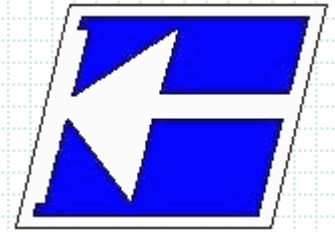


Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina  
Departamento Acadêmico de Eletrônica  
Métodos e Técnicas de Laboratório em Eletrônica

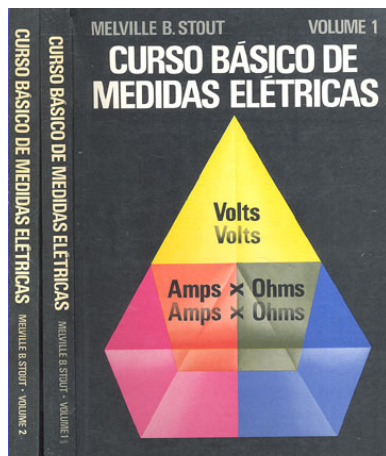
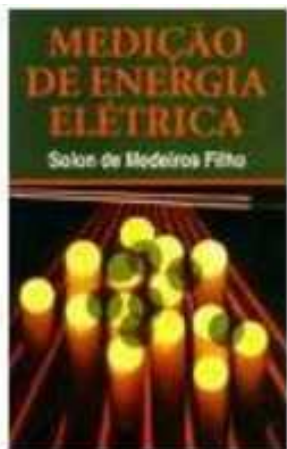


# Teoria de Erros, Medidas e Instrumentos de Medidas

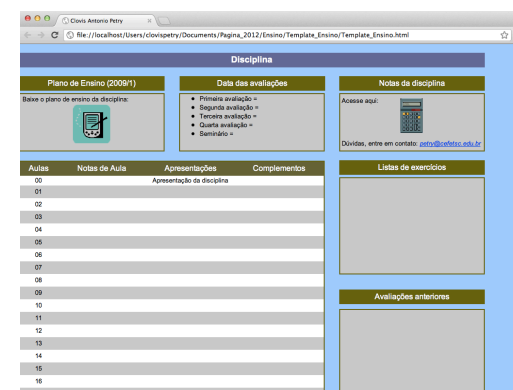
Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, abril de 2013.

# Bibliografia para esta aula



[www.ProfessorPetry.com.br](http://www.ProfessorPetry.com.br)



## **Erros em Medidas:**

1. Definições iniciais;
2. Exatidão e precisão;
3. Algarismos significativos;
4. Classificação dos erros;
5. Valor verdadeiro;
6. Erro absoluto e erro relativo;
7. Erro de inserção;
8. Propagação dos erros.

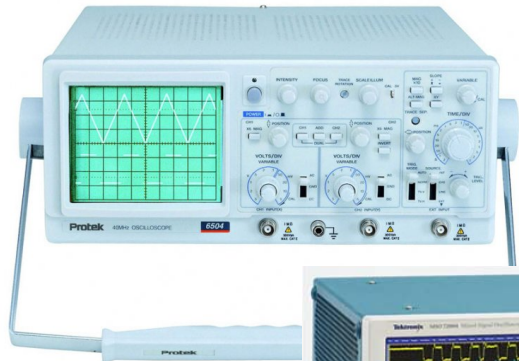
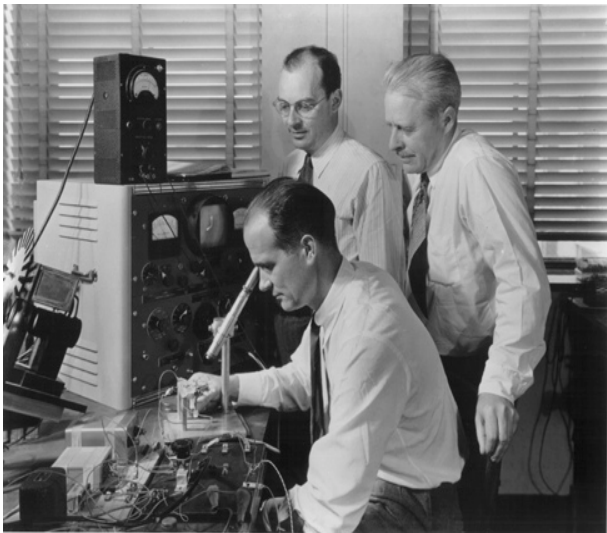
## **Sistema Internacional de Unidades:**

1. O SI;
2. Unidades básicas;
3. Unidades elétricas e magnéticas;
4. Escritas das unidades no SI;
5. Prefixos das unidades.

## **Instrumentos de Medidas:**

1. Instrumentos analógicos;
2. Instrumentos digitais.

# Medições de Grandezas Elétricas



## Termos importantes:

- Instrumento – é um dispositivo de determinação do valor de uma grandeza ou variável.
- Exatidão – é a medida do grau de concordância entre a indicação de um instrumento e o valor verdadeiro da variável sob medição. [erro]
- Precisão – é a medida do grau de reprodutibilidade da medida; isto é, para um determinado valor da variável, a precisão é a medida do grau de afastamento entre várias medidas sucessivas. [desvio]
- Sensibilidade – é a razão entre a intensidade do sinal de saída, ou resposta, do instrumento e a intensidade do sinal de entrada, ou variável sob medição.
- Resolução – é a menor variação na variável medida que pode ser indicada pelo instrumento.
- Erro – é a medida do desvio entre o valor medido e o valor verdadeiro (ou aceito como verdadeiro).

# Erros em Medidas – Exatidão e Precisão

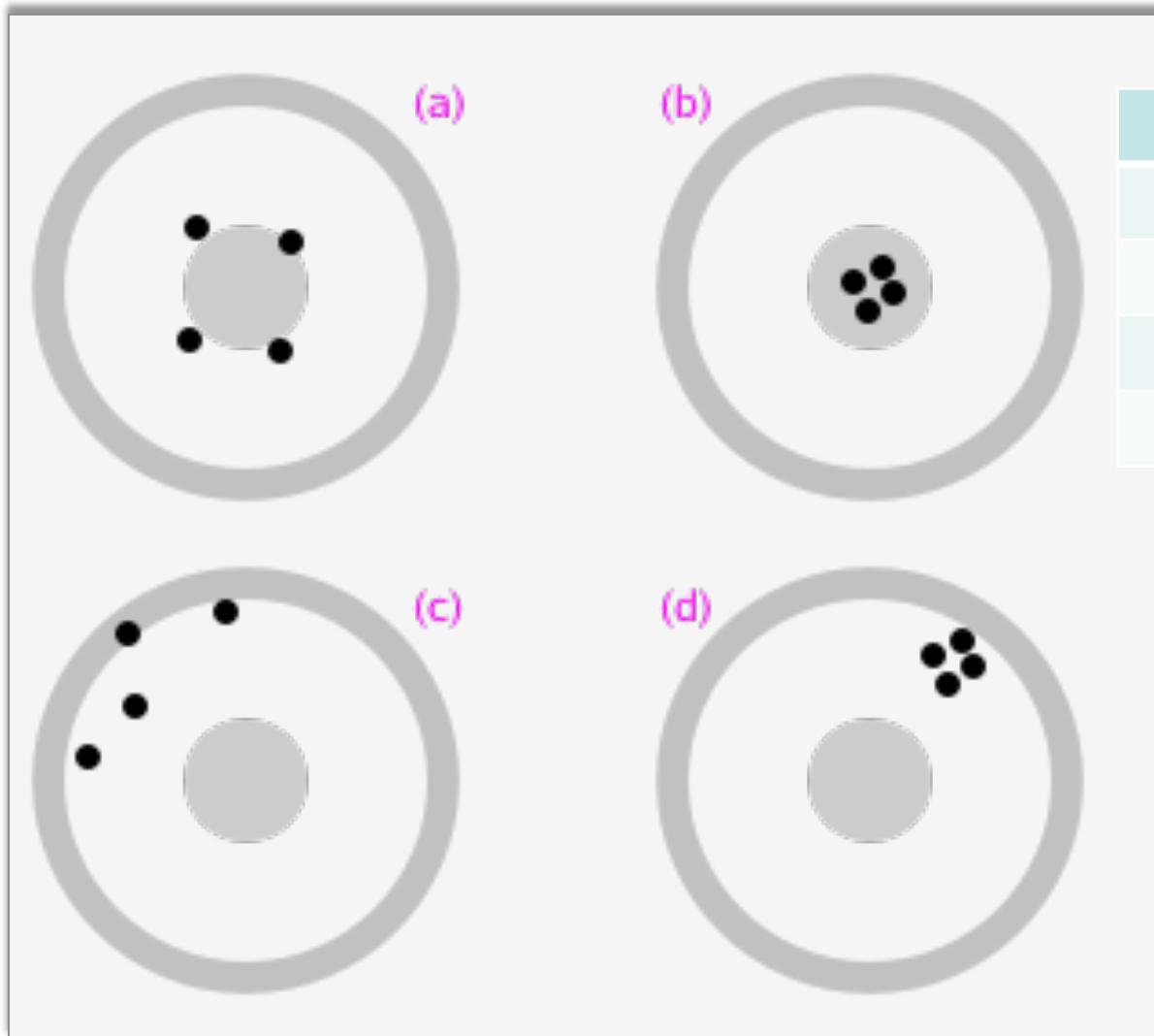
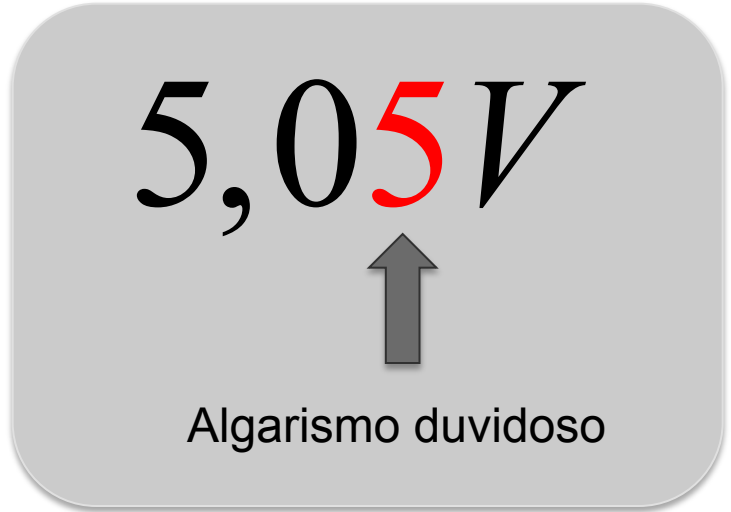


Figura	Exato	Preciso
a	Sim	Não
b	Sim	Sim
c	Não	Não
d	Não	Sim



## Algarismos significativos:

Os resultados de uma medida devem ser representados com apenas os algarismos de que se tem certeza mais um único algarismo duvidoso.



5,05V

Algarismo duvidoso

**INCORRETO**



127,640V

## Crêterios de arredondamento:

O Resultado final de uma opera o envolvendo medidas realizadas com diferentes instrumentos, que possuem diferentes números de algarismos significativos, deve ser expresso com apenas um algarismo duvidoso, isto  , mantem-se o menor número de algarismos significativos.

$$V_1 = 5,03V$$

$$V_2 = 5,1V$$

$$V_1 + V_2 = 5,03 + 5,1 = 10,13V = 10,1V$$



## Critérios de arredondamento:

Durante as operações, os resultados intermediários podem ser expressos com todos os algarismos significativos. Ao final faz-se o arredondamento, conforme a regra:

- Quantidade após o algarismo duvidoso **maior** que 5, 500, etc. → Arredonda-se o algarismo duvidoso para mais;
- Quantidade após o algarismo duvidoso **menor** que 5, 500, etc. → Arredonda-se o algarismo duvidoso para menos;
- Quantidade após o algarismo duvidoso **igual** que 5, 500, etc. → Torna-se o algarismo duvidoso par.

$$5,0\mathbf{6} + 5,\mathbf{1} = 10,\mathbf{16} = 10,\mathbf{2}$$

$$5,0\mathbf{4} + 5,\mathbf{1} = 10,\mathbf{14} = 10,\mathbf{1}$$

$$5,0\mathbf{5} + 5,\mathbf{1} = 10,\mathbf{15} = 10,\mathbf{2}$$

## Os erros podem ser classificados em três categorias:

- Grosseiros – devidos à falta de atenção, uso de instrumentos errados, leituras enganosas e são de inteira responsabilidade do operador.
- Sistemáticos – podem ser de construção e ajuste do instrumento, de leitura, inerentes ao método de medida ou devido a condições externas.
- Aleatórios – são aqueles provocados por fenômenos que não podem ser diretamente estabelecidos ou identificados.



## Segundo a norma ABNT (NB-278/73):

- Erro – é o desvio observado entre o valor medido e o valor verdadeiro (ou aceito como verdadeiro).
- Valor verdadeiro – é o valor exato da medida de uma grandeza obtido quando nenhum tipo de erro incide na medição.

$$\delta x = x_m - x_p = -x_m - x_v$$

Onde:

- $x_m$  = valor da grandeza obtido através da medida;
- $x_p$  = valor padrão da grandeza (de referência);
- $x_v$  = valor verdadeiro, ideal, livre de erros.

## Erro absoluto:

Diferença algébrica entre o valor medido ( $x_m$ ) e o valor aceito como verdadeiro ( $x_v$ ).

$$\delta x = x_v - x_m$$

## Erro relativo:

É a relação entre o erro absoluto ( $\delta x$ ) e o valor aceito como verdadeiro ( $x_v$ ), podendo ou não ser percentual.

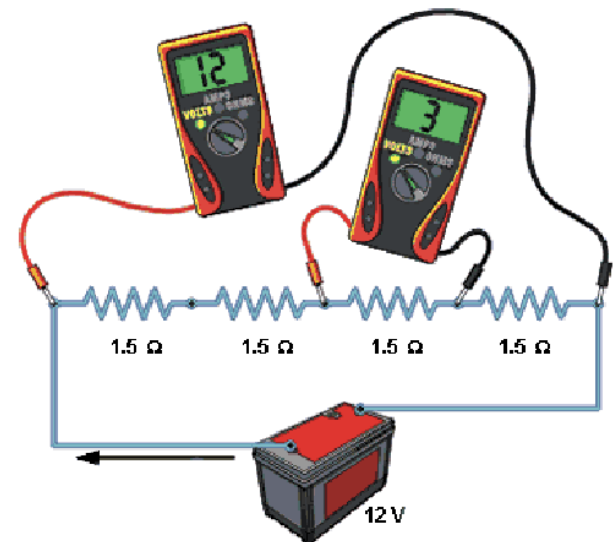
$$\varepsilon = \frac{\delta x}{x_v} = \frac{x_v - x_m}{x_v}$$

$$\varepsilon\% = \frac{\delta x}{x_v} \cdot 100 = \frac{x_v - x_m}{x_v} \cdot 100$$

## Erro de inserção:

Suponhamos que o valor teórico de uma grandeza seja  $x_s$ . O valor teórico dessa grandeza, com a presença do instrumento, que apresenta uma resistência interna  $R_i$  (na frequência considerada), é denominado  $x_c$ . O erro de inserção do instrumento é:

$$\delta_{ins} = \left| \frac{x_s - x_c}{x_s} \right| \cdot 100$$



## Cálculo do erro propagado:

Pode-se calcular o máximo erro sistemático de uma grandeza  $x$  que depende de várias grandezas  $a, b, c, \dots, q$ . Seja  $x$  o valor obtido para esta grandeza que é função de outras grandezas:  $a, b, c, \dots, q$ .  $x = f(a, b, c, \dots, q)$ .

$$\delta x = \left| \frac{\partial x}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial x}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial x}{\partial c} \right| \Delta c + \dots + \left| \frac{\partial x}{\partial q} \right| \Delta q$$

Onde as derivadas parciais podem ser positivas ou negativas. Os erros parciais  $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots, \Delta q$  são relacionados com cada uma das grandezas medidas.



## **Surgimento do SI:**

- Em 1789, numa tentativa de resolver o problema, o Governo Republicano Francês pediu à Academia de Ciências da França que criasse um sistema de medidas baseado numa "constante natural". Assim foi criado o Sistema Métrico Decimal. Posteriormente, muitos outros países adotaram o sistema, inclusive o Brasil, aderindo à "Convenção do Metro". O Sistema Métrico Decimal adotou, inicialmente, três unidades básicas de medida: o metro, o litro e o quilograma.
- Entretanto, o desenvolvimento científico e tecnológico passou a exigir medições cada vez mais precisas e diversificadas. Por isso, em 1960, o sistema métrico decimal foi substituído pelo Sistema Internacional de Unidades - SI, mais complexo e sofisticado, adotado também pelo Brasil em 1962 e ratificado pela Resolução no 12 de 1988 do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial - Conmetro, tornando-se de uso obrigatório em todo o Território Nacional.

## As unidades básicas do SI são:

Grandeza de base		Unidade de base do SI	
Nome	Símbolo	Nome	Símbolo
comprimento	$l, x, r, \text{etc.}$	metro	m
massa	$m$	kilograma	kg
tempo, duração	$t$	segundo	s
corrente elétrica	$I, i$	ampere	A
temperatura termodinâmica	$T$	kelvin	K
quantidade de substância	$n$	mol	mol
intensidade luminosa	$I_v$	candela	cd

## As unidades elétricas e magnéticas do SI são:

Grandeza	Nome da Unidade	Símbolo
Carga elétrica (quantidade de eletricidade)	Coulomb	C
Tensão Elétrica, diferença de potencial, força eletromotriz	Volt	V
Gradiente de potencial, intensidade de campo elétrico	Volt por metro	V/m
Resistência elétrica	Ohm	W
Resistividade	Ohm-metro	W.m
Condutância	Siemens	S
Condutividade	Siemens por metro; Farad	F
Indutância	Henry	H
Potência aparente	Volt-Ampère	VA
Potência reativa	var	VA <sub>r</sub>
Indução magnética	Tesla	T
Fluxo magnético	Weber	Wb
Intensidade de campo magnético	Ampère por metro	A/m
Relutância	Ampère por Weber	A/Wb

O resultado de uma medida ( $x$ ) é constituído por três itens, a saber:

- Um número representado por  $x$ ;
- Uma unidade representada por  $u$ ;
- Uma indicação da confiabilidade, indicada pelo erro provável ( $\Delta x$ ).

$$x = (x \pm \Delta x) u$$

Após o erro, quando representado, e a unidade deve haver um caractere de espaço. Maiores informações podem ser obtidas no documento “Unidades Legais de Medidas” do Inmetro (<http://www.inmetro.gov.br>).

## Os prefixos das unidades do SI são:

Nome	Símbolo	Fator de multiplicação da unidade
yotta	Y	$10^{24} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
zetta	Z	$10^{21} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
exa	E	$10^{18} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
peta	P	$10^{15} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
tera	T	$10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
giga	G	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
mega	M	$10^6 = 1\ 000\ 000$
quilo	k	$10 = 1\ 000$
hecto	h	$10 = 100$
deca	da	10
deci	d	$10^{-1} = 0,1$
centi	c	$10^{-2} = 0,01$
mili	m	$10^{-3} = 0,001$
micro	$\mu$	$10^{-6} = 0,000\ 001$
nano	n	$10^{-9} = 0,000\ 000\ 001$
pico	p	$10^{-12} = 0,000\ 000\ 000\ 001$
femto	f	$10^{-15} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 001$
atto	a	$10^{-18} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$
zepto	z	$10^{-21} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$
yocto	y	$10^{-24} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$

## Instrumentos analógicos:

- Estes instrumentos apresentam um conjunto móvel que é deslocado aproveitando um dos efeitos da corrente elétrica (efeito térmico, efeito magnético, efeito dinâmico, etc.), no caso das medições de grandezas elétricas.

## Erros nos instrumentos analógicos:

- $\varepsilon_L$  = Erro de Leitura. O erro de leitura é igual a metade da menor divisão estimada na escala contínua do aparelho;
- $\varepsilon_{IC}$  = Erro devido à classe. Limite do erro definido pelo índice de classe e expresso sempre em relação ao valor final da escala;
- $\Delta = \varepsilon_L + \varepsilon_{IC}$  = Soma do erro de leitura e erro devido à classe.





## Exemplo:

- Multímetro Engro 484.



Instr.	ESCALA	IC (%)	S (kΩ/V)	n° div	Resist. Int. (Ω)		Erros		
					Volt. Rv	Amp Ra	$\epsilon_L$	$\epsilon_{IC}$	$\Delta = \epsilon_L + \epsilon_{IC}$
VOLT. CC	300 mV	3	20	60	6 kΩ		2,5 mV	9 mV	11,5 mV
	3 V	3	20	60	60 kΩ		25 mV	0,09 V	0,115 V
	12 V	3	20	60	240 kΩ		0,1 V	0,36 V	0,46 V
	30 V	3	20	60	600 kΩ		0,25 V	0,9 V	1,15 V
	120 V	3	20	60	2,4 MΩ		1 V	3,6 V	4,6 V
	300 V	3	20	60	6 MΩ		2,5 V	9 V	11,5 V
	1200 V	3	20	60	24 MΩ		10 V	36 V	46 V
VOLT. CA	6 V	4	9	60	54 kΩ		0,05 V	0,24 V	0,29 V
	12 V	4	9	60	108 kΩ		0,1 V	0,48 V	0,58 V
	30 V	4	9	60	270 kΩ		0,25 V	1,2 V	1,45 V
	120 V	4	9	60	1,08 MΩ		1 V	4,8 V	5,8 V
	300 V	4	9	60	2,7 MΩ		2,5 V	12 V	14,5 V
	1200 V	4	9	60	10,8 MΩ		10 V	48 V	58 V
AMP. CC	50 μA	3	---	60		6 kΩ	0,42 μA	1,5 μA	1,92 μA
	3 mA	3	---	60		210 Ω	25 μA	0,09 mA	0,115 mA
	30 mA	3	---	60		20 Ω	0,25 mA	0,9 mA	1,15 mA
	300 mA	3	---	60		2 Ω	2,5 mA	9 mA	11,5 mA
	3 A	3	---	60		1 Ω	25 mA	90 mA	115 mA

## Instrumentos digitais:

- Estes instrumentos apresentam um circuito eletrônico que converte as grandezas analógicas em valores digitais, posteriormente mostrados em um *display*.

## Erros nos instrumentos digitais:

- $\varepsilon_L$  = Erro de Leitura. É dado em dígitos e indica em quantas unidades o dígito da extremidade direita pode variar;
- $\varepsilon_{IC}$  = Erro devido à classe. Dado em porcentagem da leitura (não da escala) utilizada;
- $\Delta = \varepsilon_L + \varepsilon_{IC}$  = Soma do erro de leitura e erro devido à classe.



## Exemplo:

- Multímetro Dower DM 2020.

### Escalas DC V

Escala	Resolução	Precisão	Impedância de Entrada	Proteção contra sobrecarga
200 mV	0,1 mV	$\pm 0,5\% + 1$ dígito	10 M $\Omega$	DC 500 V AC 350 V <sub>RMS</sub>
2 V	1 mV	$\pm 0,7\% + 1$ dígito		DC 1100 V AC 800 V <sub>RMS</sub>
20 V	10 mV			
200 V	100 mV			
1000 V	1 V			



## Experimento 03:

- Medir grandezas estimando o erro das medidas.



$$x = (x \pm \Delta x) u$$

