonte de tensão deve-se curto-circuitar a mesma, enquanto uma fonte de corrente deve ser aberta.

Em termos matemáticos, aplicar o Teorema da Superposição consiste em somar os efeitos de cada fonte de alimentação na variável de interesse do circuito em estudo. Assim, para o exemplo que estamos apresentando:

$$V_x = f(I_1, V_1)$$

$$V_{x1} = V_x(I_1)$$

$$V_{x2} = V_x(V_1)$$

$$V_x = V_{x1} + V_{x2}$$

A sequência apresentada deve ser repetida conforme o número de fontes de alimentação presentes no circuito, lembrando que para analisar os circuitos resultantes, as demais técnicas de análise de circuitos estudadas podem ser aplicadas.

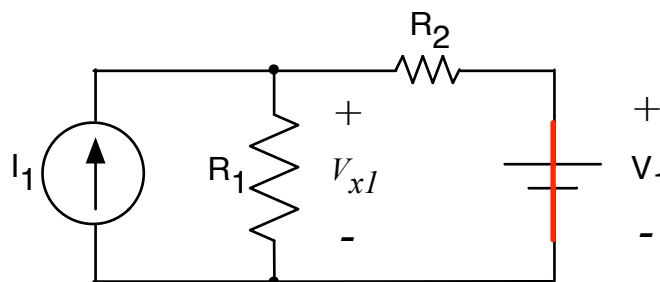


Figura 2 – Circuito para determinar o efeito de I_1 em V_x , considerando $V_1 = 0$.

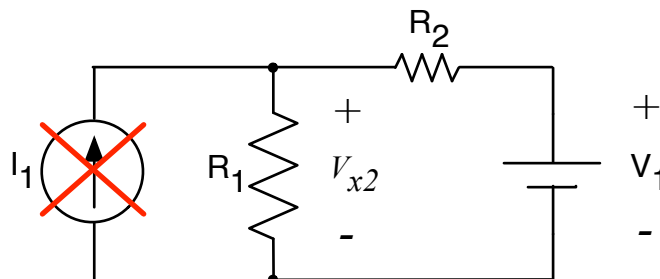


Figura 3 – Circuito para determinar o efeito de V_1 em V_x , considerando $I_1 = 0$

Os passos para se aplicar o Teorema da Superposição são:

1. Identificar as variáveis de interesse, que se deseja determinar;
2. Anular as fontes do circuito (curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente), sequencialmente, para obter o efeito de cada uma sobre a variável de interesse;
3. Somar os efeitos individuais de cada fonte na variável de interesse, obtendo-se o efeito total.

3 Aplicação do Teorema da Superposição

3.1 Introdução

A seguir será aplicado o Teorema da Superposição na análise de alguns circuitos que possuem diversas fontes de alimentação em sua composição.

3.2 Circuito com Fontes de Tensão

O circuito da Figura 4 possui duas fontes de tensão (V_1 e V_2) e três resistores (R_1 , R_2 e R_3). A seguir será aplicado o Teorema da Superposição na análise deste circuito. O objetivo da análise a ser realizada é determinar a tensão entre os nós 1 e 0 do circuito.

Inicialmente será obtido o efeito da tensão V_1 sobre a tensão entre os nós 1 e 0, que é $V_{10} = V_1 - V_0 = V_1$. Para tal, a tensão da fonte V_2 será considerada igual a zero ($V_2 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 5.

Note que no circuito da Figura 4, os resistores R_2 e R_3 resultam em paralelo, ficando estes em série com R_1 . Assim, a tensão entre os nós 1 e 0 pode ser obtida aplicando-se a regra do divisor de tensão. Deste modo:

$$V_{10 \rightarrow V_2=0} = V_1 \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3}$$

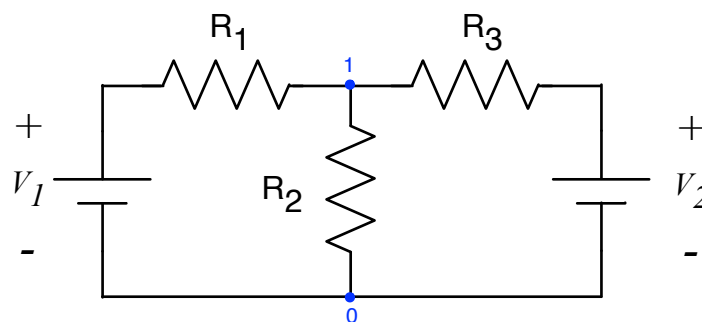


Figura 4 – Circuito com fontes de tensão.

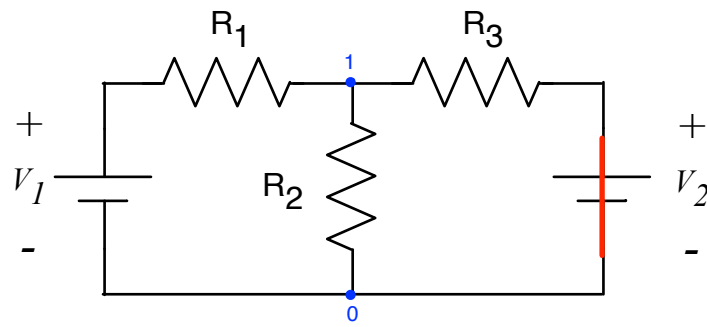


Figura 5 – Circuito resultante considerando $V_2 = 0$.

Na sequência será obtido o efeito da tensão V_2 sobre a tensão entre os nós 1 e 0. Para tal, a tensão da fonte V_1 será considerada igual a zero ($V_1 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 6.

Note que no circuito da Figura 5, os resistores R_1 e R_2 resultam em paralelo, ficando estes em série com R_3 . Assim, a tensão entre os nós 1 e 0 pode ser obtida aplicando-se a regra do divisor de tensão. Deste modo:

$$V_{10 \rightarrow V_1=0} = V_2 \cdot \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3}$$

Finalmente, a tensão resultante entre os pontos 1 e 0, será:

$$V_{10} = V_{10 \rightarrow V_2=0} + V_{10 \rightarrow V_1=0}$$

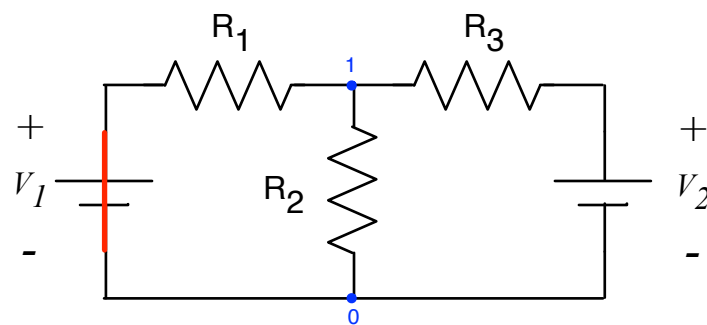


Figura 6 – Circuito resultante considerando $V_1 = 0$.

Exemplo 1:

O circuito da Figura 4 possui duas fontes de tensão, sendo $V_1 = 12 \text{ V}$ e $V_2 = 6 \text{ V}$, e os resistores R_1 , R_2 e R_3 são de $10 \text{ } \Omega$, $5 \text{ } \Omega$ e $10 \text{ } \Omega$, respectivamente. Determine a tensão resultante entre os nós 1 e 0 do circuito.

O efeito da fonte de tensão V_1 sobre a tensão entre os nós 1 e 0 será:

$$V_{10 \rightarrow V_2=0} = V_1 \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} = 12 \cdot \frac{5 // 10}{10 + 5 // 10} \cong 3,0V$$

Já o efeito da fonte de tensão V_2 sobre a tensão entre os nós 1 e 0 será:

$$V_{10 \rightarrow V_1=0} = V_2 \cdot \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3} = 6 \cdot \frac{10 // 5}{10 // 5 + 10} \cong 1,5V$$

Assim, a tensão resultante entre os nós 1 e 0 em função dos efeitos de V_1 e V_2 será:

$$V_{10} = V_{10 \rightarrow V_2=0} + V_{10 \rightarrow V_1=0} = 3,0 + 1,5 = 4,5V$$

3.3 Circuito com Fonte de Tensão e Fonte de Corrente

O circuito da Figura 7 possui duas fontes de alimentação, sendo uma de corrente (I_1) e uma de tensão (V_1) e dois resistores (R_1 e R_2). A seguir será aplicado o Teorema da Superposição na análise deste circuito. O objetivo da análise a ser realizada é determinar a corrente no resistor R_1 , ou seja, I_{R1} .

Inicialmente será obtido o efeito da corrente I_1 sobre a corrente no resistor R_1 . Para tal, a tensão da fonte V_1 será considerada igual a zero ($V_1 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 8, onde se nota que os resistores R_1 e R_2 resultam em paralelo. Assim, a corrente no resistor R_1 pode ser obtida aplicando-se a regra do divisor de corrente. Deste modo:

$$I_{R1 \rightarrow V_1=0} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

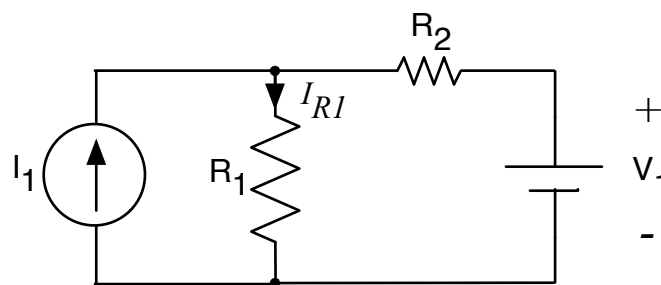


Figura 7 – Circuito com fonte de tensão e fonte de corrente.

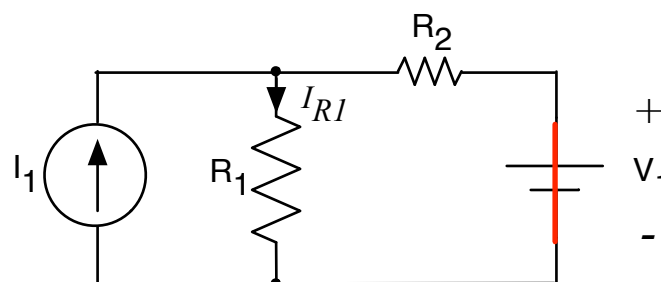


Figura 8 – Circuito resultante considerando $V_1 = 0$.

A seguir será obtido o efeito da tensão V_1 sobre a corrente no resistor R_1 . Para tal, a corrente da fonte I_1 será considerada igual a zero ($I_1 = 0$). O circuito resultante é mostrado na Figura 9, onde se nota que os resistores R_1 e R_2 resultam em série. Assim, a corrente no resistor R_1 pode ser obtida calculando-se a corrente total do circuito, visto o mesmo resultar em uma malha apenas. Deste modo:

$$I_{R_1 \rightarrow I_1=0} = I_{T \rightarrow I_1=0} = \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$

Finalmente, a corrente resultante no resistor R_1 , será:

$$I_{R_1} = I_{R_1 \rightarrow V_1=0} + I_{R_1 \rightarrow I_1=0}$$

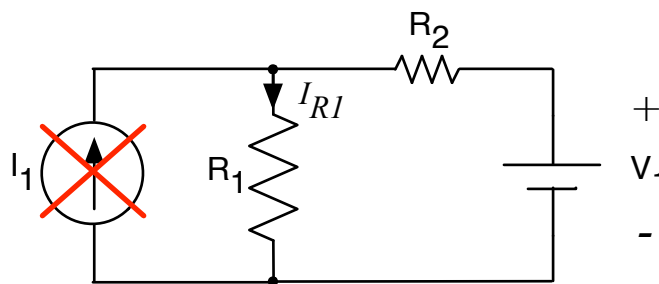


Figura 9 – Circuito resultante considerando $I_1 = 0$.

Exemplo 2:

O circuito da Figura 7 possui duas fontes de alimentação, sendo $I_1 = 3 \text{ A}$ e $V_1 = 10 \text{ V}$, e os resistores R_1 e R_2 são de 10Ω e 5Ω , respectivamente. Determine a corrente resultante no resistor R_1 .

O efeito da fonte de corrente I_1 sobre a corrente no resistor R_1 será:

$$I_{R_1 \rightarrow V_1=0} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3 \cdot \frac{5}{10 + 5} = 1 \text{ A}$$

O efeito da fonte de tensão V_1 sobre a corrente no resistor R_1 será:

$$I_{R_1 \rightarrow I_1=0} = I_{T \rightarrow I_1=0} = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = \frac{10}{10 + 5} = 0,67 \text{ A}$$

Assim, a corrente resultante no resistor R_1 em função dos efeitos de I_1 e V_1 será:

$$I_{R_1} = I_{R_1 \rightarrow V_1=0} + I_{R_1 \rightarrow I_1=0} = 1 + 0,67 = 1,67 \text{ A}$$

4 Exercícios

Exercícios Resolvidos

ER 01. Explique o que é o Teorema da Superposição.

O Teorema da Superposição define que a soma dos efeitos das diferentes fontes de alimentação de um circuito eletrônico resulta no efeito total em uma variável do circuito elétrico.

ER 02. O Teorema da Superposição pode ser aplicado em um circuito com apenas uma fonte de alimentação.

Em circuitos com apenas uma fonte de alimentação, o cálculo da variável de interesse já representa o efeito desta fonte de alimentação, não sendo necessário aplicar o Teorema da Superposição.

ER 03. Determine a corrente no resistor R_2 para o exemplo 1.

A tensão no resistor R_2 foi determinada no exemplo 1, então sua corrente será:

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{10}}{R_2} = \frac{4,5}{5} = 0,9A$$

ER 04. Determine a tensão no resistor R_1 do exemplo 2.

A corrente no resistor R_1 foi determinada no exemplo 2, assim, sua tensão será:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = 10 \cdot 1,67 = 16,7V$$

ER 05. Determine a potência no resistor R_1 do exemplo 2.

A potência no resistor R_1 será:

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_{R1}^2 = 10 \cdot 1,67^2 = 27,89W$$

Exercícios Propostos

EP 01. Explique com suas palavras o que é o Teorema da Superposição?

EP 02. Em que tipos de circuitos elétricos pode-se empregar o Teorema da Superposição?

EP 03. Explique os passos para se aplicar o Teorema da Superposição.

EP 04. Determine a potência no resistor R_2 do exemplo 1.

EP 05. Determine a energia consumida pelo resistor R_1 do exemplo 2, após uma hora ligado.

5 Atividade Avaliativa

5.1 Introdução – O que preciso saber

Ao final deste objetivo de aprendizagem são apresentadas cinco questões, que devem ser respondidas sem consultar o material. Se você conseguir responder as questões e conferir as respostas com o gabarito abaixo, parabéns, você concluiu com êxito este tópico. Caso tenha errado alguma questão, revise o conteúdo relacionado com a mesma e refaça a questão, procurando se concentrar mais desta vez, para acertar a mesma e fixar bem o conteúdo.

AA 01. Considere o circuito da Figura 10, onde $I_1 = 2\text{ A}$, $I_2 = 1\text{ A}$, $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 10\ \Omega$. Determine a tensão V_x aplicando o Teorema da Superposição.

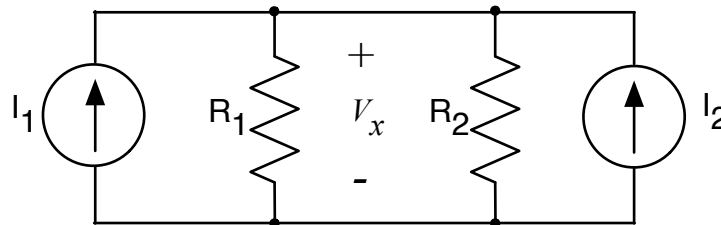


Figura 10 – Circuito para análise.

AA 02. Determine a corrente no resistor R_1 aplicando o Teorema da Superposição.

AA 03. Determine a corrente no resistor R_2 aplicando o Teorema da Superposição.

AA 04. Utilize outras técnicas de análise de circuitos para determinar que o resultado da questão AA 02 está correto.

AA 05. Utilize outras técnicas de análise de circuitos para determinar que o resultado da questão AA 03 está correto?

AA 01. A tensão no ponto x (V_x) será obtida calculando-se o efeito de I_1 e posteriormente de I_2 .
 Abindo-se a fonte de corrente I_2 , a tensão V_x será: $V_{x1} = (R_1/R_2) \times I_1 = (10//10) \times 2 = 10$ V. Já
 quando se abrir a fonte de corrente I_1 , a tensão V_x será: $V_{x2} = (R_1/R_2) \times I_2 = (10//10) \times 1 = 5$ V. A
 tensão resultante será $V_x = V_{x1} + V_{x2} = 10 + 5 = 15$ V.

AA 02. A corrente no resistor R_1 pode ser obtida usando-se a regra do divisor de corrente:

Abindo-se a fonte de corrente I_2 , se tem que $I_{R1(1)} = I_1 \times R_2 / (R_1 + R_2) = 2 \times 10 / (10 + 10) = 1$ A.

Abindo-se a fonte de corrente I_1 , se tem que $I_{R1(2)} = I_2 \times R_2 / (R_1 + R_2) = 1 \times 10 / (10 + 10) = 0,5$ A.

Assim, a corrente no resistor R_1 será $I_{R1} = I_{R1(1)} + I_{R1(2)} = 1 + 0,5 = 1,5$ A.

AA 03. A corrente no resistor R_2 pode ser obtida usando-se a regra do divisor de corrente:

Abindo-se a fonte de corrente I_2 , se tem que $I_{R2(1)} = I_1 \times R_1 / (R_1 + R_2) = 2 \times 10 / (10 + 10) = 1$ A.

Abindo-se a fonte de corrente I_1 , se tem que $I_{R2(2)} = I_2 \times R_1 / (R_1 + R_2) = 1 \times 10 / (10 + 10) = 0,5$ A.

Assim, a corrente no resistor R_2 será $I_{R2} = I_{R2(1)} + I_{R2(2)} = 1 + 0,5 = 1,5$ A.

AA 04. Pode-se determinar a tensão V_x aplicando a análise de nós, por exemplo. Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no superior, considerando o nó inferior como a referência: $-I_1 + V_x/R_1 + V_x/R_2 - I_2 = 0$. Então: $V_x = (I_1 + I_2) / (1/R_1 + 1/R_2) = (2 + 1) / (1/10 + 1/10) = 15$ V. Portanto, a

corrente no resistor R_1 será: $I_{R1} = V_x / R_1 = 15 / 10 = 1,5$ A.

AA 05. Pode-se determinar a tensão V_x aplicando a análise de nós, por exemplo. Assim, aplicando a Lei de Kirchhoff das Correntes no superior, considerando o nó inferior como a referência: $-I_1 + V_x/R_1 + V_x/R_2 - I_2 = 0$. Então: $V_x = (I_1 + I_2) / (1/R_1 + 1/R_2) = (2 + 1) / (1/10 + 1/10) = 15$ V. Portanto, a

corrente no resistor R_2 será: $I_{R2} = V_x / R_2 = 15 / 10 = 1,5$ A.