

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
EEL7040 – Circuitos Elétricos I - Laboratório

**AULA 05 – SEGUNDA PARTE**  
**OSCIOSCÓPIO**

## 1 INTRODUÇÃO

Nas aulas anteriores de laboratório de circuitos elétricos foram usados instrumentos analógicos e digitais para medir tensão, corrente e resistência. Estes instrumentos permitem apenas medir a amplitude de um sinal, normalmente seu valor médio ou eficaz. A forma deste sinal no tempo não foi possível monitorar com os instrumentos utilizados.

Esta aula e a próxima farão uso de um instrumento muito versátil e de crucial importância, tanto para o estudo, como para a prática da engenharia elétrica. Este instrumento é o osciloscópio e os detalhes de seu funcionamento podem ser encontrados no material anexo (apostilas, manuais do fabricante, etc.).

Nesta primeira aula o objetivo principal será aprender a medir tensões contínuas e alternadas e alterar os ajustes do osciloscópio para realizar a medição de amplitude, frequência, valor médio, eficaz e de pico a pico.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA O ENSAIO

Para a realização do ensaio de laboratório são necessários alguns fundamentos teóricos importantes, descritos a seguir.

### 2.1 Defasagem e fator de potência

A figura 1 mostra duas formas de onda senoidais, defasadas de um ângulo  $\phi$ .

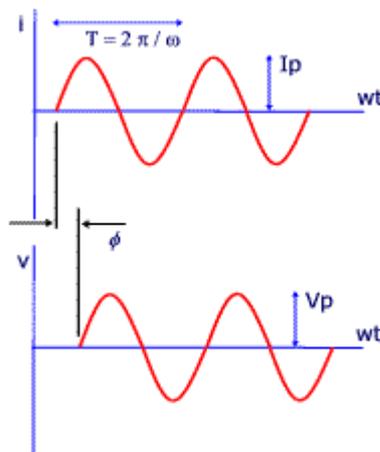


Figura 1 – Formas de onda senoidais de tensão e corrente com defasagem.

Onde:

$I$  = corrente;  
 $V$  = tensão;  
 $T$  = tempo;  
 $V_p$  = valor de pico da onda de tensão;  
 $I_p$  = valor de pico da onda de corrente;  
 $\phi$  = ângulo de defasagem entre as ondas;  
 $\omega$  = frequência angular calculada em função do período ( $T$ ) ou da frequência ( $f$ ) da onda ( $\omega = 2\pi \cdot f$  ou  $\omega = 2\pi \cdot 1/T$ )

Essas formas de onda podem ser descritas, utilizando as mesmas variáveis definidas para a figura 1, pelas equações (1) e (2):

$$i = I_p \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (1)$$

$$v = V_p \cdot \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (2)$$

Dado um circuito em que tensão e corrente na carga estejam defasadas desse ângulo  $\phi$ , a potência instantânea dissipada nessa carga é dada por:

$$p = v \cdot i \quad (3)$$

Onde:  $v$  = tensão e  $i$  = corrente.

A potência média, por sua vez, é dada por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v \cdot i \cdot dt \quad (4)$$

Onde:  $v$  = tensão,  $i$  = corrente e  $T$  = período.

Substituindo os valores de  $v$  e  $i$  pelas equações (1) e (2) e resolvendo a integral, tem-se que:

$$P = V_e \cdot I_e \cdot \cos(\phi) \quad (5)$$

Onde:  $V_e$  = valor eficaz da onda de tensão e  $I_e$  = valor eficaz da onda de corrente.

O valor eficaz de uma onda senoidal é o valor associado à energia útil que o sinal produz. Para uma onda de tensão senoidal, o valor eficaz é dado por  $V_p / \sqrt{2}$ . Assim, a energia deste sinal em um dado intervalo de tempo é a mesma de uma onda contínua com amplitude igual ao valor eficaz. Detalhes do cálculo do valor eficaz de uma onda podem ser encontrados em [1]. Na equação (5), a quantidade “ $\cos(\phi)$ ” é chamada de fator de potência, e é característica de uma determinada carga que causa uma defasagem  $\phi$  entre a tensão e a corrente.

Isto significa que, em um circuito de corrente senoidal alternada, se não há defasagem ( $\phi = 0^\circ$ ), toda a potência é transferida para a carga (como no caso de uma resistência). Caso a carga contenha indutores ou capacitores, essa potência começa a diminuir, podendo inclusive ser nula se  $\phi = \pm 90^\circ$  (casos onde a carga só contém indutores ou capacitores). Este conceito é muito importante na geração, transformação e distribuição de energia elétrica. Na prática, revela quanto da energia fornecida é realmente utilizada. Essa quantidade, embora usualmente chamada apenas de potência, é chamada de potência ativa de uma carga. A parcela de

potência fornecida pela carga que não é convertida em energia útil, é chamada de potência reativa.

A seguir, serão definidos capacitores e indutores e a razão porque eles defasam tensões e correntes.

## 2.2 Capacitores (C), indutores (L) e cargas RLC

Capacitores são elementos basicamente formados por duas superfícies condutoras separadas por uma camada isolante. Quando uma tensão elétrica é aplicada entre as mesmas, provocará uma atração entre pólos opostos e repulsão entre pólos iguais, caracterizando-os com a propriedade de armazenar carga elétrica. Em um capacitor a carga elétrica armazenada é proporcional à tensão aplicada:  $q = C \cdot V$ . Onde o fator de proporcionalidade  $C$  é denominado capacitância (unidade Farad-F). Como a corrente é dada por  $dq/dt$ , temos:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dv}{dt} = C \cdot \frac{d(V_p \cdot \text{sen}(\omega t + \phi))}{dt}$$

$$i = \omega \cdot C \cdot V_p \cdot \cos(\omega t) = \omega \cdot C \cdot V_p \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (6)$$

Assim, a corrente é senoidal e adiantada de  $90^\circ$  em relação à tensão. Esta equação pode ser calculada em valores eficazes e então:

$$V_e = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_e \quad (7)$$

Indutores são condutores dispostos em forma de espiral nos quais os campos eletromagnéticos formados geram correntes que tendem a se opor às variações da corrente aplicada nos mesmos. Em um indutor a relação entre tensão e corrente é dada por:

$$v = L \frac{di}{dt}$$

Onde o fator  $L$  é denominado indutância (unidade Henry - H).

Substituindo a corrente na expressão anterior por (1) tem-se:

$$v = L \frac{d(I_p \cdot \text{sen}(\omega t))}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot \cos(\omega t)$$

$$v = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (8)$$

Portanto, a corrente é atrasada de  $90^\circ$  em relação à tensão.

De forma similar ao caso do capacitor, tem-se:

$$V_e = \omega \cdot L \cdot I_e \quad (9)$$

No caso de circuitos contendo resistores associados em série com capacitores ou indutores, a defasagem irá depender da frequência, e dos valores de  $R$ ,  $L$ , e  $C$ . O item seguinte introduz o conceito de impedância, para análise desse tipo de situação.

## 2.3 Impedância (resistência e reatância)

A impedância de um resistor é o próprio valor da sua resistência, que relaciona a tensão com a corrente no circuito  $v = R \cdot i$ . De forma similar, a impedância de um capacitor,

observando-se a equação (7), é dada por  $X_C = 1/(\omega \cdot C)$ .  $X_C$  é chamada de reatância capacitiva. É importante lembrar que como  $\omega = 2\pi \cdot f$ , a reatância depende da frequência.

O nome reatância é dado para a parte da impedância de uma carga que causa defasagem entre as ondas de tensão e corrente. A parte da impedância que não causa essa defasagem é chamada de resistência.

No caso de um indutor, observando-se a equação (9), tem-se que a reatância é dada por  $X_L = \omega \cdot L$ , onde  $X_L$  é a reatância indutiva.

Para cargas contendo um resistor associado em série com um indutor, como no primeiro circuito a ser montado na aula de laboratório, a impedância total será dada pela seguinte expressão:

$$Z_L = R + j \cdot \omega \cdot L \quad (10)$$

Onde  $Z_L$  = Impedância da carga.

O operador “j”, que vem da teoria dos números complexos, indica que a quantidade  $(\omega \cdot L)$  está 90° adiantada em relação à componente R, conforme ilustra a figura 2:

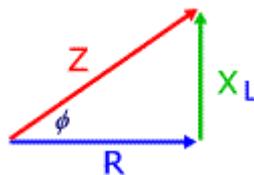


Figura 2 - Impedância de uma associação série resistor-indutor.

Assim, a defasagem que a carga de impedância  $Z$  mostrada na figura 2 iria produzir entre as formas de onda de tensão e corrente seria dada pelo ângulo  $\phi$  (cujo cosseno é o fator de potência da carga). Da trigonometria, pode-se concluir que o módulo da impedância mostrada na figura 8 é dado por:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (11)$$

Como o módulo depende de  $X_L$ , ele depende também da frequência do sinal senoidal. Esse conceito, juntamente com o conceito de defasagem serão importantes na realização do ensaio de laboratório descrito a seguir.

## 2.4 Análise de resposta em frequência

Entende-se como resposta em frequência a resposta em regime estacionário de um sistema de entrada senoidal onde variamos a frequência do sinal de entrada em uma faixa de interesse e estudamos a resposta em frequência resultante.

Verificamos que um sistema linear, estável, invariante no tempo e sujeito a uma entrada senoidal possuirá, em regime permanente, uma saída senoidal com a mesma frequência da entrada. Porém, a amplitude e o ângulo de fase da saída, em geral, serão diferentes daqueles da entrada, conforme a figura 3. Com base no exposto, obtemos este importante resultado, para entradas senoidais:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \right|; \text{ relação de amplitude da onda senoidal da saída para a onda}$$

senoidal de entrada.

$$|G(j\omega)| = \frac{|Y(j\omega)|}{|X(j\omega)|}; \text{ defasagem da onda senoidal de saída com respeito à onda senoidal}$$

de entrada.

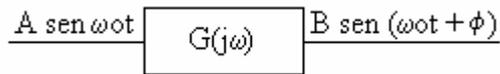


Figura 3 - Relação entrada-saída para um sistema linear.

Onde:

$$B = A \cdot |G(j\omega)|_{\omega=\omega_0}$$

$$\phi = \angle G(j\omega)|_{\omega=\omega_0}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Portanto, as características de resposta de um sistema para entrada senoidal podem ser obtidas diretamente de:

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \quad (12)$$

A função  $G(j\omega)$  chamada função de transferência senoidal, e é a relação entre a saída  $Y(j\omega)$  e a entrada  $X(j\omega)$ , é uma grandeza complexa que pode ser representada pelo módulo e ângulo de fase, tendo a frequência como variável ou parâmetro.

Muitas vezes  $G(j\omega)$  é representada por dois gráficos, um de módulo e outro de fase. Para acomodar informações em uma faixa ampla de frequências é comum usar-se escala logarítmica.

### 3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HAYT, Willian H.; KEMMERLY, J. E. Análise de Circuitos em Engenharia. McGraw-Hill. São Paulo, 1975.
- [2] OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno, PHB. Rio de Janeiro, 1990.
- [3] KUO PENG, Patrick. Apostila de Circuitos Elétricos I. Departamento de Engenharia Elétrica, UFSC. Florianópolis, 2003.

### 4 PARTE EXPERIMENTAL

Montar os circuitos ilustrados na figura 4. Para cada circuito, variar a frequência da onda senoidal de entrada em valores compreendidos na faixa de 10 Hz a 100kHz e medir para cada variação, as tensões de entrada e saída indicadas no circuito.

Utilizar o gerador de funções disponível no laboratório que apresenta resistência de saída de 50 ohms.

Utilize uma tensão de alimentação com amplitude de 5 V de pico, ou seja, 10 V pico a pico.

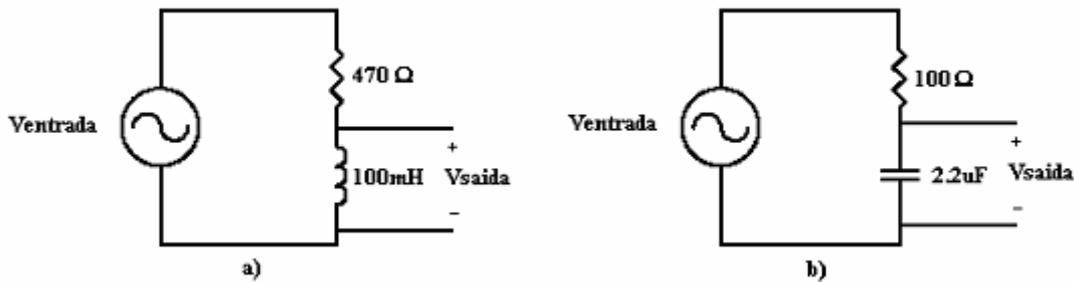


Figura 4 - Circuitos a serem montados.

Anotar os dados obtidos nas tabelas fornecidas em anexo.

Determinar:

- Indicar na figura 5 a relação de amplitude da entrada em relação à saída do circuito RL (figura 4a);
- Indicar na figura 6 a defasagem angular da saída em relação à entrada do circuito RL (figura 4a);
- Indicar na figura 7 a relação de amplitude da entrada em relação à saída do circuito RC (figura 4b);
- Indicar na figura 8 a defasagem angular da saída em relação à entrada do circuito RC (figura 4b).

Apresentar no relatório as tabelas com os dados e os gráficos obtidos, traçados a mão ou em *software* adequado. Comentar a respeito do funcionamento das variáveis de cada circuito.

Para informações adicionais sobre o funcionamento dos circuitos consultar [1] e [3].

O módulo de  $G()$  é calculado usando a expressão:

$$G(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{V_{\text{indutor/capacitor}}(j\omega)}{V_i(j\omega)}$$

$$|G(j\omega)| = 20 \cdot \log \left( \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} \right) = 20 \cdot \log \left( \frac{V_{\text{indutor/capacitor}}(j\omega)}{V_i(j\omega)} \right)$$

Já a fase é calculada como:

$$\angle G(j\omega) = \frac{\angle V_o(j\omega)}{\angle V_i(j\omega)} = \frac{\angle V_{\text{indutor\_capacitor}}(j\omega)}{\angle V_i(j\omega)}$$

$$\angle G(j\omega) = \frac{\angle V_o(j\omega)}{\angle V_i(j\omega)} = \frac{\angle V_{\text{indutor\_capacitor}}(j\omega)}{\angle V_i(j\omega)}$$

No osciloscópio será medida a defasagem no tempo. Estes valores em segundos, milissegundos ou microsegundos deverão ser convertidos para graus, posteriormente.

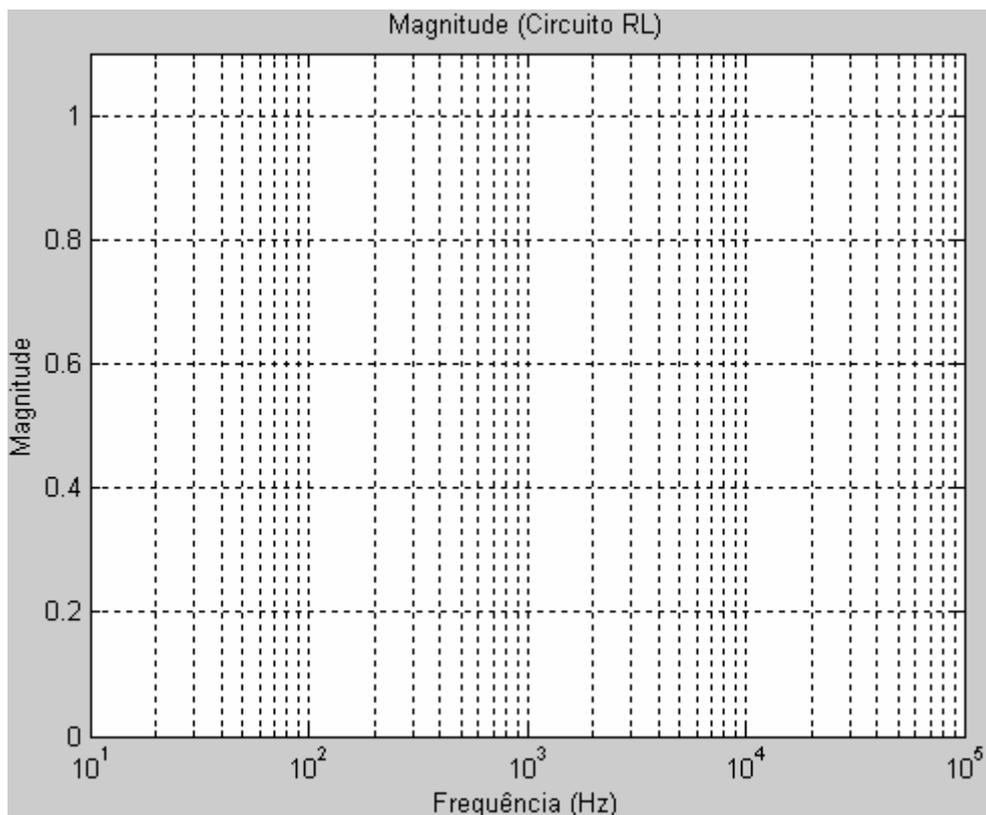


Figura 5 - Relação de amplitude da saída em relação à entrada.

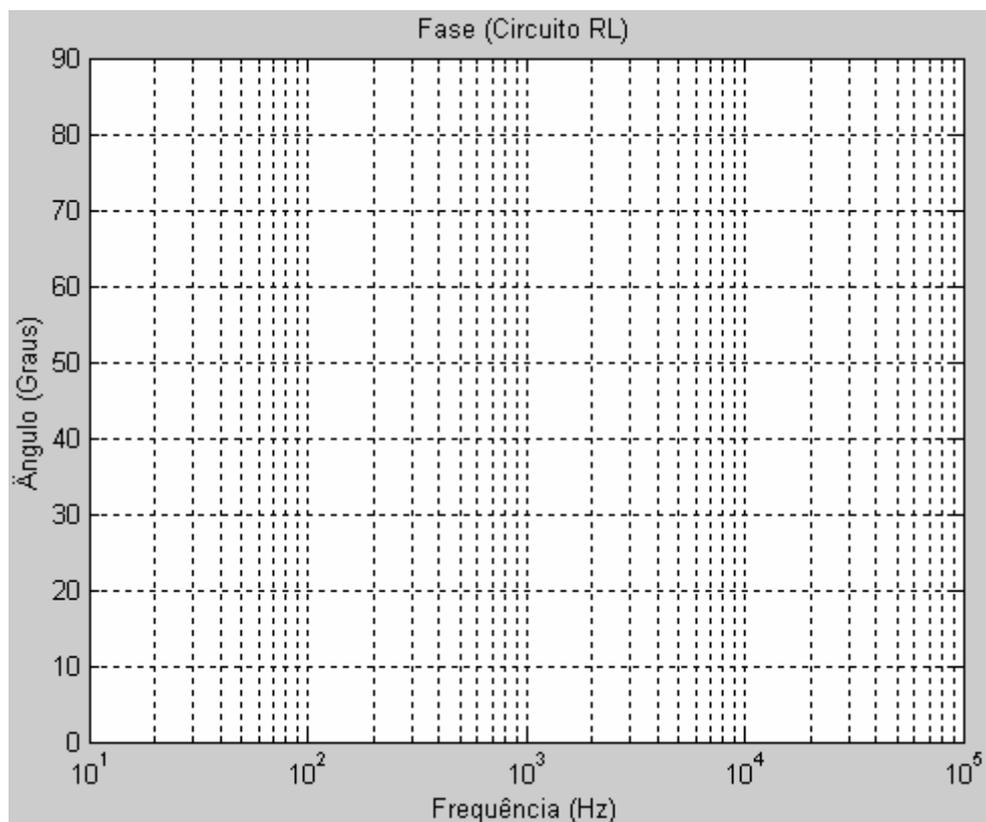


Figura 6 – Defasagem angular da saída em relação à entrada.

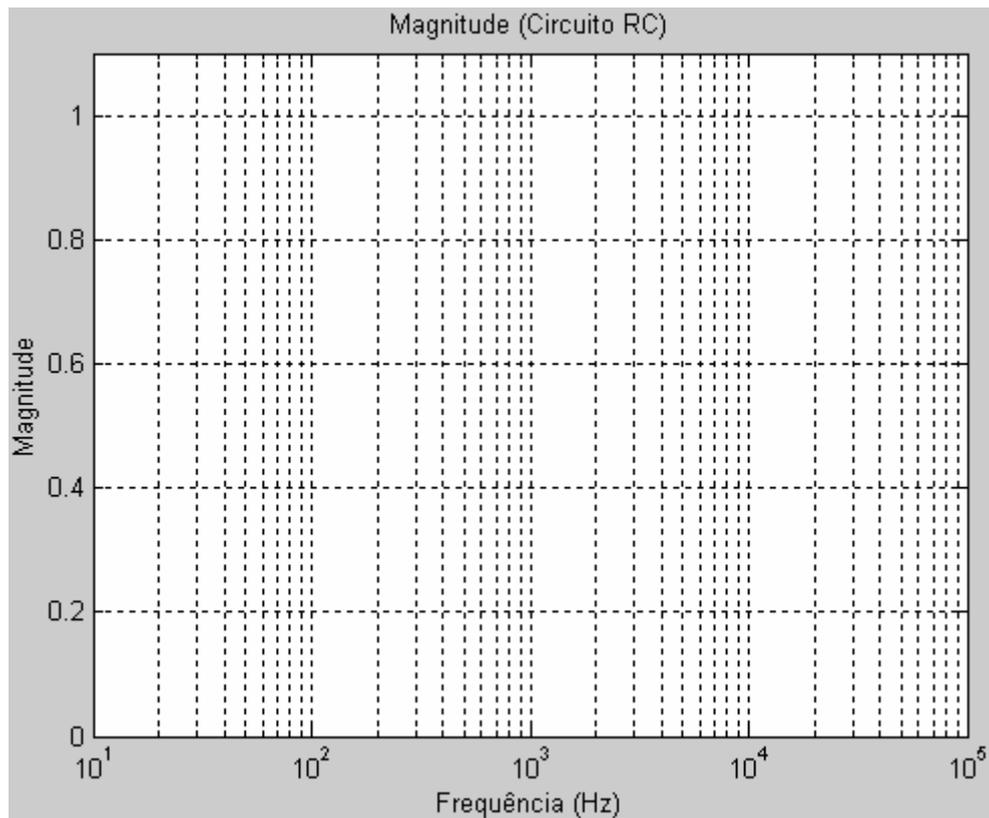


Figura 7 - Relação de amplitude da saída em relação à entrada.

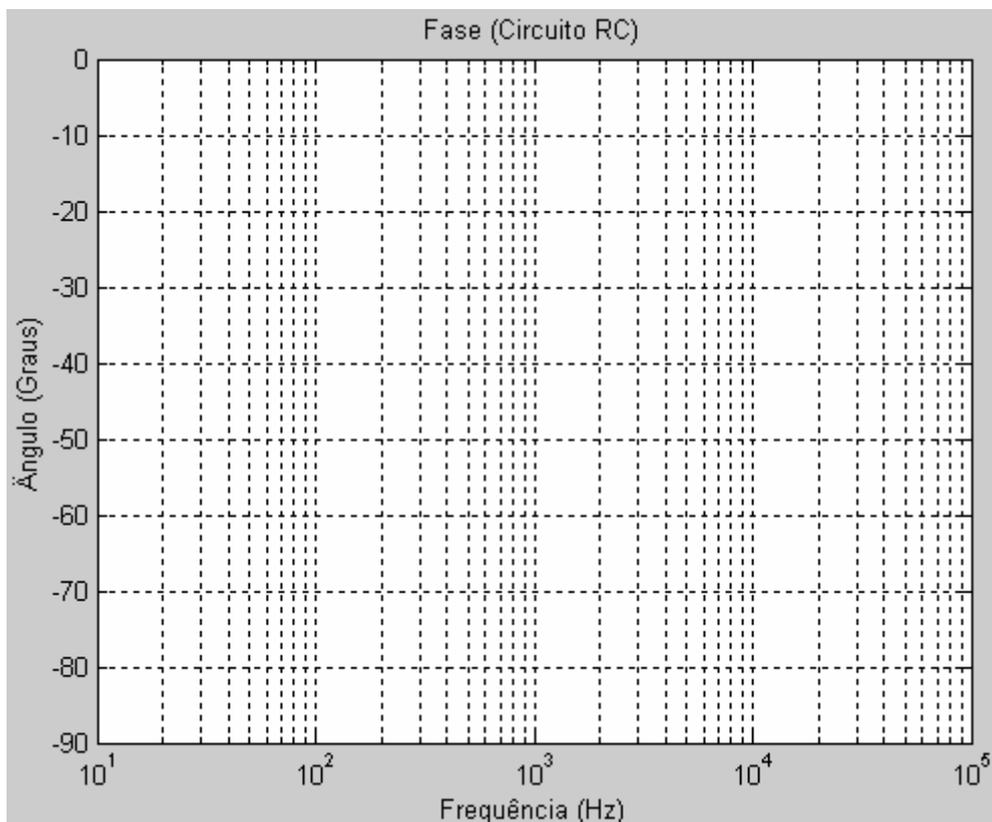


Figura 8 – Defasagem angular da saída em relação à entrada.

## 5 FOLHA DE DADOS (ALUNOS)

Equipe \_\_\_\_\_ Aula: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Instrumentos utilizados \_\_\_\_\_

Tabela 1 – Circuito RL (figura 4a).

| Frequência (fonte) [Hz] | Tensão Entrada (fonte) [V ou mV] | Tensão Saída (indutor) [V ou mV] | Defasagem (fonte – saída) [ms, $\mu$ s ou s] | Módulo de $G(j\omega)$ [dB] | Fase de $G(j\omega)$ [graus] |
|-------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|-----------------------------|------------------------------|
| 10                      |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 100                     |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 500                     |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 600                     |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 700                     |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 800                     |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 900                     |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 1 000                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 1 100                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 1 200                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 1 300                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 1 400                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 1 500                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 2 000                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 2 500                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 3 000                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 5 000                   |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 10 000                  |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 30 000                  |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 50 000                  |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 70 000                  |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 90 000                  |                                  |                                  |  |                             |                              |
| 100 000                 |                                  |                                  |  |                             |                              |
| Medido na aula          |                                  |                                  |  | Calculado após a aula       |                              |

Tabela 2 – Circuito RC (figura 4b).

| Freqüência<br>(fonte)<br>[Hz] | Tensão Entrada<br>(fonte)<br>[V ou mV] | Tensão Saída<br>(capacitor)<br>[V ou mV] | Defasagem<br>(fonte – saída)<br>[ms, $\mu$ s ou s] | Módulo de $G(j\omega)$<br>[dB] | Fase de $G(j\omega)$<br>[graus] |
|-------------------------------|--|--|--|--------------------------------|---------------------------------|
| 10                            |  |  |  |                                |                                 |
| 100                           |  |  |  |                                |                                 |
| 500                           |  |  |  |                                |                                 |
| 600                           |  |  |  |                                |                                 |
| 700                           |  |  |  |                                |                                 |
| 800                           |  |  |  |                                |                                 |
| 900                           |  |  |  |                                |                                 |
| 1 000                         |  |  |  |                                |                                 |
| 1 100                         |  |  |  |                                |                                 |
| 1 200                         |  |  |  |                                |                                 |
| 1 300                         |  |  |  |                                |                                 |
| 1 400                         |  |  |  |                                |                                 |
| 1 500                         |  |  |  |                                |                                 |
| 2 000                         |  |  |  |                                |                                 |
| 2 500                         |  |  |  |                                |                                 |
| 3 000                         |  |  |  |                                |                                 |
| 5 000                         |  |  |  |                                |                                 |
| 10 000                        |  |  |  |                                |                                 |
| 30 000                        |  |  |  |                                |                                 |
| 50 000                        |  |  |  |                                |                                 |
| 70 000                        |  |  |  |                                |                                 |
| 90 000                        |  |  |  |                                |                                 |
| 100 000                       |  |  |  |                                |                                 |
| Medido na aula                |  |  |  | Calculado após a aula          |                                 |

------(corte aqui)-----

## 6 FOLHA DE DADOS (PROFESSOR)

Equipe \_\_\_\_\_

Aula: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_